

Medios de transmisión

Medios de transmisión (1)

Contenido

- Introducción.
- Caracterización de los medios de transmisión:
 - La señal por el medio de transmisión.
 - Medios ideales y no ideales.
 - Velocidad de propagación:
 - Velocidad de fase.
 - Velocidad de grupo.
- Líneas de transmisión metálicas:
 - Parámetros primarios: R , L , C y G .
 - Parámetros secundarios: Z_0 y γ .
 - Función de transferencia.
 - Línea sin pérdidas y línea sin distorsión.
 - Aproximaciones de baja y alta frecuencia.
 - Caso general con reflexiones.
 - Cables de pares:
 - Parámetros.
 - Cableado genérico.
 - Cables coaxiales:
 - Parámetros.

Medios de transmisión (2)

Contenido (continuación)

- Líneas de transmisión por fibra óptica:
 - Estructura de la fibra óptica.
 - Perfil del índice de refracción.
 - Propagación de la luz en la fibra óptica: teoría modal.
 - Propagación de la luz en la fibra óptica: teoría de rayos.
 - Tipos de fibras según los modos que se propagan.
 - Apertura numérica.
 - Comparación de fibras ópticas.
 - Modelo de sistema lineal e invariante.
 - Atenuación óptica y ventanas. dB y N_p ópticos.
 - Modelo en banda base de fibras ópticas.
 - Dispersión en las fibras monomodo.
 - Dispersión en las fibras multimodo.
 - Utilización de las fibras ópticas:
 - Monomodo.
 - Multimodo de índice gradual.
 - Multimodo de salto de índice.
 - Unión de fibras ópticas.
- Transmisión por radio:
 - Propagación en espacio libre con antenas isótropas.
 - Propagación en espacio libre con antenas reales.
 - Propagación cercana a la superficie de la tierra.
 - Terminología de pérdidas de propagación.
 - Propagación multitrayecto.
- Comparación de medios de transmisión.
- Problemas.

Introducción a los medios de transmisión



El medio de transmisión:

- Debe conectar el transmisor con el receptor.
- Debe permitir la propagación de ondas electromagnéticas que transportan la información.
- Puede ser:
 - Línea, que une guiando la onda (propagación guiada)
 - Medio libre, que permite la propagación en todas las direcciones (propagación no guiada).

Transmisión por línea y por radio

La **transmisión por línea** \Rightarrow línea de transmisión (estructura con simetría longitudinal capaz de confinar la energía EM en una región limitada del espacio, propagándose a lo largo de ella).

Tipos:

- Metálica (pares y coaxiales): 2 conductores separados por un dieléctrico.
- Dieléctrica (fibra óptica): 2 dieléctricos cilíndricos coaxiales.

La **transmisión por radio** \Rightarrow propagación de ondas EM (llamadas radioeléctricas por la UIT) por el espacio sin guía artificial con frecuencia < 3 THz.

TX por línea \Rightarrow instalación y mantenimiento de la línea.

TX por radio \Rightarrow no requiere instalación \Rightarrow más versátil.

TX por línea \Rightarrow nivel estable de señal.

TX por radio \Rightarrow fluctuaciones importantes en el nivel de señal recibida.

La señal por el medio de transmisión

Vamos a analizar el comportamiento de los medios de TX para obtener un modelo común basado en los sistemas lineales e invariantes (SLI).

La propagación de la señal por el medio de transmisión provoca en la misma:

- **Retardo**: la señal progresa por el medio de transmisión a una **velocidad** dada, por lo que tarda en llegar al final del mismo. Si la velocidad es constante (situación habitual), este retardo será proporcional a la distancia.
- **Atenuación**: la señal llega con menor potencia:

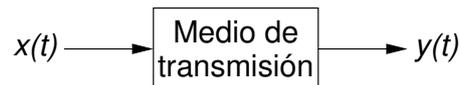
$$A[\text{dB}] = 10 \log \frac{P_{\text{inicial}}}{P_{\text{final}}}$$

Esta pérdida de potencia se debe fundamentalmente a:

- la **interacción con el medio** en las líneas de transmisión (atenuación propiamente dicha);
 - la **propagación en todas las direcciones** mientras que solamente se recibe en una de ellas en la propagación por radio (pérdidas propiamente dichas).
- **Perturbación**: la señal se degrada debido a:
 - el paso por **elementos no lineales**;
 - la recepción de **contribuciones de otras señales** que viajan por el mismo o por diferente sistema de transmisión;
 - la **mezcla con ruido** de orígenes diversos.

Medios ideales

Sea $x(t)$ la señal que se introduce en un medio de transmisión y sea $y(t)$ la señal que se obtiene como resultado de la transmisión:



Suponiendo que se puede modelar el medio de transmisión mediante un sistema lineal e invariante con función de transferencia $H(f)$:

$$Y(f) = X(f) H(f)$$

Un **sistema ideal** considera que la señal recibida $y(t)$ es una **réplica fiel** de la señal transmitida $x(t)$, solamente está afectada por un factor de escala y un retardo

$$y(t) = k x(t - t_0)$$
$$Y(f) = k X(f) e^{-j\omega t_0}$$

donde su función de transferencia $H(f)$ será:

$$H(f) = k e^{-j\omega t_0} \quad \text{en la banda donde } X(f) \neq 0$$

Como $H(f) = |H(f)| e^{j\varphi(f)}$, se tiene que:

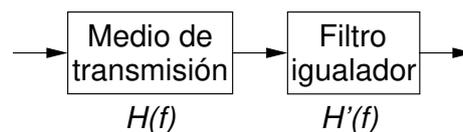
- el módulo ha de ser constante: $|H(f)| = k = \text{cte}$
- la fase ha de ser proporcional a la frecuencia: $\varphi(f) = -\omega t_0 = \text{cte}' \cdot f$

Medios no ideales

Aunque los medios de transmisión se pueden modelar mediante sistemas lineales e invariantes, su función de transferencia no suele ser la correspondiente a un sistema ideal. Es decir:

$$H(f) \neq k e^{-j\omega t_0} \quad \text{en la banda donde } X(f) \neq 0$$

Por ello, se emplean filtros igualadores (también denominados ecualizadores) para compensar el efecto del medio de transmisión. Dichos filtros suelen estar ubicados tras el medio de transmisión.



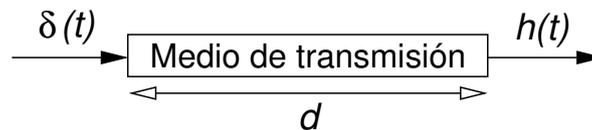
El objetivo de $H'(f)$ es aproximar el filtro inverso de $H(f)$:

$$H(f) H'(f) = k' e^{-j\omega t'_0} \quad (t'_0 > t_0) \quad \text{en la banda donde } X(f) \neq 0$$

donde t'_0 es mayor que cualquiera de todos los retardos provocados por el medio de transmisión.

Velocidad de propagación

Sea un medio de transmisión de longitud d y respuesta al impulso $h(t)$



Su función de transferencia es:

$$H(f) = |H(f)| e^{j\varphi(f)}$$

Cambio de nomenclatura: $\varphi(f) = -\beta(f) d$:

$$H(f) = |H(f)| e^{-j\beta(f)d}$$

Si $\beta(f) \neq \text{cte} \cdot f \Rightarrow$ dispersión

La velocidad de propagación de una señal es complicada de medir.
En su lugar se estudia:

- Velocidad de fase.
- Velocidad de grupo.

Velocidad: una frecuencia pura

Sea una señal de un único tono:

$$x(t) = V_o e^{j\omega_o t}$$

Tras la propagación por el medio de transmisión se obtiene¹:

$$\begin{aligned} y(t) &= V_o e^{j\omega_o t} |H(f_o)| e^{-j\beta(f_o)d} = |H(f_o)| V_o e^{j\omega_o \left(t - \frac{\beta(f_o)}{\omega_o} d\right)} \\ &= |H(f_o)| x\left(t - \frac{\beta(f_o)}{\omega_o} d\right) = |H(f_o)| x(t - t_0) \end{aligned}$$

Retardo de la señal (**retardo de fase**):

$$t_{fase} = t_0 = \frac{\beta(f_o)}{\omega_o} d$$

Velocidad de la señal (**velocidad de fase**):

$$v_{fase} = \frac{d}{t_{fase}} = \frac{\omega_o}{\beta(f_o)}$$

Retardo de fase por unidad de longitud:

$$\tau_{fase} = \frac{t_{fase}}{d} = \frac{1}{v_{fase}} = \frac{\beta(f_o)}{\omega_o}$$

¹ $y(t) = x(t) * h(t) = V_o e^{j\omega_o t} * h(t) = V_o e^{j\omega_o t} \cdot H(f_o) = x(t) \cdot H(f_o) = x(t) \cdot |H(f_o)| e^{j\varphi(f_o)}$

Velocidad: dos frecuencias puras

Sea una señal suma de dos tonos:

$$x(t) = V_1 e^{j\omega_1 t} + V_2 e^{j\omega_2 t}$$

Tras la propagación por el medio de transmisión se obtiene:

$$\begin{aligned} y(t) &= V_1 e^{j\omega_1 t} |H(f_1)| e^{-j\beta(f_1)d} + V_2 e^{j\omega_2 t} |H(f_2)| e^{-j\beta(f_2)d} \\ &= |H(f_1)| V_1 e^{j\omega_1 \left(t - \frac{\beta(f_1)}{\omega_1} d\right)} + |H(f_2)| V_2 e^{j\omega_2 \left(t - \frac{\beta(f_2)}{\omega_2} d\right)} \end{aligned}$$

Dos retardos de fase:

$$t_{f_{ase1}} = \frac{\beta(f_1)}{\omega_1} d \quad t_{f_{ase2}} = \frac{\beta(f_2)}{\omega_2} d$$

Dos velocidades de fase:

$$v_{f_{ase1}} = \frac{\omega_1}{\beta(f_1)} \quad v_{f_{ase2}} = \frac{\omega_2}{\beta(f_2)}$$

En sistema de transmisión ideal ($H(f) = k e^{-j\omega t_0}$) $\Rightarrow y(t) = k x(t - t_0)$

$$t_0 = t_{f_{ase1}} = t_{f_{ase2}}$$

$$k = |H(f_1)| = |H(f_2)|$$

En sistema de transmisión no ideal \Rightarrow expresión no compacta.

Velocidad: señal de banda estrecha modulada (1)

Sea una señal de banda estrecha $s(t)$ modulada sobre una portadora f_o :

$$x(t) = s(t) e^{j\omega_o t} \quad \Rightarrow \quad X(f) = S(f - f_o)$$

Sea un medio de transmisión de longitud d y función de transferencia:

$$H(f) = |H(f)| e^{-j\beta(f)d}$$

Señal a la salida:

$$Y(f) = X(f) H(f) = |H(f)| S(f - f_o) e^{-j\beta(f)d}$$

Al ser una señal de banda estrecha en un medio real:

$$|H(f)| \approx |H(f_o)|$$

$$\beta(f) \approx \beta(f_o) + \left. \frac{\partial \beta(f)}{\partial f} \right|_{f=f_o} (f - f_o) = \beta(f_o) + \beta'(f_o) (f - f_o)$$

Velocidad: señal de banda estrecha modulada (2)

Sustituyendo las aproximaciones en $Y(f)$:

$$Y(f) \approx |H(f_o)| S(f - f_o) e^{-j\beta(f_o)d} e^{-j\beta'(f_o)d(f-f_o)}$$

$$y(t) \approx |H(f_o)| s\left(t - \frac{1}{2\pi}\beta'(f_o)d\right) e^{j\omega_o t} e^{-j\beta(f_o)d}$$

Renombrando:

$$y(t) \approx |H(f_o)| s(t - t_{grupo}) e^{j\omega_o(t-t_{fase})}$$

Donde retardo de fase y **retardo de grupo** son:

$$t_{fase} = \frac{\beta(f_o)}{\omega_o} d$$

$$t_{grupo} = \frac{1}{2\pi}\beta'(f_o)d = \left. \frac{\partial\beta(f)}{\partial\omega} \right|_{f=f_o} d$$

Y velocidad de fase y **velocidad de grupo** son:

$$v_{fase} = \frac{d}{t_{fase}} = \frac{\omega_o}{\beta(f_o)}$$

$$v_{grupo} = \frac{d}{t_{grupo}} = \left. \frac{1}{\frac{\partial\beta(f)}{\partial\omega}} \right|_{f=f_o} = \left. \frac{\partial\omega}{\partial\beta(f)} \right|_{f=f_o}$$

Velocidad: comentarios

Del desarrollo anterior:

- En un medio ideal no hay diferencia entre v_{fase} y v_{grupo} .
- La v_{grupo} solo tiene significado para señales de banda estrecha moduladas.
- Ambas velocidades representan exclusivamente las variaciones de fase de las componentes de señales en régimen permanente.

Velocidad de propagación v_{prop} :

- Velocidad real de propagación \Rightarrow medir sobre señal adecuada.
- Señales moduladas por *medios de transmisión habituales*
 $\Rightarrow v_{prop} \approx v_{grupo}$

Para que v_{grupo} sea constante sobre un rango de frecuencias, es suficiente que:

$$\beta(f) = \beta(f_o) + \text{cte} \cdot (f - f_o)$$

ya que se garantiza que $\frac{\partial \beta(f)}{\partial \omega}$ es constante.

Líneas de transmisión metálicas (1)

Las características de transmisión están determinadas por:

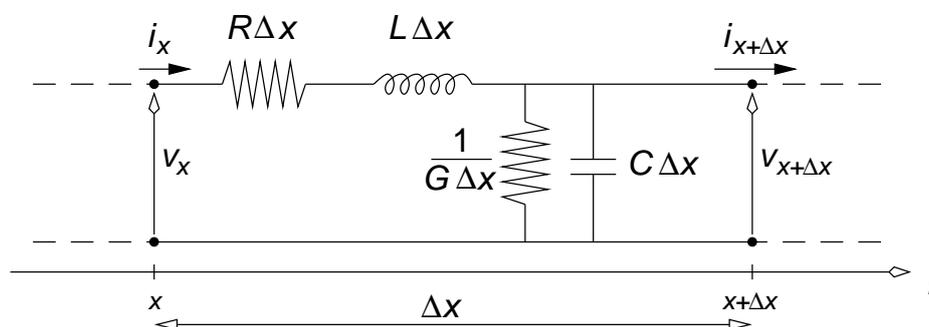
- conductividad y diámetro de los conductores,
- separación entre conductores y constante dieléctrica del aislamiento,
- teniendo en cuenta su variación con la temperatura y la frecuencia.

Análisis alternativo al basado en la teoría electromagnética:

Se considera la línea de transmisión formada por dos conductores con unos **parámetros primarios** uniformemente distribuidos:

- (R) Resistencia (Ω/km)
- (L) Autoinducción (H/km , usualmente mH/km)
- (C) Capacidad entre los conductores (F/km , usualmente nF/km)
- (G) Perditancia, inversa de la resistencia de aislamiento entre los conductores (S/km , usualmente nS/km)

Se supone la línea suficientemente apantallada para ignorar los efectos de radiación, y se considera una sección de longitud Δx con parámetros concentrados:



$$v_x = i_x (R \cdot \Delta x) + \frac{\partial i_x}{\partial t} (L \cdot \Delta x) + v_{x+\Delta x}$$

$$i_x = v_{x+\Delta x} (G \cdot \Delta x) + \frac{\partial v_{x+\Delta x}}{\partial t} (C \cdot \Delta x) + i_{x+\Delta x}$$

Líneas de transmisión metálicas (2)

Operando:

$$\frac{v_{x+\Delta x} - v_x}{\Delta x} = -i_x R - \frac{\partial i_x}{\partial t} L$$
$$\frac{i_{x+\Delta x} - i_x}{\Delta x} = -v_{x+\Delta x} G - \frac{\partial v_{x+\Delta x}}{\partial t} C$$

Haciendo que Δx tienda a 0:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = -R i_x - L \frac{\partial i_x}{\partial t}$$
$$\frac{\partial i_x}{\partial x} = -G v_x - C \frac{\partial v_x}{\partial t}$$

Derivando la primera ecuación respecto a x y la segunda respecto a t :

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} = -R \frac{\partial i_x}{\partial x} - L \frac{\partial^2 i_x}{\partial x \partial t}$$
$$\frac{\partial^2 i_x}{\partial x \partial t} = -G \frac{\partial v_x}{\partial t} - C \frac{\partial^2 v_x}{\partial t^2}$$

En la primera ecuación se obtiene una ecuación exclusivamente en términos de v_x sustituyendo $\frac{\partial i_x}{\partial x}$ y $\frac{\partial^2 i_x}{\partial x \partial t}$, resultando una ecuación diferencial para $v(x, t)$:

$$\frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = R G v(x, t) + (R C + L G) \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + L C \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2}$$

Líneas de transmisión metálicas (3)

De la misma manera se obtiene una ecuación diferencial para $i(x, t)$:

$$\frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial x^2} = R G i(x, t) + (R C + L G) \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} + L C \frac{\partial^2 i(x, t)}{\partial t^2}$$

Una solución para $v(x, t)$ es, considerando un fasor como excitación:

$$v(x, t) = V_o e^{j\omega_o t} e^{-\gamma(f_o)x} + V'_o e^{j\omega_o t} e^{\gamma(f_o)x}$$

y para $i(x, t)$ es:

$$i(x, t) = \left[V_o e^{j\omega_o t} e^{-\gamma(f_o)x} - V'_o e^{j\omega_o t} e^{\gamma(f_o)x} \right] \frac{1}{Z_0(f_o)}$$

donde:

$$\gamma(f_o) = \sqrt{(R + j\omega_o L)(G + j\omega_o C)}$$

$$Z_0(f_o) = \sqrt{\frac{R + j\omega_o L}{G + j\omega_o C}}$$

se denominan **parámetros secundarios**.

Se puede extender a todo tipo de señales ya que el análisis de Fourier permite descomponer cualquier señal en un conjunto de sinusoides.

Si se considera una línea infinitamente larga, aplicando la condición de contorno en $x = \infty$ desaparece el segundo término y queda la ecuación:

$$v(x, t) = V_o e^{j\omega_o t} e^{-\gamma(f_o)x} = v(0, t) e^{-\gamma(f_o)x}$$

Asimismo, se puede obtener la intensidad $i(x, t)$ para la línea infinitamente larga:

$$i(x, t) = \frac{1}{Z_0(f_o)} V_o e^{j\omega_o t} e^{-\gamma(f_o)x}$$

Impedancia característica

Se define la impedancia en cualquier punto de la línea:

$$Z(x) = \frac{v(x, t)}{i(x, t)}$$

Para la línea infinitamente larga y para todo el rango de frecuencias:

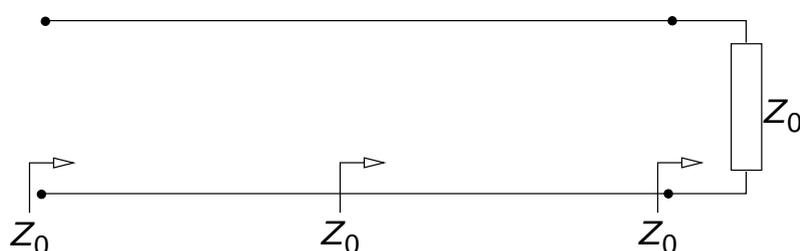
$$Z(x) = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = Z_0$$

que es independiente del punto de la línea y recibe el nombre de **impedancia característica** por ser constante a lo largo de la misma (para una f) y por depender de sus parámetros característicos R , L , C y G .

Z_0 es función de la frecuencia, cuyo valor tiende a $\sqrt{\frac{L}{C}}$ cuando la **frecuencia tiende a infinito** suponiendo que los parámetros característicos son independientes de la frecuencia, situación que no es completamente cierta. R aumenta con la frecuencia debido al **efecto pelicular**.

(En los conductores metálicos, al aplicar una CC, el flujo de electrones a través de cualquier sección transversal es uniforme; al aplicar una CA, la autoinducción retarda el flujo de electrones por el centro del cable. A medida que aumenta la frecuencia de la corriente, el flujo de electrones por el centro del cable disminuye, por lo que la mayoría de los electrones viaja por una pequeña sección cercana a la superficie del conductor.)

Si la línea tiene longitud finita pero está terminada en una impedancia igual a su impedancia característica Z_0 , el análisis es idéntico al de la línea de longitud infinita y se obtiene asimismo $Z(x) = Z_0$.



Constante de propagación

Tanto para las líneas de longitud infinita como para las líneas de longitud finita terminadas en su impedancia característica, se obtiene:

$$v(x, t) = V_o e^{j\omega_o t} e^{-\gamma(f_o)x} = v(0, t) e^{-\gamma(f_o)x}$$

donde $\gamma(f_o)$ es la **constante de propagación** para $f = f_o$. Considerando la fórmula general:

$$\gamma(f) = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha(f) + j\beta(f)$$

$\alpha(f)$ es la **constante de atenuación** ya que describe la pérdida de amplitud de la señal según progresa por la línea de transmisión. Se obtiene en Np/km, pero, mediante el factor de escala 8,686 se convierte a dB/km.

Atenuación total de una línea de transmisión de longitud d [km] será:

$$A_t [\text{dB}] = \alpha [\text{dB/km}] \cdot d [\text{km}]$$

y la potencia recibida al final de la misma será:

$$P_R [\text{dBm}] = P_T [\text{dBm}] - A_t [\text{dB}]$$

$\beta(f)$ es la **constante de fase** ya que describe el retardo que adquiere la señal según progresa por la línea de transmisión. Se obtiene en rad/km y permite obtener la velocidad de propagación.

Función de transferencia

Se obtuvo que para una frec. pura en una línea adaptada (o con $d = \infty$):

$$v(x, t) = V_o e^{j\omega_o t} e^{-\gamma(f_o)x}$$

Considerando el medio de transmisión como SLI y teniendo en cuenta que la solución anterior es válida para cualquier frecuencia f_o , la función de transferencia del sistema (donde α está expresada en Np/km) es:

$$\begin{aligned} v(x, t) &= y(t) = x(t) \cdot H(f_o) \\ \Rightarrow H(f) &= e^{-\gamma(f)x} = e^{-\alpha(f)x} e^{-j\beta(f)x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H(f) &= |H(f)| e^{j\varphi(f)} \\ \Rightarrow |H(f)| &= e^{-\alpha(f)x} \quad \varphi(f) = -\beta(f)x \end{aligned}$$

La línea no modificará la señal (no provocará distorsión lineal) si:

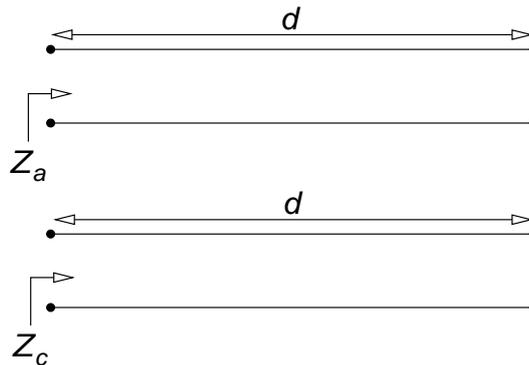
$$|H(f)| = \text{cte} \Rightarrow \alpha(f) = \text{cte} \Rightarrow \frac{\partial \alpha(f)}{\partial f} = 0$$

$$\varphi(f) = \text{cte}' \cdot f \Rightarrow \beta(f) = \text{cte}'' \cdot f \Rightarrow \frac{\partial \beta(f)}{\partial f} = \text{cte}'' \Rightarrow \frac{\partial^2 \beta(f)}{\partial f^2} = 0$$

Medida de los parámetros de la línea

Obtención de los **parámetros de transmisión** (γ y Z_0):

Se miden las impedancias de la línea (finita) desde un extremo cuando el otro extremo está terminado en circuito abierto Z_a y en cortocircuito Z_c :



$$Z_0 = \sqrt{Z_a Z_c}$$

$$\operatorname{tgh}(\gamma d) = \sqrt{\frac{Z_c}{Z_a}}$$

siendo d la longitud de la línea.

Obtención de los **parámetros primarios** (R , L , G y C):

$$R + j\omega L = \gamma Z_0$$

$$G + j\omega C = \gamma / Z_0$$

por lo que

$$R = \operatorname{Re}[\gamma Z_0] \quad L = \operatorname{Im}[\gamma Z_0 / \omega]$$

$$G = \operatorname{Re}[\gamma / Z_0] \quad C = \operatorname{Im}[\gamma / Z_0 \omega]$$

Línea sin pérdidas

Se considera: $R = 0$ y $G = 0$ (solo hay elementos reactivos).

Se obtiene que:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

\Rightarrow ofrece una impedancia real pura.

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = j\omega\sqrt{LC}$$

$\Rightarrow \alpha = 0$ (obvio)

$\Rightarrow \beta = \omega\sqrt{LC}$

$$v_{fase} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \text{cte}$$

La línea ni atenúa ni distorsiona.

Línea sin distorsión

Criterios de medio ideal: $\frac{\partial \alpha}{\partial f} = 0$ ($\alpha = \text{cte}$) y $\frac{\partial^2 \beta}{\partial f^2} = 0$ ($\beta = \text{cte}' \cdot f$).

Aplicando cualquiera de las dos condiciones se obtiene $RC = LG$, denominada **condición de Heaviside**.

Aplicando $RC = LG$ se obtiene que:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\alpha = \sqrt{RG}$$

$$\beta = \omega \sqrt{LC}$$

$$v_{fase} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \text{cte}$$

La línea atenúa pero no distorsiona (suponiendo que los parámetros primarios son ctes. con f).

En cables reales: $RC > LG$.

Para alcanzar la condición de no distorsión sería necesario:

$R \downarrow \Rightarrow \varnothing \uparrow \Rightarrow \text{caro}$;

$C \downarrow \Rightarrow \text{separación entre conductores} \uparrow \Rightarrow \text{grosor} \uparrow \Rightarrow \text{flexibilidad} \downarrow$;

$G \uparrow \Rightarrow \text{aislamiento} \downarrow \Rightarrow \alpha \uparrow$;

$L \uparrow$ Procedimiento empleado durante décadas para evitar la distorsión lineal de las líneas de transmisión metálicas.

Actualmente se prefiere compensar la distorsión mediante el empleo de filtros igualadores.

Aproximación de baja frecuencia

Se considera que $R \gg \omega L$ y que $G \ll \omega C$

Se obtiene:

$$|Z_0| \approx \sqrt{\frac{R}{\omega C}} \quad \text{y} \quad \varphi_{Z_0} \approx -\pi/4$$

$$\alpha \approx \sqrt{\frac{\omega RC}{2}}$$

$$\beta \approx \sqrt{\frac{\omega RC}{2}}$$

$$v_{fase} = \frac{\omega}{\beta} \approx \sqrt{\frac{2\omega}{RC}} \neq \text{cte}$$

Se produce distorsión lineal, tanto de amplitud como de fase.

Aproximación de alta frecuencia

Se considera que $R \ll \omega L$ y que $G \ll \omega C$ (y $G \downarrow\downarrow$)

Se obtiene:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\alpha \approx \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \approx \frac{R}{2Z_0}$$

$$\beta \approx \omega \sqrt{LC}$$

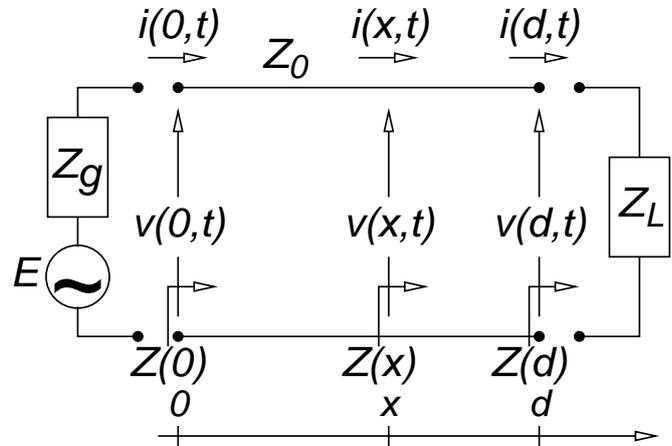
$$v_{fase} = \frac{\omega}{\beta} \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} = \text{cte}$$

Se produce distorsión lineal (solamente de amplitud) ya que α no es constante debido al efecto pelicular:

R aumenta con \sqrt{f} y, por lo tanto, α aumenta con \sqrt{f} .

Caso general de líneas de transmisión (1)

- Línea finita ($d \neq \infty$)
- Impedancia de carga $Z_L \neq Z_0$
- Régimen permanente
- Excitación sinusoidal (ω_o)



$$v(x, t) = V_o e^{j\omega_o t} e^{-\gamma x} + V'_o e^{j\omega_o t} e^{\gamma x} = v_i(x, t) + v_r(x, t)$$

$$i(x, t) = \frac{1}{Z_0} (V_o e^{j\omega_o t} e^{-\gamma x} - V'_o e^{j\omega_o t} e^{\gamma x}) = \frac{1}{Z_0} (v_i(x, t) - v_r(x, t))$$

$$Z(x) = \frac{v(x, t)}{i(x, t)} \quad Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega_o L}{G + j\omega_o C}} \quad \gamma = \sqrt{(R + j\omega_o L)(G + j\omega_o C)}$$

$v_i(x, t)$ = onda incidente ; $v_r(x, t)$ = onda reflejada

$$v_i(x, t) = V_o e^{j\omega_o t} e^{-\gamma x} = v_i(0, t) e^{-\gamma x}$$

$$i_i(x, t) = \frac{v_i(x, t)}{Z_0} = \frac{v_i(0, t) e^{-\gamma x}}{Z_0}$$

- Coeficiente de reflexión de tensión en el punto x:

$$\rho(x) = \frac{v_r(x, t)}{v_i(x, t)} = \frac{V'_o}{V_o} e^{2\gamma x} = \rho(0) e^{2\gamma x}$$

$$\rightarrow \rho(0) = \rho(x) e^{-2\gamma x} ; \quad \rho(0) = \rho(d) e^{-2\gamma d} ; \quad \rho(x) = \rho(d) e^{-2\gamma \cdot (d-x)}$$

Caso general de líneas de transmisión (2)

- Reescribiendo $v(x, t)$ e $i(x, t)$ en función de $\rho(x)$:

$$\left. \begin{aligned} v(x, t) &= v_i(x, t) (1 + \rho(x)) \\ i(x, t) &= \frac{v_i(x, t)}{Z_0} (1 - \rho(x)) \end{aligned} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{No representaremos } t \text{ para} \\ \text{simplificar la notación.} \end{array}$$

- Analizando el final de la línea ($x = d$) ($Z(d) = Z_L$ es conocida, por lo que por lo general todos los cálculos se suelen referir a este punto):

$$Z_L = \frac{v(d)}{i(d)} = \frac{v_i(d)}{v_i(d)/Z_0} \frac{1 + \rho(d)}{1 - \rho(d)} \Rightarrow \rho(d) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

- Analizando cualquier punto x de la línea:

$$Z(x) = \frac{v_i(x)}{v_i(x)/Z_0} \frac{1 + \rho(x)}{1 - \rho(x)} \Rightarrow \rho(x) = \frac{Z(x) - Z_0}{Z(x) + Z_0}$$

pero se suele usar: $\rho(x) = \rho(d) e^{-2\gamma \cdot (d-x)} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-2\gamma \cdot (d-x)}$

- Analizando el principio de la línea ($x = 0$):

$$v(0) = \frac{E}{Z_g + Z(0)} Z(0) = v_i(0)(1 + \rho(0)) \quad \text{donde } \rho(0) = \frac{Z(0) - Z_0}{Z(0) + Z_0}$$

$$\rightarrow v_i(0) = \frac{E}{2} \frac{Z(0) + Z_0}{Z(0) + Z_g} = \text{tensión incidente al inicio de la línea}$$

- Si $Z_L = Z_0 \Rightarrow \rho(d) = 0 \Rightarrow \rho(x) = 0$
 $\Rightarrow Z(x) = Z_0$ en cualquier punto de la línea.

- En líneas largas y con atenuación:

$$|\rho(0)| = |\rho(d)| e^{-2\alpha d} \rightarrow 0 \Rightarrow \rho(0) \simeq 0 \Rightarrow Z(0) \simeq Z_0$$

Caso general de líneas de transmisión (3)

- Potencia aparente en la carga:

$$p = |v(d) \cdot i^*(d)| = |v_i(d) \cdot i_i^*(d)| \cdot |1 - \rho^2(d)| = \frac{|v_i(d)|^2}{|Z_0|} \cdot |1 - \rho^2(d)|$$

$$\text{Si } Z_0 = R_o \Rightarrow p = \frac{|v_i(d)|^2}{R_o} |1 - \rho^2(d)|$$

- Potencia media que pasa a la carga:

$$p_m = \text{Re} [v(d) \cdot i^*(d)] = \text{Re} [v_i(d) \cdot i_i^*(d) (1 - |\rho(d)|^2 + (\rho(d) - \rho^*(d)))]$$

$$\text{Si } Z_0 = R_o \Rightarrow p_m = \frac{|v_i(d)|^2}{R_o} (1 - |\rho(d)|^2)$$

- Aplicando: $v_i(d) = v_i(0) e^{-\gamma d}$ y $i_i(d) = \frac{v_i(0)}{Z_0} e^{-\gamma d}$

$$p = |v_i(0) \cdot i_i^*(0)| \cdot e^{-2\alpha d} \cdot |1 - \rho^2(d)| = \frac{|v_i(0)|^2}{|Z_0|} \cdot e^{-2\alpha d} \cdot |1 - \rho^2(d)|$$

$$p_m = \text{Re} [v_i(0) \cdot e^{-\gamma d} (1 + \rho(d)) \cdot i_i^*(0) \cdot (e^{-\gamma d})^* \cdot (1 - \rho(d))^*]$$

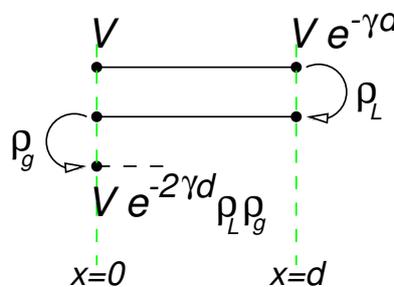
$$= \text{Re} \left[v_i(0) \cdot \frac{v_i^*(0)}{Z_o^*} |e^{-\gamma d}|^2 (1 + \rho(d)) \cdot (1 - \rho(d))^* \right]$$

$$= \text{Re} \left[\frac{|v_i(0)|^2}{Z_o^*} e^{-2\alpha d} (1 - |\rho(d)|^2 + (\rho(d) - \rho^*(d))) \right]$$

Caso general de líneas de transmisión (4)

Considerando las reflexiones sucesivas de una onda:

- $v_i(x)$ (onda incidente) es la suma de todas las ondas moviéndose hacia la derecha (hacia la carga)
- $v_r(x)$ (onda reflejada) es la suma de todas las ondas moviéndose hacia la izquierda (hacia el generador por haberse reflejado en la carga).



donde $V = \frac{E}{Z_g + Z_0} Z_0$, $\rho_L = \rho(d) = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$ y $\rho_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0}$.

La tensión incidente al inicio de la línea, como suma de ondas incidentes en $x = 0$, es:

$$v_i(0) = V + V(e^{-2\gamma d} \rho_L \rho_g) + V(e^{-2\gamma d} \rho_L \rho_g)^2 + \dots = V \frac{1}{1 - \rho_g \rho_L e^{-2\gamma d}} =$$

$$= \frac{E}{Z_g + Z_0} Z_0 \frac{1}{1 - \rho_g \rho(0)} = \frac{E}{2} (1 - \rho_g) \frac{1}{1 - \rho_g \rho(0)} = \frac{E}{2} \frac{Z(0) + Z_0}{Z(0) + Z_g}$$

Cables de pares

Los cables de pares están formados por conjuntos de **pares**:

- Dos conductores de Cu, \varnothing entre 0,4 y 1,3 mm.
- Trenzados para disminuir la diafonía (acoplamiento electromagnético con los conductores de otros pares).
- Cada conductor está aislado individualmente.
- El par puede estar aislado del resto de los pares.

El conjunto de todos los pares del cable puede estar apantallado para disminuir las perturbaciones provenientes del exterior.

Habitualmente se explotan cables de pares simétricos, que son aquellos que tienen sus hilos simétricos respecto a tierra.

Parámetros primarios

Temperatura de referencia: $t_{\text{ref}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

L , C y G apenas varían con la temperatura, t , o la frecuencia, f .
Valores típicos: $L \approx 0,7 \text{ mH/km}$, $C \approx 35 \text{ nF/km}$ y G muy baja.

R varía con t y f , siendo su medida de referencia en corriente continua:

$$R_{CC}(20 \text{ }^\circ\text{C}) = 2\rho/S \quad \Omega/\text{km}$$

- 2 = debido a la existencia de dos conductores.
- ρ = resistividad del conductor ($\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{km}$)
 $\rho_{\text{cu}}(20 \text{ }^\circ\text{C}) = 0,01724 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m} = 17,24 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{km}$
- S = sección del conductor (mm^2) = $\pi r^2 = \pi \varnothing^2 / 4$

La variación con t se describe por:

$$R_{CC}(t) = R_{CC}(20 \text{ }^\circ\text{C}) \cdot [1 + 0,004(t - 20)] \quad \Omega/\text{km}$$

Para $\varnothing = 0,4 - 1,3 \text{ mm}$ los valores típicos son:

$$R_{CC}(20 \text{ }^\circ\text{C}) \quad 275 - 26 \quad \Omega/\text{km}$$

$$R_{CC}(35 \text{ }^\circ\text{C}) \quad 291 - 28 \quad \Omega/\text{km}$$

La variación con f (efecto pelicular) se caracteriza por la fórmula empírica de Levasseur:

$$R_{CA}(t) = R_{CC}(t) \frac{1}{4} \left[1 + (3^6 + 8 u^6)^{1/6} \right]$$

$$u = r \sqrt{\mu\sigma 2\pi f} \quad u_{\text{cu}} = 0,0107\varnothing[\text{mm}]\sqrt{f[\text{Hz}]}$$

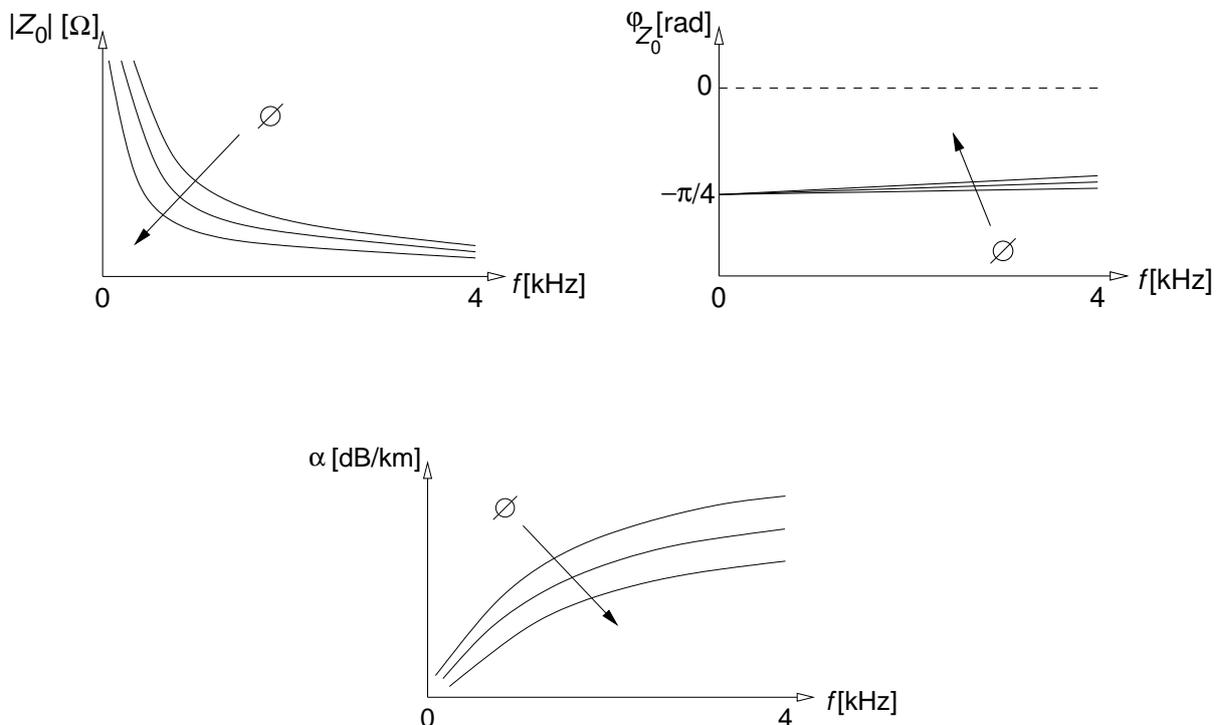
donde r , μ y σ son el radio (m), la permeabilidad magnética (H/m) y la conductividad (S/m), inversa de la resistividad ρ ($\Omega \cdot \text{m}$), del conductor.

Parámetros de transmisión (1)

Explotación para transmisión de audio analógico en banda base

Z_0 y γ mediante la aproximación de baja frecuencia.

Las figuras muestran la variación de Z_0 y α en función del diámetro del conductor y de la frecuencia.



Tal como se vio en el análisis de baja frecuencia, hay distorsión ya que $\alpha \propto \sqrt{f}$ y $\beta \propto \sqrt{f}$.

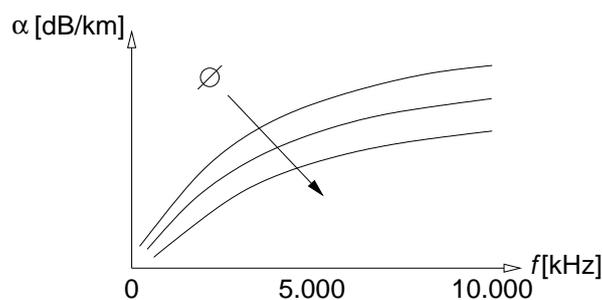
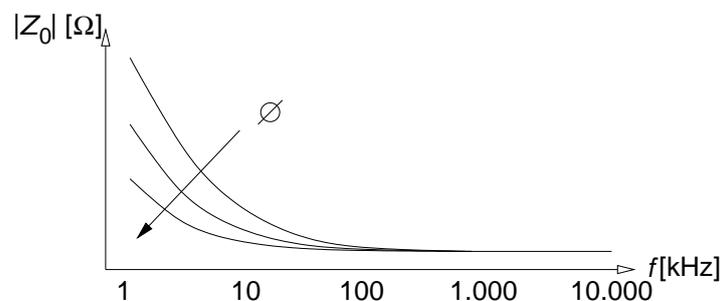
La atenuación en un cable de abonado para 4 kHz está entre: 1,2 dB/km ($\varnothing = 0,8$ mm) y 2,7 dB/km ($\varnothing = 0,4$ mm).

Parámetros de transmisión (2)

Explotación para transmisión de señales moduladas

Z_0 y γ mediante la aproximación de alta frecuencia (el ancho de banda se extiende hasta varios MHz).

Las figuras muestran la variación de $|Z_0|$ y α en función del diámetro del conductor y de la frecuencia.



Aunque $\beta \propto f$, hay distorsión ya que $\alpha \propto \sqrt{f}$.

α **crece** con $\sqrt{f} \Rightarrow \alpha_{f_{\text{máx}}}$ puede ser muy elevado \Rightarrow limitación habitual para la distancia de transmisión.

Parámetros de transmisión (3)

Sistemas de transmisión de señales digitales plesiócronicas

La UIT tiene estandarizados varios tipos de cables de pares (Recs. UIT-T G.612, G.613 y G.614), permitiendo su uso en transmisión digital hasta 34 Mb/s.

Cada recomendación incluye el valor de α [dB/km] para una temperatura y una frecuencia de referencia. En la Rec. G.613 se indica que la variación con la temperatura es:

$$\alpha(t) = \alpha(t_{ref}) \cdot [1 + 0,002(t - t_{ref})]$$

y que la variación con la frecuencia es:

$$\alpha(f) = \alpha(f_{ref}) \sqrt{f/f_{ref}}$$

Se recomiendan cables con atenuación entre 5 y 16 dB/km para 1 MHz.

Sistemas de cableado genérico (1)

Sistemas de cableado independientes de la aplicación para su uso en instalaciones propias (cableado estructurado).

EE.UU.: TIA/EIA-568 → Internac.: ISO/IEC IS 11801 → Europa: CENELEC EN 50173.
(se van actualizando y eliminando categorías obsoletas)

TIA clasifica en Categorías, pero ISO y CENELEC clasifican en Categorías para los componentes, y en Clases para el enlace permanente y para el rendimiento del canal.

- Categoría 3 (Clase C), hasta 16 MHz \Rightarrow 16 Mb/s
- Categoría 5 (Clase D), hasta 100 MHz \Rightarrow 100 Mb/s
- Categoría 5e (Clase D), hasta 100 MHz \Rightarrow 1 Gb/s

Son cables U/UTP (*Unshielded/Unshielded Twisted Pair*) = par trenzado sin apantallar.

\varnothing entre 0,4 mm y 0,6 mm, $R_{cc} < 300 \Omega/\text{km}$, $G < 6 \text{ nS}/\text{km}$

- Cat. 3 y 5: $Z_0 = 125 \Omega$ ($f = 64 \text{ kHz}$)
- Cat. 3: $Z_0 = 100 \Omega$ ($f > 1 \text{ MHz}$) $\alpha = 26 \text{ dB}/\text{km}$ ($f = 1 \text{ MHz}$).
- Cat. 5: $Z_0 = 100 \Omega$ ($f > 1 \text{ MHz}$) $\alpha = 21 \text{ dB}/\text{km}$ ($f = 1 \text{ MHz}$).

Su uso para cableado horizontal de edificios (cableado intraplanta) \Rightarrow $d_{\text{máx}} = 100 \text{ m}$.

Las atenuaciones máximas permitidas en los extremos de la banda de transmisión para esta distancia son:

- Cat. 3 y 5: $A < 1 \text{ dB}$ ($f = 64 \text{ kHz}$)
- Categoría 3: $A = 13,1 \text{ dB}$ ($f = 16 \text{ MHz}$)
- Categoría 5: $A = 22 \text{ dB}$ ($f = 100 \text{ MHz}$)

Sistemas de cableado genérico (2)

Antes se permitía $Z_0 = 120 \Omega$ y $Z_0 = 150 \Omega$:

$Z_0 \uparrow$ para que $A \downarrow$ $\left(\alpha \simeq \frac{R}{2Z_0} \right)$, pero $Z_0 \uparrow$ $\left(Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \right) \Rightarrow C \downarrow$
 \Rightarrow separación entre hilos $\uparrow \Rightarrow$ cables más gruesos y menos flexibles

p.ej.: Cat. 5: $Z_0 = 120 \Omega$ ($f > 1$ MHz) $\alpha = 20$ dB/km ($f = 1$ MHz)
para $d = 100$ m: $A = 19$ dB ($f = 100$ MHz)

Categorías más recientes:

- Categoría 6 (Clase E), hasta 250 MHz \Rightarrow 1 Gb/s
Categoría 6a (Clase E_A), hasta 500 MHz \Rightarrow 10 Gb/s (hasta 55 m)
- Categoría 7 (Clase F), hasta 600 MHz \Rightarrow 10 Gb/s
Categoría 7a (Clase F_A), hasta 1 GHz \Rightarrow 10 Gb/s
- Categoría 8 (Clases I y II), hasta 2 GHz \Rightarrow 40 Gb/s (hasta 30 m)

Categoría 6 son cables U/UTP y F/UTP (apantallamiento global).

Categorías 7 y 8 son cables S/FTP (apantallamiento de cada par y global).

Su uso para cableado horizontal de edificios (cableado intraplanta) \Rightarrow
 $d_{\text{máx}} = 100$ m.

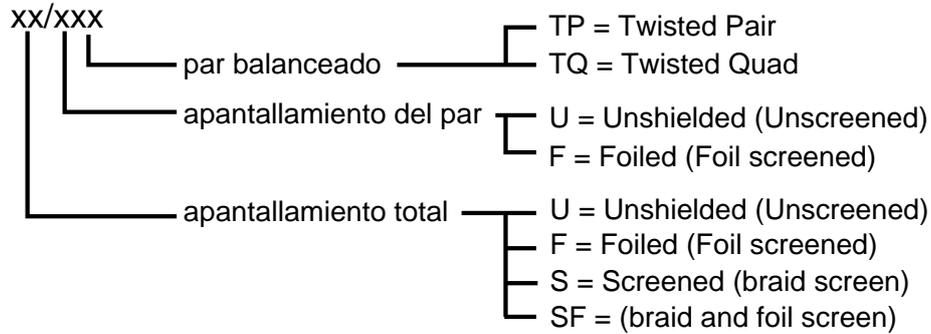
Las atenuaciones máximas permitidas en los extremos superiores de la banda de transmisión para esta distancia son:

- Categoría 6: $A = 36$ dB ($f = 250$ MHz)
- Categoría 7: $A = 54,1$ dB ($f = 600$ MHz)

Sistemas de cableado genérico (3)

Confusión con terminologías antiguas y propias en los tipos de cables.

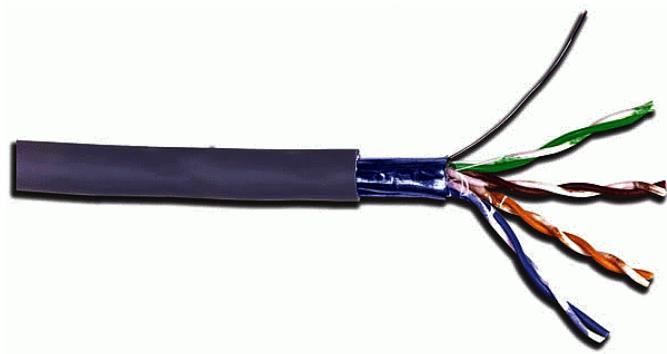
Nomenclatura ISO/IEC 11801 Anexo E:



Cable U/UTP (*Unshielded/Unshielded Twisted Pair*) (Cat. 3, 5e, 6)
 (Nomenclatura obsoleta: UTP, TP)



Cable F/UTP (*Foiled/Unshielded Twisted Pair*) (Cat. 5e, 6)
 (Nomenclatura obsoleta: ScTP, Screened, FTP)



Cable S/FTP (*Screened/Foiled Twisted Pair*) (Cat. 6, 7)
 (Nomenclatura obsoleta: STP, SSTP, Fully Shielded, Screened/Shielded)



Cables coaxiales

Dos conductores, generalmente de cobre:

- uno interior cilíndrico, generalmente macizo, insertado concéntricamente dentro de otro exterior de forma tubular;
- se denomina tubo al conjunto de los dos conductores junto con el dieléctrico que los aísla y mantiene la concentricidad.

La estructura coaxial garantiza un apantallamiento que minimiza las perturbaciones provenientes del exterior.

Actualmente los cables coaxiales solamente se usan en distancias muy cortas, ya que los cables de pares les superan en mayor flexibilidad y las fibras ópticas en menor atenuación.

Parámetros primarios y de transmisión

Rec. UIT-T G.621, microcoaxial: $\varnothing_{int}/\varnothing_{ext} = 0,7/2,9$ mm

Rec. UIT-T G.622, coaxial pequeño: $\varnothing_{int}/\varnothing_{ext} = 1,2/4,4$ mm

Rec. UIT-T G.623, coaxial normal: $\varnothing_{int}/\varnothing_{ext} = 2,6/9,5$ mm

Temperatura de referencia: $t_{ref} = 10$ °C.

Como en los cables de pares:

- L , C y G apenas varían con t o f .
- R varía con t y f .
- $G \approx 0$ en todo el rango de frecuencias de uso (por el aislamiento empleado).

Impedancia característica aproximadamente constante para altas frecuencias con la siguiente variación con la frecuencia:

$$Z_0(f) = Z_0(\infty) + (1 - j) \frac{k}{\sqrt{f}} \quad [\Omega]$$
$$Z_0(f) = 74,4 + (1 - j) \frac{0,9151}{\sqrt{f[\text{MHz}]}} \quad [\Omega] \quad (\text{Rec. UIT-T G.623})$$

La atenuación presenta una variación con la frecuencia:

$$\alpha(f) = k_1 + k_2 \sqrt{f} + k_3 f \approx k_2 \sqrt{f} \quad [\text{dB/km}]$$
$$\alpha(f) = 0,01 + 2,3 \sqrt{f[\text{MHz}]} + 0,003 f[\text{MHz}] \quad [\text{dB/km}] \quad (\text{Rec. UIT-T G.623})$$

$$\alpha = 8,9 \text{ dB/km a } 1 \text{ MHz (Rec. UIT-T G.621)}$$

$$\alpha = 5,3 \text{ dB/km a } 1 \text{ MHz (Rec. UIT-T G.622)}$$

$$\alpha = 2,3 \text{ dB/km a } 1 \text{ MHz (Rec. UIT-T G.623)}$$

La variación con la temperatura viene descrita por:

$$\alpha(t) = \alpha(10 \text{ °C}) \cdot [1 + 0,002(t - 10)]$$

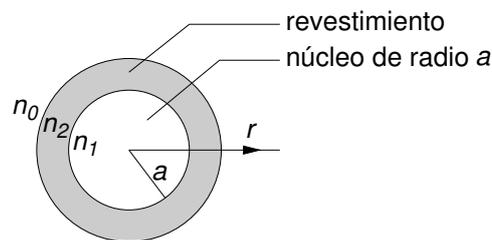
Líneas de transmisión por fibra óptica

Ventajas

- Facilidad de instalación:
 - pequeño diámetro, peso reducido, pequeño radio de curvatura.
- Disponibilidad de la materia prima: sílice (SiO_2).
- Pequeña atenuación: secciones de regeneración de más de 200 km.
- Insensibilidad a la diafonía y a las interferencias electromagnéticas.
- Estabilidad de los parámetros de transmisión frente a variaciones climáticas.

Estructura de la fibra óptica

Dos dieléctricos cilíndricos coaxiales con \neq índice de refracción n .
($n_{\text{vacío}} = 1$, $n_{\text{aire}} = 1,000\ 29$)



$$\begin{aligned} n_1 &> n_2 \\ n_1 &> n_0 \quad (\text{generalmente el aire} \Rightarrow n_0 = 1) \end{aligned}$$

- $n_1(r)$ puede ser constante o variable (decreciente con r).
- $n_2(r)$ es constante.
- ejemplo de valores: $n_1 = 1,49$ $n_2 = 1,48$.
- n depende de la longitud de onda λ .

Relación entre la longitud de onda, λ , y la frecuencia, f :

$$\lambda \cdot f = v_{\text{medio}} = \frac{c}{n}$$

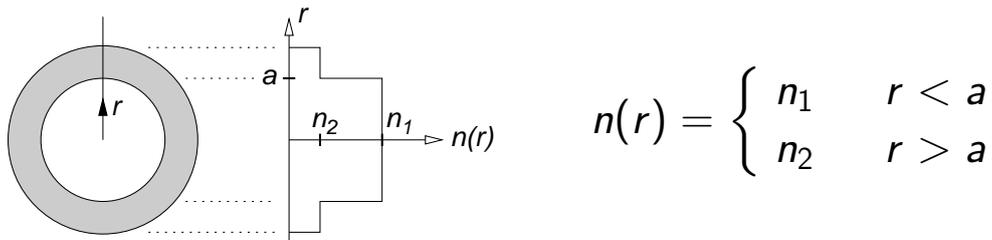
- $c = 3 \cdot 10^8$ m/s: velocidad de la luz en el vacío.

λ no es un invariante de un tono \Rightarrow se habla de λ en el vacío.

Perfil del índice de refracción

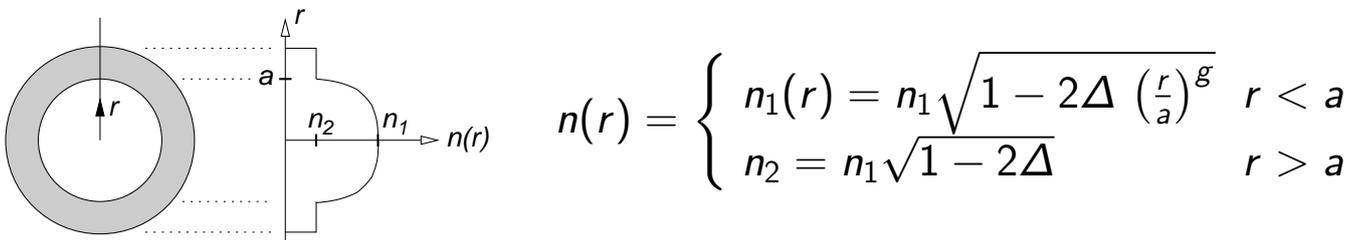
Fibra óptica de índice escalonado o salto de índice (SI)

Índice de refracción constante en el núcleo y en el revestimiento.

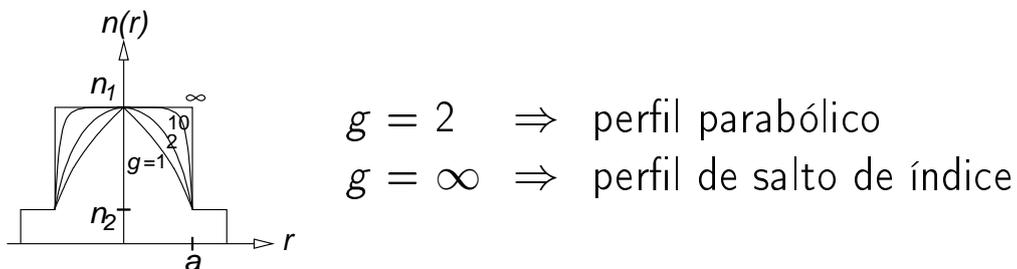


Fibra óptica de índice gradual (IG)

Índice de refracción del núcleo variable, siendo máximo en el centro, y mínimo en el borde.



donde g es el parámetro de perfil del índice de refracción del núcleo



y donde $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2 n_1^2}$, que para $\Delta \ll 1$ se aproxima por $\Delta \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1}$.

Propagación de la luz en las fibras ópticas

Análisis mediante la teoría modal (1)

El *núcleo* es el soporte físico de la radiación óptica guiada y el *revestimiento* ayuda al confinamiento de dicha radiación dentro del núcleo.

Aplicando las ecuaciones de Maxwell a la luz que se propaga por la fibra óptica \Rightarrow soluciones de dichas ecuaciones que se denominan *modos de propagación*.

Modos de propagación = campos EM de estructura particular que propagan energía a lo largo de la fibra óptica a una velocidad distinta.

Supongamos una f.o. de salto de índice (n_1 y n_2 no varían con r).

Cada solución tiene la forma, expresada en coordenadas cilíndricas $\bar{x} = (r, \phi, x)$:

$$e(\bar{x}, f) = Ae^{-j\beta(f)x} J_m(pr) e^{jm\phi}$$

donde:

J_m son las funciones de Bessel,

m es entero (el campo debe ser periódico con ϕ con período 2π),

$p^2 = (n_1 \omega/c)^2 - \beta^2$ (se llama $\omega/c = 2\pi/\lambda = k_o$)

Para cada valor de m hay varias soluciones β_{mn} (para un m determinado, $n = 0, 1, 2, \dots$).

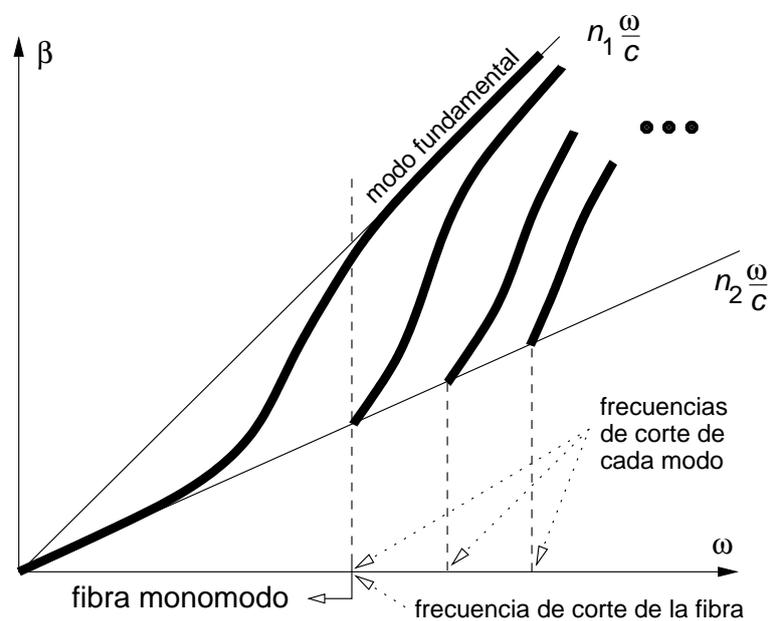
Cada β_{mn} se corresponde con un *modo de propagación*.

Para abreviar se suelen llamar β .

Propagación de la luz en las fibras ópticas Análisis mediante la teoría modal (2)

Se verifica: $n_2 \frac{\omega}{c} < \beta(f) < n_1 \frac{\omega}{c}$

La figura muestra la variación de la β de los primeros modos en función de la frecuencia angular de la luz en la fibra.



Se suele expresar: $\beta(f) = \bar{n}(\lambda) \frac{\omega}{c}$

donde $\bar{n}(\lambda)$, índice del modo o *índice efectivo*, es el índice de refracción efectivo de cada modo de propagación.

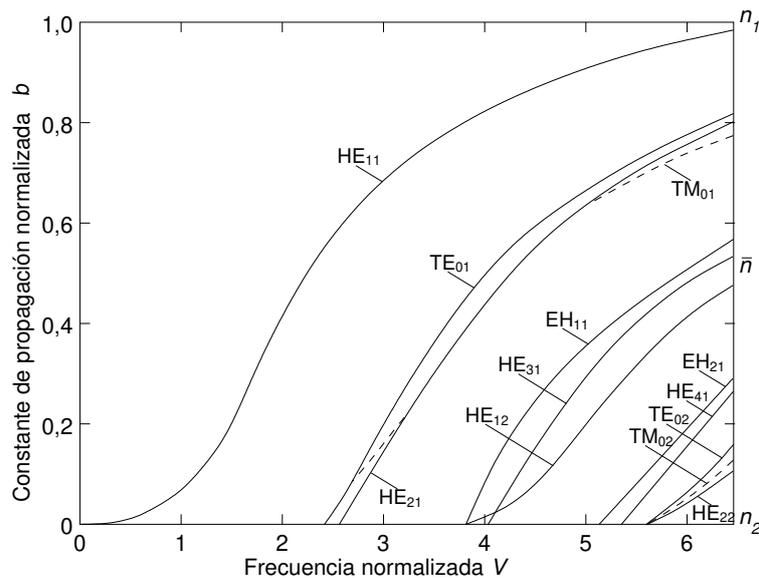
Se verifica: $n_2 < \bar{n}(\lambda) < n_1$.

Propagación de la luz en las fibras ópticas

Análisis mediante la teoría modal (3)

Para representar los resultados se suele utilizar:

- La $\beta(f)$ normalizada: $b = \frac{\bar{n}(\lambda) - n_2}{n_1 - n_2}$
 - para $\bar{n}(\lambda) = n_2 \rightarrow b = 0$
 - para $\bar{n}(\lambda) = n_1 \rightarrow b = 1$
- La frecuencia normalizada: $V = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2(0) - n_2^2}$



- Si $0 \leq V < 2,405$ solo se propaga un modo por la fibra.
- Si $V \gg 1$, el número de modos se puede aproximar por $M \approx \frac{V^2}{2}$

Extendiendo el estudio a f.o. con $n_1(r) \neq \text{cte.}$:

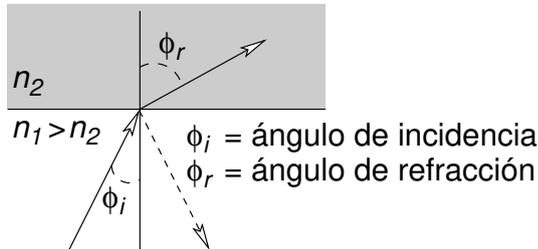
- Si $0 \leq V < 2,405 \sqrt{1 + \frac{2}{g}}$ solo se propaga un modo por la fibra.
- Si $V \gg 1$, el nº de modos se puede aproximar por: $M \approx \frac{V^2}{2} \cdot \frac{g}{g + 2}$

g = parámetro del perfil del índice de refracción del núcleo
 $g = \infty$ para fibras con $n_1(r) = \text{cte.}$

Para simplificar intuitivamente, el concepto de modo puede asociarse al de rayo luminoso.

Propagación de la luz en las fibras ópticas

Aproximación mediante la teoría de rayos (1)



Según la ley de Snell se cumple que:

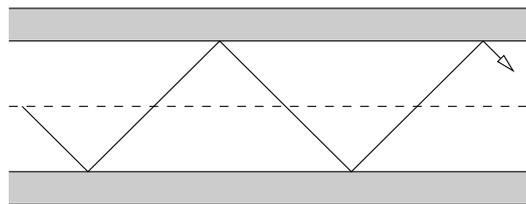
$$n_1 \operatorname{sen} \phi_i = n_2 \operatorname{sen} \phi_r$$

$$n_1 > n_2 \Rightarrow \phi_r > \phi_i.$$

Cuando $\phi_r = \frac{\pi}{2}$ el ángulo de incidencia $\phi_L = \text{ángulo límite}$:

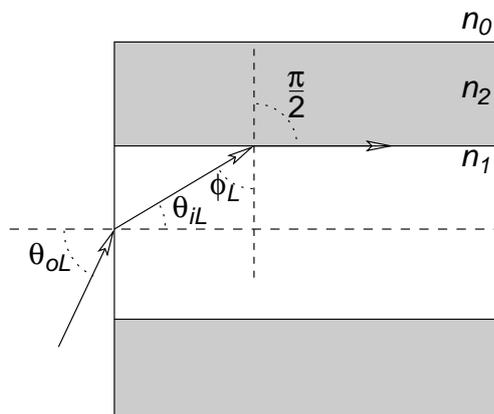
$$\operatorname{sen} \phi_L = \frac{n_2}{n_1}$$

Si el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite ($\phi_i > \phi_L$), se tiene una reflexión total. La radiación se confinará dentro del núcleo:



Para determinar la cantidad de luz aceptada por la fibra, se extiende el análisis a los ángulos de entrada a la misma. Considerando una fibra con un núcleo de índice de refracción constante:

$\theta_{oL} = \text{ángulo de aceptación} = \text{ángulo máximo de entrada a la fibra para que la radiación quede confinada en el núcleo.}$



$$n_0 \operatorname{sen} \theta_{oL} = n_1 \operatorname{sen} \theta_{iL} = n_1 \cos \phi_L$$

$$\cos \phi_L = \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 \phi_L} = \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

$$n_0 \operatorname{sen} \theta_{oL} = n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

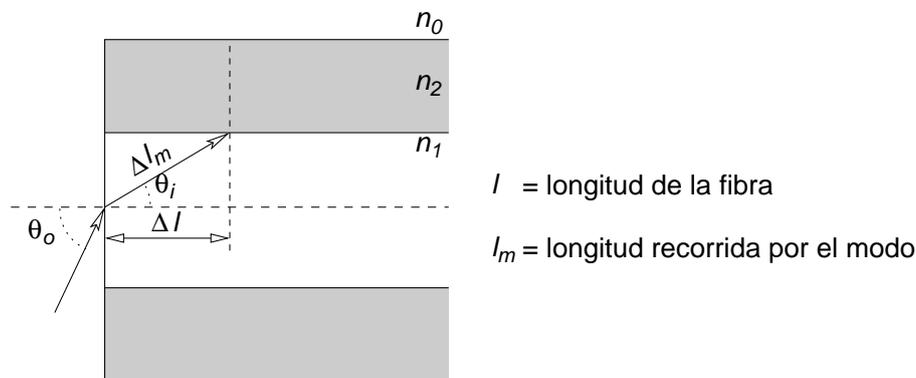
$$\theta_{oL} = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left[\frac{1}{n_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \right]$$

Propagación de la luz en las fibras ópticas

Aproximación mediante la teoría de rayos (2)

n_1 constante en fibras de salto de índice \Rightarrow velocidad de propagación de cada rayo constante a lo largo de la fibra.

Longitud recorrida por un modo con trayectoria que pasa por el eje de la fibra:



$$n_1 \operatorname{sen} \theta_i = n_0 \operatorname{sen} \theta_o \quad \Rightarrow \quad \theta_i = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left(\frac{n_0}{n_1} \operatorname{sen} \theta_o \right)$$

$$\Delta l = \Delta l_m \cdot \cos \theta_i$$

$$l = \sum \Delta l = \sum \Delta l_m \cos \theta_i = l_m \cdot \cos \theta_i$$

$$\Rightarrow \quad l_m = \frac{l}{\cos \theta_i} = \frac{l}{\cos \left[\operatorname{arc} \operatorname{sen} \left(\frac{n_0}{n_1} \operatorname{sen} \theta_o \right) \right]}$$

Tipos de fibras según los modos que se propagan

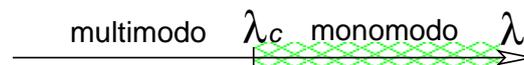
Fibra monomodo

Se propaga solamente el modo fundamental, situación que se alcanza para una fibra con $n_1 = \text{cte.}$ con $0 \leq V < 2,405$.

Se consigue $V = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2(0) - n_2^2} < 2,405$:

- reduciendo a , el radio del núcleo de la fibra;
- reduciendo la diferencia entre los índices de refracción de la fibra;
- aumentando λ del emisor.

En una fibra normal se cumple la condición de monomodo para una $\lambda > \lambda_c$ (de corte, *cut-off*), típicamente de 1200 nm, 1300 nm.

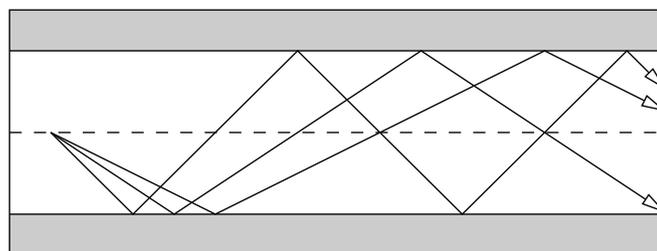


Un modo \Rightarrow gran ancho de banda \Rightarrow vel. binaria muy elevada (Gb/s).

Fibra multimodo

Se propagan varios modos que llegan al otro extremo de la fibra en tiempos diferentes \Rightarrow un pulso óptico inyectado en la fibra se ensancha.

Se produce *dispersión temporal*.



Los distintos modos recorren caminos distintos y los de trayectoria más larga llegan más tarde, provocando el ensanchamiento en el tiempo de los pulsos transmitidos. Esto genera interferencia entre pulsos, limitando la velocidad binaria que se puede transmitir.

Apertura numérica

Parámetro que indica la cantidad de luz (o energía óptica) que es capaz de aceptar la fibra óptica.

Es independiente del índice de refracción n_0 del exterior de la fibra (es más general que el ángulo de aceptación θ_{oL}).

$$AN = n_0 \operatorname{sen} \theta_{oL}$$
$$AN_{SI} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = n_1 \sqrt{2 \Delta}$$
$$AN_{IG} = \sqrt{n_1^2(r) - n_2^2} = n_1 \sqrt{2 \Delta} \sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^g}$$

Comparando los valores para ambos tipos de fibras (considerando el mismo radio):

$$AN_{IG} = AN_{SI} \left[1 - \left(\frac{r}{a}\right)^g\right]^{1/2} \leq AN_{SI}$$

⇒ las fibras ópticas de SI pueden transportar más energía óptica.

Sin embargo, el transporte de energía no es el parámetro más importante para los sistemas de transmisión, ya que relacionando la apertura numérica con la frecuencia normalizada, se obtiene:

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} AN$$

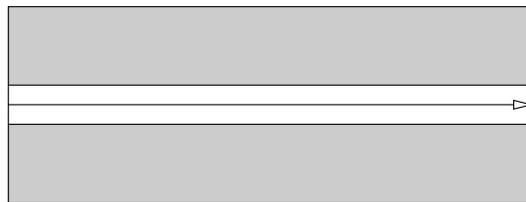
por lo que las fibras monomodo, que permiten transmitir una velocidad binaria elevada, requieren que la apertura numérica sea muy pequeña y por ello transportan poca energía óptica.

Comparación de fibras ópticas - Dispersión modal

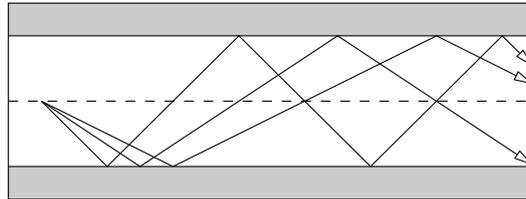
Dispersión modal debida a la existencia de varios modos de propagación.

Fibras ópticas de SI: La velocidad de propagación de cada rayo es constante.

Monomodo: no existe dispersión modal al transmitirse un único modo.



Multimodo: hay dispersión modal por retraso relativo entre los modos.



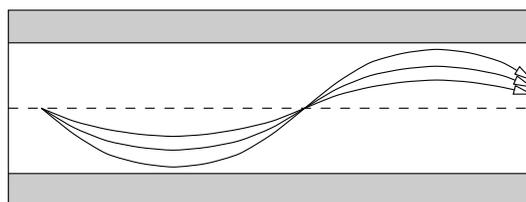
Fibras ópticas de IG: $n_1(r)$ disminuye desde el eje hasta el revestimiento

⇒ rayos más próximos al eje (camino óptico más corto) son más lentos;

⇒ rayos más alejados (camino óptico más largo) son más rápidos.

Con $g \approx 2$, perfil parabólico, las velocidades de los modos se igualan.

Multimodo: la dispersión modal es mucho menor que antes.



Comparación de fibras ópticas - Tabla

Comparación cualitativa de la dispersión modal, el ancho de banda y la apertura numérica (cantidad de luz que admite):

	$\varnothing_{ext}[\mu m]$	$\varnothing_{int}[\mu m]$	Disp. modal	Ancho Banda	AN
SI Multimodo	125	>50	↑	↓	↑↑
IG Multimodo	125	>30	↓	↑	↑
SI Monomodo	125	<10	0	↑↑	↓

SI-**Multi** $\Rightarrow \varnothing_{int} \uparrow$ (poca exigencia emisor y conector).

SI-**Mono** $\Rightarrow \varnothing_{int} \downarrow$ (muy exigente);

AN \downarrow (poca energía);

Dispersión menor (mayor ancho de banda).

Multi-**SI** $\Rightarrow \varnothing_{int} \uparrow\uparrow$ (poco exigente);

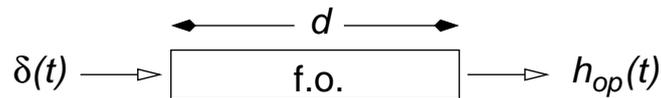
Multi-**IG** $\Rightarrow \varnothing_{int} \uparrow$ (poco exigente);

AN menor (menor energía);

Dispersión menor (mayor ancho de banda).

Modelo de sistema lineal e invariante

La f.o. se puede modelar como SLI con ciertas restricciones:



Al analizar el campo electromagnético en la fibra óptica, se puede obtener una ecuación diferencial para el campo $e(x, t)$ cuya solución para una luz de frecuencia f_o es:

$$e(x, t) = E_o e^{j\omega_o t} e^{-\gamma x}$$

$\gamma = \gamma(f_o) = \alpha(f_o) + j\beta(f_o)$ es la constante de propagación que es una función que no depende ni del tiempo ni de la longitud recorrida.

Esta ecuación es similar a la obtenida en las líneas metálicas, pero existen tantas soluciones $\gamma(f_o)$ como modos de propagación.

En cada modo de propagación se obtiene $H_{op}(f) = e^{-\gamma x}$ que para el conjunto de la fibra es $H_{op}(f) = e^{-\gamma d}$.

$\alpha(f)$ es tan pequeño, frente a otros fenómenos que se analizarán a continuación, que se puede aproximar $\gamma(f) \approx j\beta(f)$ como resultado de la resolución de las ecuaciones de Maxwell.

$\beta(f)$ no es lineal con la frecuencia ($\beta(f) \neq \beta(f_o) + k(f - f_o)$) \Rightarrow la fibra provoca dispersión, salvo para alguna frecuencia particular.

Atenuación óptica (1)

La causa fundamental de la pérdida de potencia óptica según progresa la señal por la fibra es la presencia de materia, causando esparcimiento (*scattering*) e interacción molecular y electrónica.

$\alpha(f)$ es igual para todos los modos de propagación.

Las pérdidas de luz (potencia óptica) se pueden clasificar en:

Intrínsecas: Relacionadas con la composición y naturaleza del vidrio.

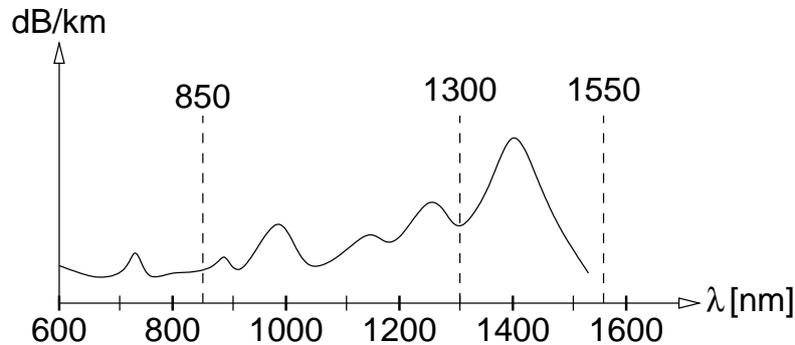
- Por absorción intrínseca:
 - en **ultravioleta**: pico de absorción en UV por estimulación de transición de e^- dentro del vidrio. Importante < 800 nm.
 - en **infrarrojo**: picos de absorción en IR lejano por interacción con vibraciones moleculares dentro del vidrio. Importante > 1600 nm.
- Por esparcimiento intrínseco:
 - **Rayleigh**: por fluctuaciones locales aleatorias en n_1 y de menor tamaño que λ . Atenuación proporcional a $1/\lambda^4$.

Extrínsecas: Las ajenas a la fibra en sí misma considerada como ideal.

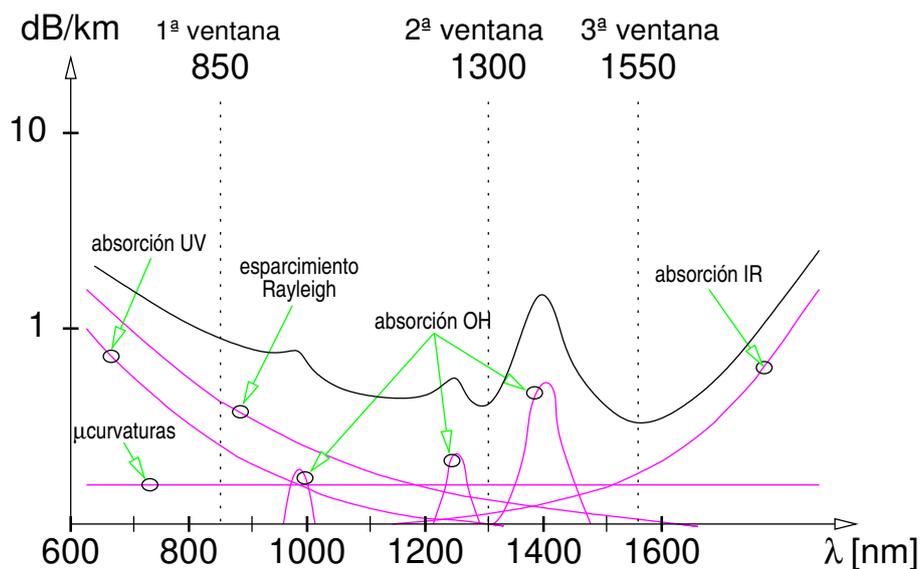
- Por impurezas en la fibra:
 - **iones metálicos**: iones de Cu, Cr... Valores aceptables con proporción de 1 parte por 10^{10} .
 - **grupos OH^-** : pico de absorción en 2700 nm y armónicos y combinaciones en 1383 nm, 1244 nm (debida a H_2), 950 nm y 720 nm.
- Por defectos físicos:
 - **Pequeñas irregularidades** (microcurvaturas): imperfecciones microscópicas en la geometría. Casi independientes de λ .
 - **Curvatura** de la fibra: el curvado en el tendido produce fuga de modos.

Atenuación óptica (2)

Ejemplo de 1 parte por 10^6 de impurezas OH^- :



Ejemplo cualitativo del efecto combinado de las pérdidas descritas:



Los procesos de fabricación actuales consiguen deducir la presencia de OH^- , llegando prácticamente a eliminar el pico de absorción en 1380 nm ("pico de agua") \Rightarrow gran banda de operación entre 1260 nm y 1625 nm.

Se denominan fibras "secas", o fibras de espectro completo. En función del grado de reducción se habla de fibras de bajo pico de agua (LWPF - *Low Water Peak Fibers*) y de fibras sin pico de agua (ZWPF - *Zero Water Peak Fibers*).

Ventanas

Reduciendo las impurezas OH^- por debajo de 1 parte por $10^7 \Rightarrow$ ventanas.

Ventana = Zona del espectro donde la atenuación alcanza valores inferiores a los de las zonas adyacentes del espectro, permitiendo la transmisión de señales.

La primera ventana fue la utilizada en un principio (láseres rojos y zona con menos problemas debidos al OH^-).

Las ventanas están definidas de la siguiente manera:

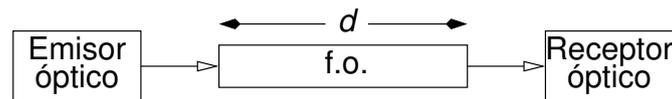
Ventana	Tipo de fibra	$\lambda[\text{nm}]$	
		Rango	Referencia
Primera	Multimodo	790 - 910	850
Segunda	Multimodo	1 285 - 1 330	1 300
Segunda	Monomodo	1 288 - 1 339	1 310
Tercera	Monomodo	1 525 - 1 575	1 550

Los valores de atenuación óptica son del orden de:

$\lambda[\text{nm}]$	850	1 300	1 550
$\alpha[\text{dB/km}]$ típica	3,0	0,6	0,3
$\alpha[\text{dB/km}]$ mejor	2,0	0,3	0,15

dB ópticos

Las f.o. requieren transductores adecuados (emisor y receptor óptico) para insertar y extraer la señal.



Emisor:

Potencia óptica inyectada en la f.o.: P_T [dBm]

p_{opt} en relación directa con i_{elec} ($e^- \rightarrow$ fotón)

Receptor:

Potencia óptica recibida de la f.o.: P_R [dBm]

$$P_R [\text{dBm}] = P_T [\text{dBm}] - A_t [\text{dB}] = P_T [\text{dBm}] - \alpha [\text{dB/km}] d [\text{km}]$$

$$\Rightarrow p_r [\text{mW}] = p_t [\text{mW}] 10^{-\alpha d / 10}$$

i_{elec} en relación directa con p_{opt} (fotón $\rightarrow e^-$)

$$i_o(\text{receptor}) = i_i(\text{emisor}) k 10^{-\alpha d / 10}$$

k : relación entre las corrientes sin la f.o. ($e^- \rightarrow$ fotón $\rightarrow e^-$)

\Rightarrow A dB ópticos equivalen a 2A dB eléctricos.

Este modelo se aplica exclusivamente para fuentes de luz anchas (diodos tipo LED) y detección no coherente.

Np ópticos

En las líneas metálicas (dB y Np eléctricos)

Para una onda incidente, y suponiendo una impedancia característica real, se cumple entre puntos "1" y "2":

$$i_2 = i_1 e^{-\alpha [\text{Np/km}] d}$$

$$i_2 = i_1 10^{-\alpha [\text{dB/km}] d/20}$$

$$p_2 = p_1 10^{-\alpha [\text{dB/km}] d/10} = p_1 e^{-2\alpha [\text{Np/km}] d}$$

$$\Rightarrow \alpha [\text{dB/km}] = 8,7 \alpha [\text{Np/km}] \quad (8,7 = 20 \log e)$$

En las f.o. para detección no coherente (dB y Np ópticos)

La potencia óptica se atenúa en la fibra como:

$$p_2 = p_1 10^{-\alpha [\text{dB/km}] d/10}$$

Como las potencias ópticas son proporcionales a las corrientes en detección no coherente:

$$i_2 = i_1 10^{-\alpha [\text{dB/km}] d/10}$$

Por razones históricas se sigue usando la siguiente relación en Np:

$$i_2 = i_1 e^{-\alpha [\text{Np/km}] d}$$

que llevado a potencias queda:

$$p_2 = p_1 e^{-\alpha [\text{Np/km}] d}$$

$$\Rightarrow \alpha [\text{dB/km}] = 4,3 \alpha [\text{Np/km}] \quad (4,3 = 10 \log e)$$

Modelo en banda base de fibras ópticas (2)

$h(t)$ se representa como:

$$h(t) = k' \cdot p(t - t_0)$$

donde se incluyen tres efectos:

- Atenuación de la amplitud de la señal eléctrica $k' = k 10^{-\alpha d/10}$
- Retardo de propagación (retardo de grupo) $t_0 = d \left. \frac{\partial \beta(f)}{\partial \omega} \right|_{f=f_0}$
- Dispersión modelada mediante un pulso gaussiano $p(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-t^2/(2\sigma^2)}$

que se debe a:

- la propia fibra óptica $\left(\frac{\partial^2 \beta(f)}{\partial f^2} \neq 0 \right)$;
- el emisor ($\Delta\lambda \neq 0$);
- la posible existencia de varios modos de propagación.

Por tanto, la respuesta al impulso es:

$$h(t) = k 10^{-\alpha d/10} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-(t-t_0)^2/(2\sigma^2)}$$

y la función de transferencia del sistema emisor-fibra-receptor es:

$$H(f) = k 10^{-\alpha d/10} e^{-j\omega t_0} e^{-\omega^2 \sigma^2/2}$$

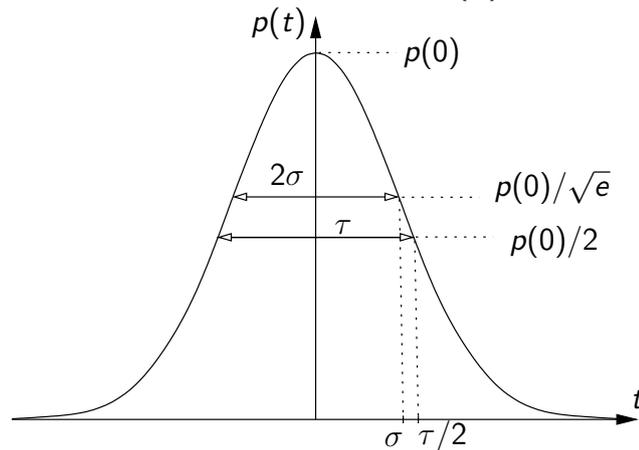
Modelo en banda base de fibras ópticas (3)

Se suelen caracterizar las fibras por el ancho de banda del sistema emisor-fibra-receptor: aquella frecuencia B que verifica $|H(B)| = \frac{1}{2}|H(0)|$

$$\left. \begin{aligned} |H(f)| &= |H(0)| e^{-\omega^2 \sigma^2 / 2} \\ |H(B)| &= \frac{1}{2} |H(0)| \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\frac{(2\pi B)^2 \sigma^2}{2}}$$

$$B = \frac{1}{\pi \sigma} \sqrt{\frac{\ln 2}{2}} = \frac{0,187}{\sigma}$$

Si se denomina τ a la anchura del impulso $p(t)$ para su amplitud mitad:



$$\left. \begin{aligned} h(t) &= h(0) e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \\ h(\tau/2) &= \frac{1}{2} h(0) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\frac{(\tau/2)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\tau = 2\sigma\sqrt{2\ln 2} = 2,35\sigma \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{\tau}{2,35}$$

\Rightarrow relación entre B y τ :

$$B = \frac{2 \ln 2}{\pi \tau} = \frac{0,44}{\tau}$$

Dispersión en las fibras monomodo (1)

Los emisores ópticos no son ideales (anchura espectral $\Delta\lambda$) \Rightarrow

- cada componente espectral generada por el emisor se propaga a una velocidad diferente;
- aparece dispersión **intramodal**, cromática o de velocidad de grupo (v_g).

Para una λ_o específica:

$$v_g = \left. \frac{d\omega}{d\beta} \right|_{f=f_o} \rightarrow t_g = d \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{f=f_o}$$

El ensanchamiento del pulso en una fibra de longitud d es:

$$\Delta t_g = \frac{dt_g}{d\omega} \Delta\omega = d \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \Delta\omega = -d \beta_2 \frac{2\pi c}{\lambda^2} \Delta\lambda = D(\lambda) \Delta\lambda d$$

donde,

$$\beta_2 = \frac{d^2\beta}{d\omega^2}: \text{parámetro de la dispersión de velocidad de grupo,}$$

$$D(\lambda) = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2: \text{parámetro de la dispersión (usualmente ps/nm}\cdot\text{km).}$$

El valor de $D(\lambda)$ es relativamente pequeño en la región cercana a $\lambda = 1300$ nm para fibras de silicio estándar. Su variación frecuencial es debida a la variación frecuencial del índice del modo, \bar{n} . Se puede escribir como:

$$D(\lambda) = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{v_g} \right) = -\frac{2\pi}{\lambda^2} \left(\omega \frac{d^2\bar{n}}{d\omega^2} + 2 \frac{d\bar{n}}{d\omega} \right)$$

$D(\lambda)$ puede ser escrita como la suma de dos términos:

$$D(\lambda) = M(\lambda) + G(\lambda)$$

Dispersión en las fibras monomodo (2)

El *coeficiente de dispersión del material* $M(\lambda)$ viene dado por

$$M(\lambda) = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \frac{dn_{2g}}{d\omega} = \frac{1}{c} \frac{dn_{2g}}{d\lambda} = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_2}{d\lambda^2}$$

Suponiendo que la variación de n_1 y n_2 respecto de ω es igual, que es equivalente a decir que $\left(\frac{d\Delta}{d\omega} = 0\right)$,

$$M(\lambda) = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_1}{d\lambda^2}$$

El *coeficiente de dispersión por efecto guíaonda* $G(\lambda)$ viene dado por

$$G(\lambda) = -\frac{2\pi\Delta}{\lambda^2} \left[\frac{n_{2g}^2}{n_2\omega} \frac{Vd^2(Vb)}{dV^2} + \frac{dn_{2g}}{d\omega} \frac{d(Vb)}{dV} \right]$$

que indica que el rayo se introduce más o menos en el revestimiento.

$$G(\lambda) \approx -\frac{\lambda}{4\pi^2 a^2 n_1 c} = -\frac{\lambda}{c} \frac{1}{4\pi^2 a^2 n_1}$$

En ambos coeficientes, n_{2g} es el índice de grupo del revestimiento, que se expresa como

$$n_{2g} = n_2 - \lambda \frac{dn_2}{d\lambda}$$

Los coeficientes de dispersión $M(\lambda)$ y $G(\lambda)$ se suelen expresar en ps/nm·km o ns/nm·km.

Los efectos dispersivos de orden superior estarán gobernados por la pendiente de la curva $D(\lambda)$, llamado también parámetro de *dispersión diferencial*, cuyo valor es

$$S = \frac{dD(\lambda)}{d\lambda} = \left(\frac{2\pi c}{\lambda^2}\right)^2 \beta_3 + \left(\frac{4\pi c}{\lambda^3}\right) \beta_2$$

donde $\beta_3 = \frac{d\beta_2}{d\omega} \equiv \frac{d^3\beta}{d\omega^3}$ es el parámetro de dispersión de tercer orden.

El valor numérico de S tendrá un papel importante para entender el *Four-Wave Mixing* en el diseño de enlaces WDM (*Wavelength Division Multiplexing*).

Dispersión en las fibras monomodo (3)

Cada coeficiente de dispersión da lugar a su dispersión correspondiente.

Dispersión del material (usualmente en ps o ns): debida a la variación del índice de refracción n con λ :

$$\sigma_{MAT} = \frac{1}{2,35} d \Delta\lambda M(\lambda)$$

donde $M(\lambda)$ es el coeficiente de dispersión del material ya visto (usualmente en ps/nm·km o ns/nm·km):

$$M(\lambda) = - \frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_1}{d\lambda^2}$$

Si $\frac{d^2 n_1}{d\lambda^2} = 0$ entonces $M(\lambda) = 0$ y por lo tanto $\sigma_{MAT} = 0$, situación que en las fibras usuales se consigue para valores de λ cercanos a 1300 nm.

Dispersión de guíaonda (usualmente en ps o ns): debida al efecto de guía de la fibra (parte de la onda EM viaja por el revestimiento dando lugar al campo evanescente):

$$\sigma_{GO} = \frac{1}{2,35} d \Delta\lambda G(\lambda)$$

donde $G(\lambda)$ es el coeficiente de dispersión por efecto guíaonda ya visto (usualmente en ps/nm·km o ns/nm·km), que para una fibra de radio a vale:

$$G(\lambda) \approx - \frac{\lambda}{4\pi^2 a^2 n_1 c} = - \frac{\lambda}{c} \frac{1}{4\pi^2 a^2 n_1}$$

Dispersión en las fibras monomodo (4)

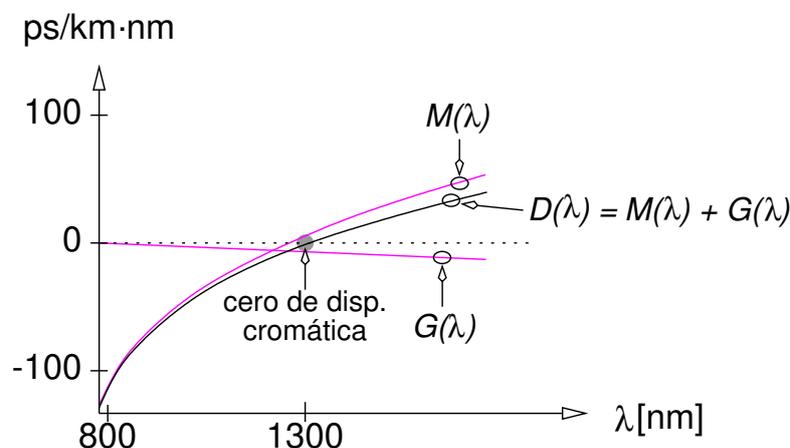
La suma de ambas dispersiones da la **dispersión intramodal**¹ (usualmente en ps o ns):

$$\sigma_{INTRA} = \sigma_{MAT} + \sigma_{GO} = \frac{1}{2,35} d\Delta\lambda (M(\lambda) + G(\lambda)) = \frac{1}{2,35} d\Delta\lambda D(\lambda)$$

El ancho de banda (usualmente en GHz) es:

$$B = \frac{0,187}{|\sigma_{INTRA}|} = \frac{0,44}{\Delta\lambda d |D(\lambda)|}$$

La figura muestra la variación de los coeficientes de dispersión del material y por efecto guíaonda en función de la longitud de onda:



Técnica de *dispersión cero*: Igualación de ambas dispersiones para que se cancelen entre sí para una longitud de onda perteneciente a la segunda ventana ($1300 < \lambda_{nulo}[\text{nm}] < 1324$, típico en 1310 nm).

¹A veces se llama dispersión cromática a σ_{INTRA} , pero también a σ_{MAT} .

Dispersión en las fibras monomodo (5)

Dispersión por modo de polarización (*Polarization Mode Dispersion* –PMD): debida a que en realidad se generan dos distribuciones de campo HE_{11} con polarización lineal ortogonal.

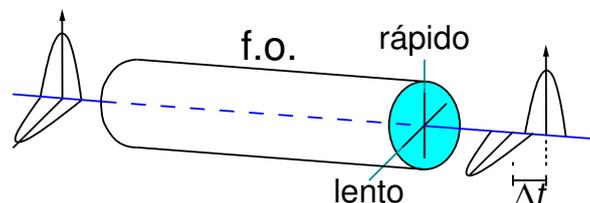
En f.o. ideal los dos modos son degenerados, con la misma velocidad.

En f.o. real hay:

- imperfecciones de fabricación (núcleo oval en vez de circular);
- micro- y macrocurvaturas y retorcimientos (\Rightarrow ligeras variaciones en n_1) debidas a:
 - tensiones en el bobinado y tendido;
 - efectos ambientales.

\Rightarrow la f.o. presenta diferentes n_1 para las dos polarizaciones ortogonales de la luz;

\Rightarrow distintas velocidades dependiendo de la polarización.



La PMD es importante a altas velocidades ($> 2,5$ Gb/s, p. ej.: 10 Gb/s).

La PMD es un fenómeno no estable (la tensión sobre la f.o. y el acoplamiento entre modos son aleatorios \Rightarrow estudio estadístico).

La PMD aumenta con \sqrt{d} , generalmente con valores $< 0,5 \frac{\text{ps}}{\sqrt{\text{km}}}$, p.ej.:

$$\sigma_{PMD} [\text{ps}] = 0,4 \frac{\text{ps}}{\sqrt{\text{km}}} \cdot \sqrt{d[\text{km}]}$$

con valores típicos de $\sigma_{PMD} < 10$ ps para un enlace de fibra de 10 Gb/s.

La dispersión total de la fibra monomodo se evalúa como:

$$\sigma^2 = \sigma_{INTRA}^2 + \sigma_{PMD}^2$$

Dispersión en las fibras multimodo

Las f.o. multimodo presentan dispersión intramodal en cada modo de propagación.

Además, presentan dispersión debida a la diferente velocidad de propagación de cada uno de los modos.

Esta **dispersión intermodal**, o simplemente *modal*, es independiente de la dispersión interna a cada modo. Por ello la dispersión total de la fibra se evalúa como:

$$\sigma^2 = \sigma_{MOD}^2 + \sigma_{INTRA}^2 = \sigma_{MOD}^2 + (\sigma_{MAT} + \sigma_{GO})^2$$

Teniendo en cuenta que las fibras multimodo operan en condiciones de propagación muy diferentes a las de las fibras monomodo, se verifica que $\sigma_{GO} \approx 0$ y por ello $\sigma_{INTRA} \approx \sigma_{MAT}$. Queda por tanto:

$$\sigma^2 \approx \sigma_{MOD}^2 + \sigma_{MAT}^2$$

El valor de la dispersión modal por unidad de longitud se estima analizando la diferencia entre la velocidad del modo más rápido y la del más lento:

$$\sigma_{MOD}[\text{ns}] = \sigma'_{MOD}[\text{ns/km}] \cdot d^\gamma[\text{km}] = \frac{0,187}{B_o[\text{GHz} \cdot \text{km}]} d^\gamma[\text{km}]$$

donde B_o es la *frecuencia de corte intermodal* y γ es el *coeficiente acoplamiento modal* (de dependencia entre la dispersión modal de la fibra y su longitud).

Si la longitud d de la fibra óptica es mucho menor que la distancia de propagación necesaria (L_c) para que exista transferencia apreciable de energía entre los modos de propagación, entonces $\gamma \simeq 1$ y por tanto $d^\gamma \simeq d$.

El ancho de banda (usualmente en GHz) es:

$$B = \frac{0,187}{\sqrt{\sigma_{MOD}^2 + \sigma_{MAT}^2}}$$

Utilización de las fibras ópticas monomodo (1)

Se utilizan en comunicaciones de larga distancia en 2ª y 3ª ventanas.

La UIT-T tiene estandarizados varios tipos de fibras. Las Recs. G.652, G.653, G.654 y G.655:

- Diámetro del núcleo: $8\ \mu\text{m} - 10\ \mu\text{m}$.
- Diámetro del revestimiento: $125\ \mu\text{m}$.
- Apertura numérica: $0,08 - 0,15$ (valor típico $0,10$).
- Atenuación:
 - típica: $1,0\ \text{dB/km}$ (2ª ventana) $0,5\ \text{dB/km}$ (3ª ventana);
 - mejor: $0,3\ \text{dB/km}$ (2ª ventana) $0,15\ \text{dB/km}$ (3ª ventana);
 - UIT-T G.654 exige $\alpha < 0,22\ \text{dB/km}$ en su ventana de operación (3ª ventana).
- Dispersión:
 - $D(\lambda)$ es cero o mínima (siempre menor que $3,5\ \text{ps/nm}\cdot\text{km}$) en la ventana optimizada;
 - $D(\lambda) < 20\ \text{ps/nm}\cdot\text{km}$ en la otra ventana.

Cableado genérico (ISO IS 11801 y CENELEC EN 50173) con el requisito de ofrecer una atenuación $\alpha < 1\ \text{dB/km}$ en 2ª y 3ª ventanas, sin existir requisitos sobre la dispersión dadas las exiguas distancias consideradas en este tipo de instalaciones.

Utilización de las fibras ópticas monomodo (2)

G.652: f.o. monomodo. Hay versiones A, B, C y D

SMF (*Single Mode Fiber*). Optimiz. para 1310 nm (cero de dispersión).

Sirve para 1550 nm con $D(\lambda) = 17 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}$.

G.652.B: $\alpha_{1310 \text{ nm}} < 0,4 \text{ dB/km}$, $\alpha_{1550 \text{ nm}} < 0,35 \text{ dB/km}$, $\text{PMD} < 0,2 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$.

G.652.C y G.652.D: f.o. seca

ZWPF (*Zero Water Peak Fiber*). Optimiz. para CWDM¹.

Baja atenuación en picos de OH^- , sobre todo 1380 nm \Rightarrow rango 1285–1625 nm.

G.652.D: $\alpha_{1310 \text{ nm}} < 0,4 \text{ dB/km}$, $\alpha_{1550 \text{ nm}} < 0,3 \text{ dB/km}$, $\text{PMD} < 0,2 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$.

G.653: f.o. monomodo con dispersión desplazada

DSF (*Dispersion Shifted Fiber*). Optimiz. para 1500–1600 nm. Problemas con WDM al haber intermodulación *Four-Wave Mixing* por efectos no lineales en 1550 nm.

Pensada para trabajar con los EDFA, que solo operan en 3^a ventana.

G.654: f.o. monomodo con corte desplazado (alrededor 1550 nm)

CSF (*Cut-off Shifted Fiber*). Optimiz. para 1500–1600 nm (muy baja atenuación).

Núcleo de sílice puro. Admite mayor potencia, diámetro grande, dispersión elevada a 1550 nm. Para enlaces submarinos. $D(\lambda) = 17 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}$, $\alpha = 0,15 \text{ dB/km}$.

G.655: f.o. monomodo con dispersión desplazada no nula

NZDSF+ y **NZDSF-** (*NonZero Dispersion Shifted Fiber*). Minimiza las no linealidades moviendo el cero de dispersión fuera de 1550 nm. Pequeña dispersión en 1550 nm. Pensado para DWDM².

(1^a generación: $|D(\lambda)| < 5 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}$ para facilitar la compensación de dispersión)

(2^a generación: $|D(\lambda)| \approx 10 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}$ para doblar la capacidad de DWDM)

G.656: f.o. NZDSF con dispersión de pequeña pendiente en un rango amplio

(*Non-Zero Dispersion for Wideband Optical Transport*). Pendiente de dispersión cromática distinta de cero entre 1460 nm y 1625 nm. Pensada para CWDM y DWDM.

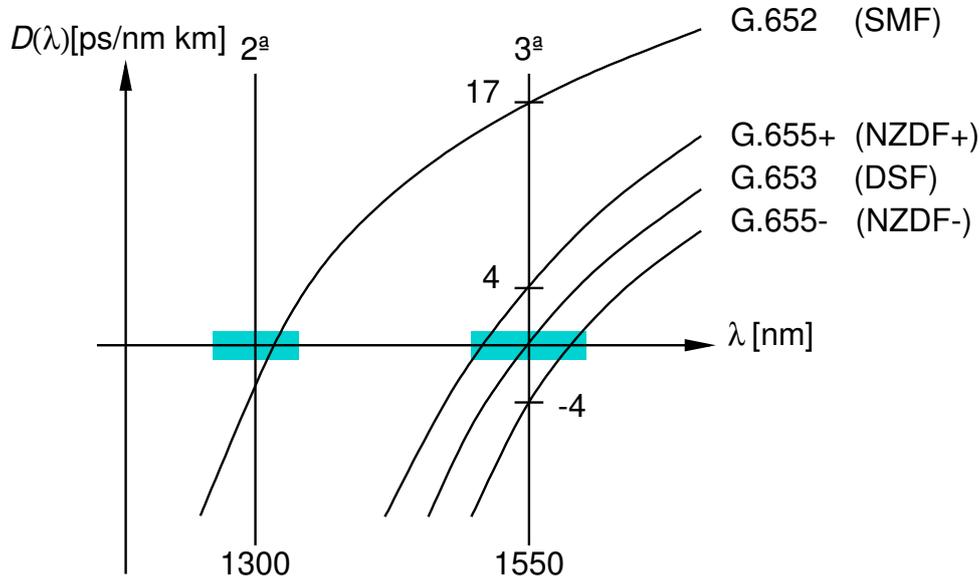
G.657: f.o. menos sensibles a curvaturas

(*Bending loss insensitive single mode optical fibre and cable for the access network*).

¹Coarse Wavelength Division Multiplexing

²Dense Wavelength Division Multiplexing

Utilización de las fibras ópticas monomodo (3)



La división inicial entre la segunda y tercera ventanas era debida al pronunciado pico de absorción por OH^- en 1380 nm.

Las fibras actuales presentan bajo contenido de OH^- , por lo que ambas ventanas se pueden juntar de forma efectiva, dando lugar a una amplia región que se divide en las siguientes subbandas:

Banda	Descripción	Rango de λ [nm]	
O	O riginal	1 260–1 360	2ª ventana
E	E xtended	1 360–1 460	
S	S hort wavelength	1 460–1 530	
C	C onventional (ventana de erbio)	1 530–1 565	3ª ventana
L	L ong wavelength	1 565–1 625	
U	U ltralong wavelength	1 625–1 675	

Utilización de las fibras ópticas multimodo de índice gradual

Se emplearon en comunicaciones de larga distancia (Rec. UIT-T G.651) en 1ª y 2ª ventanas.

Ahora se emplean exclusivamente en redes de área local.

- Diámetro del núcleo: $50\ \mu\text{m} - 100\ \mu\text{m}$.
- Diámetro del revestimiento: $125\ \mu\text{m}$.
- Apertura numérica: $0,2 - 0,3$.
- Atenuación:
 - típica: $4,0\ \text{dB/km}$ (1ª ventana) $2,0\ \text{dB/km}$ (2ª ventana);
 - mejor: $2,0\ \text{dB/km}$ (1ª ventana) $0,5\ \text{dB/km}$ (2ª ventana).

Cableado genérico (ISO IS 11801 y CENELEC EN 50173) considera:

- Diámetro del núcleo: $50\ \mu\text{m}$ o $62,5\ \mu\text{m}$;
- Diámetro del revestimiento: $125\ \mu\text{m}$;
- Atenuación menor que $3,5\ \text{dB/km}$ (1ª ventana) o que $1,0\ \text{dB/km}$ (2ª ventana);
- Ancho de banda mayor que $200\ \text{MHz}\cdot\text{km}$ (1ª ventana) o que $500\ \text{MHz}\cdot\text{km}$ (2ª ventana).

Utilización de las fibras ópticas multimodo de salto de índice

Se utilizan en distancias cortas y aplicaciones de coste bajo en 1^a y 2^a ventanas.

- Diámetro del núcleo: $50 \mu\text{m} - 400 \mu\text{m}$.
- Diámetro del revestimiento: $125 \mu\text{m} - 500 \mu\text{m}$.
- Apertura numérica: $0,15 - 0,5$.
- Atenuación: $2,5 - 20 \text{ dB/km}$.

Unión de fibras ópticas

Hay dos tipos de uniones:

Empalme: unión permanente de fibras (en el tendido).

Conector: dispositivo desmontable (en los equipos).

Pérdidas ocasionadas por la unión:

- Debidas a factores extrínsecos a la fibra: relacionadas con la técnica de conexión:
 - Desplazamiento transversal de los núcleos.
 - Separación longitudinal entre extremos.
 - Desviación de los ejes.
 - Calidad del extremo.
 - Pérdidas de Fresnel (reflexiones aire-vidrio).
- Debidas a factores intrínsecos a la fibra:
 - Variación de los diámetros del núcleo y revestimiento.
 - Variación del perfil del índice de refracción.
 - Elipticidad.
 -

Valores usuales de pérdidas en las uniones:

- Con fusión (empalme soldado): 0,1 a 0,2 dB.
- Sin fusión (conectores): son $> 0,35$ dB por las pérdidas de Fresnel, siendo usual un valor de 1 dB.

Las pérdidas por empalmes se suelen dar como: α_e [dB/km].

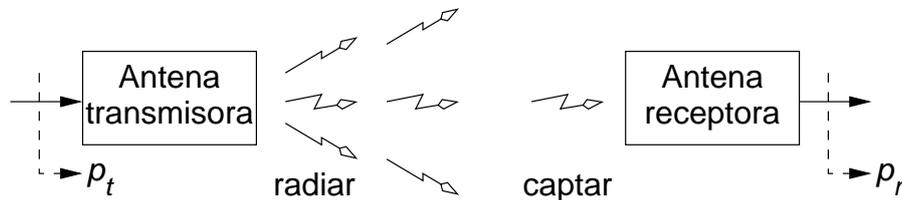
Comentario sobre la utilización de las fibras

Las **fibras monomodo** tienen un núcleo estrecho y requieren *empalmes* por fusión y *emisores* de luz con haz muy concentrado (diodos láser) y por tanto más *caros*.

Sin embargo las **fibras multimodo** tienen un núcleo más ancho y por ello permiten el uso de *conectores* (las fibras de las redes de área local se pueden conectar y desconectar) y el empleo de *emisores* de luz con haces menos concentrados y por tanto más *baratos*.

Transmisión por radio (1)

La transmisión por radio requiere la consideración de antenas para radiar la energía que se desea transmitir y captar la que se desea recibir.



En transmisión por **línea**, la atenuación se debe a la interacción con el **medio**.

En transmisión por **radio** en **espacio libre**, las pérdidas son debidas a la propagación en **todas direcciones** y a la recepción en una superficie restringida exclusivamente (se aprovecha una fracción de la potencia transmitida).

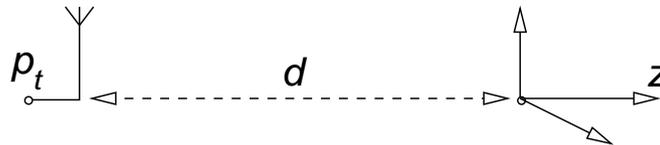
En transmisión por **radio** cercana a la **superficie de la tierra**, la atmósfera terrestre y las características del terreno provocan pérdidas que no se encuentran en el espacio libre. La propagación de sus ondas de radio depende de la frecuencia y del tipo y características eléctricas del terreno. Se distinguen varias formas de propagación:

- Onda de superficie: $f_c < 3\text{--}30$ MHz (p.ej.: AM)
- Onda ionosférica: 3 MHz $< f_c < 30$ MHz (p.ej.: radioaficionados)
- Onda espacial¹: 30 MHz $< f_c$ (p.ej.: FM, radioenlaces)
 - Onda directa
 - Onda reflejada (especular y difusa)
 - Onda de refracción
 - Onda de difracción
 - Onda de dispersión troposférica

¹Onda de espacio, propagación troposférica.

Transmisión por radio (2)

Campo lejano producido por una antena:



$$\vec{e}(d, t) = e_{R_t} \cdot \hat{u}_t \cdot e^{-\gamma d} \cdot e^{-j\omega t}$$

donde:

e_{R_t} = campo de radiación (V/m) de la antena transmisora.

Es función de $1/d$ por ser ondas esféricas.

\hat{u}_t = vector unitario de polarización.

$\alpha \approx 0$ en el espacio libre.

$\beta \approx$ proporcional a f .

Densidad de flujo de potencia de una onda de radio:

El cociente de los módulos de los vectores de campo eléctrico y campo magnético es una constante característica del medio de propagación, denominada impedancia característica del medio, que para el vacío, y aproximadamente para el aire, es:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 376,730 \approx 120 \pi \Omega$$

Por lo tanto, la densidad de flujo de potencia (el módulo del vector de Poynting) queda:

$$\Phi[\text{W/m}^2] = \frac{e_{R_t}^2}{120 \pi}$$

Pérdidas de propagación

Veremos las pérdidas de propagación¹ en tres modelos de propagación:

- Propagación en **espacio libre** + **antenas isótropas**.
Modelo sencillo de calcular.
No real debido a que no existen las antenas isótropas.
⇒ Pérdidas básicas de propagación en espacio libre: L_{bf} .
- Propagación en espacio libre + **antenas reales**.
Corrección del modelo anterior.
Se usa en transmisión espacial.
⇒ Pérdidas de propagación en espacio libre: L_f .
- Propagación cercana a la **superficie de la tierra** + antenas reales.
Añade materia, obstáculos... al modelo anterior.
Se usa en transmisión en la superficie de la tierra.
⇒ Pérdidas de propagación: L .

¹Pérdidas de transmisión.

Propagac. en espacio libre: antenas isótropas (1)

Propagación en **espacio libre**: propagación de las ondas EM en un medio dieléctrico homogéneo, isótropo, sin pérdidas y sin obstáculos.

Las **antenas isótropas** radian o captan energía por igual en todas las direcciones. No existen, pero representan una referencia adecuada para expresar las propiedades directivas de las antenas reales.

Si se alimenta una antena isótropa con una potencia p_t , la densidad de flujo de potencia Φ a una distancia d es:

$$\Phi_{\text{iso}} = \frac{p_t}{4\pi d^2}$$

Campo producido por una antena isótropa a la distancia d :

Igualando ambas expresiones de la densidad de flujo de potencia, obtenemos el campo de radiación de la antena isótropa:

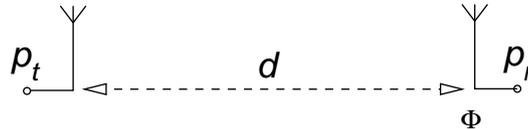
$$\left. \begin{array}{l} \Phi_{\text{iso}} = \frac{e_{R_{\text{iso}}}^2}{120\pi} \\ \Phi_{\text{iso}} = \frac{p_t}{4\pi d^2} \end{array} \right\} \rightarrow e_{R_{\text{iso}}} [\text{V/m}] = \sqrt{30} \cdot \frac{\sqrt{p_t}}{d}$$

Expresado en unidades más prácticas:

$$e_{R_{\text{iso}}} [\text{mV/m}] = 173,21 \cdot \frac{\sqrt{p_t [\text{kW}]}}{d [\text{km}]}$$

Propagac. en espacio libre: antenas isotrópicas (2)

Cálculo de un enlace por radio con antenas isotrópicas y espacio libre:



Superficie equivalente de la antena receptora isotrópica:

$$S_{\text{eq}_{\text{iso}}} [\text{m}^2] = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

Si una antena isotrópica recibe una densidad de flujo de potencia Φ_{iso} , genera una potencia p_r :

$$p_r = \Phi_{\text{iso}} S_{\text{eq}_{\text{iso}}} = \frac{p_t}{4\pi d^2} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} = p_t \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 = p_t \frac{1}{l_{bf}}$$

$$P_r[\text{dBm}] = P_t[\text{dBm}] - 20 \log \frac{4\pi d}{\lambda} = P_t[\text{dBm}] - L_{bf}[\text{dB}]$$

donde:

$$L_{bf}[\text{dB}] = 10 \log l_{bf} = 20 \log \frac{4\pi d}{\lambda}$$

Pérdidas básicas de propagación en espacio libre:

$$L_{bf}[\text{dB}] = 92,45 + 20 \log f[\text{GHz}] + 20 \log d[\text{km}]$$

"b" = *basic* por ser antenas isotrópicas

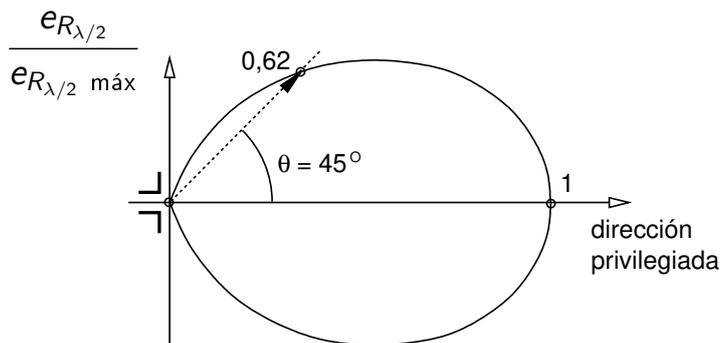
"f" = *free* por ser espacio libre

Propagación en espacio libre: antenas reales (1)

Diagrama de radiación de una antena:

Una antena no radia por igual en todas las direcciones; típicamente tiene una "dirección privilegiada".

P.ej.: antena en $\lambda/2$:



Para una p_t y una cierta distancia, la antena en $\lambda/2$ produce para $\theta = 45^\circ$ un campo:

$$e_{R_{\lambda/2}} = 0,62 e_{R_{\lambda/2}} \text{ máx}$$

Ganancia de una antena:

Es la medida comparativa del campo de radiación para la antena en una dirección determinada con respecto al de una antena de referencia considerando:

- Igual p_t y d en ambos campos.
- Dirección de campo máximo en la antena de referencia (siempre se supone orientada en la dirección de campo máximo, salvo que sea una antena isótropa).

Se harán las siguientes consideraciones para la ganancia de una antena con respecto a la de referencia:

- Antena de trabajo: orientada en la dirección de campo máximo (si estuviera en otra dirección, se corrige con el diagrama de radiación).
- Antena de referencia: antena isótropa.

$$G_{\text{iso}}[\text{dBi}] = 20 \log \left(\frac{e_{R_{\text{ant}} \text{ máx}}}{e_{R_{\text{iso}}}} \right)$$

donde dBi indica ganancia en dB con respecto a la antena isótropa¹.

¹Por simplicidad se usará $G[\text{dB}]$ en vez de $G_{\text{iso}}[\text{dBi}]$.

Propagación en espacio libre: antenas reales (2)

Las antenas utilizadas en los radioenlaces son parabólicas, con lo que su ganancia viene dada por:

$$g = k \frac{\pi^2 D^2}{\lambda^2}$$

donde:

$k =$ **rendimiento de la antena**¹, comprendido normalmente entre 0,55 y 0,6 (valor típico: $k = 0,58$) en reflectores simples centrados.

$D =$ diámetro de la antena.

$\lambda =$ longitud de onda de trabajo $\left(\lambda = \frac{c}{f}\right)$.

La expresión anterior queda en unidades logarítmicas:

$$G[\text{dB}] = \underbrace{20,4 + 10 \log k}_{18 \text{ para } k = 0,58} + 20 \log D[\text{m}] + 20 \log f[\text{GHz}]$$

Campo producido por una antena con una ganancia g_t a la distancia d :

$$\left. \begin{array}{l} \phi_{\text{ant}} = \frac{e_{R_t}^2}{120 \pi} \\ \phi_{\text{ant}} = \phi_{\text{iso}} \cdot g_t = \frac{p_t}{4\pi d^2} \cdot g_t \end{array} \right\} \rightarrow e_{R_t}[\text{V/m}] = \sqrt{30} \cdot \frac{\sqrt{p_t g_t}}{d}$$

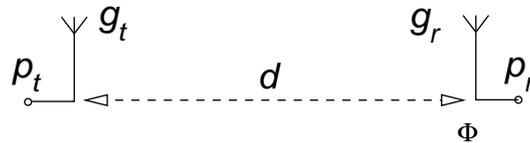
Expresado en unidades más prácticas:

$$e_{R_t}[\text{mV/m}] = 173,21 \cdot \frac{\sqrt{p_t[\text{kW}] g_t}}{d[\text{km}]}$$

¹Eficiencia total o global, producto de varias eficiencias parciales.

Propagación en espacio libre: antenas reales (3)

Cálculo de un enlace por radio en el espacio libre:



Superficie equivalente de la antena receptora real:

$$S_{\text{eq}_{\text{ant}}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot g_r$$

Potencia generada en recepción:

$$p_r = \phi_{\text{ant}} S_{\text{eq}_{\text{ant}}} = \left(\frac{p_t}{4\pi d^2} \cdot g_t \right) \left(\frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot g_r \right) = p_t \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 g_t g_r = p_t \frac{1}{l_{bf}} g_t g_r$$

$$P_r[\text{dBm}] = P_t[\text{dBm}] - 20 \log \frac{4\pi d}{\lambda} + G_t + G_r = P_t[\text{dBm}] - L_f[\text{dB}]$$

Pérdidas de propagación en espacio libre:

$$L_f[\text{dB}] = L_{bf}[\text{dB}] - G_t[\text{dB}] - G_r[\text{dB}]$$

Propagación cercana a la superficie de la tierra (1)

Fuera del espacio libre, existe pérdida de potencia debido a la existencia de:

- Obstáculos (edificios, montañas. . .) en el trayecto de propagación.
- Materia (atmósfera, lluvia. . .) en el trayecto de propagación.
- Distinta polarización entre las antenas.
- . . .

Se denomina **atenuación de campo**, atenuación en exceso o pérdida relativa al espacio libre:

$$a_e = \left(\frac{e_{R0}}{e_{R\text{real}}} \right)^2$$

donde:

e_{R0} = campo de radiación que existiría en el espacio libre.

$e_{R\text{real}}$ = campo de radiación real que existe en la antena receptora.

La atenuación de campo engloba atenuaciones por:

- absorción: gases, precipitaciones, nubes...
la **atenuación por lluvia** es importante para $f_c > 8$ GHz
- difracción
- dispersión
- desacoplo de polarización ($|\hat{u}_t \cdot \hat{u}_r|^2$).
 \hat{u}_t = vector unitario de polarización de la antena de TX.
 \hat{u}_r = vector unitario de polarización de la antena de RX (si transmitiese).
- ocupación del suelo: vegetación, edificaciones...
- penetración en edificios
- . . .

Propagación cercana a la superficie de la tierra (2)

Potencia generada en recepción:

$$p_r = p_t \frac{1}{l_{bf}} g_t g_r \frac{1}{a_e}$$

$$P_r[\text{dBm}] = P_t[\text{dBm}] - L_{bf} + G_t + G_r - A_e = P_t[\text{dBm}] - L[\text{dB}]$$

Pérdidas de propagación:

$$L[\text{dB}] = L_{bf}[\text{dB}] - G_t[\text{dB}] - G_r[\text{dB}] + A_e[\text{dB}]$$

La atenuación de potencia no es un parámetro estable, originando fluctuaciones en la potencia de señal recibida.

Si la disminución del valor de potencia recibida supera un cierto umbral, se origina un **desvanecimiento**.

Pérdidas de propag.: resumen de terminología

En condiciones de **espacio libre**:

Pérdidas **básicas** de propagación **en espacio libre**:

$$L_{bf}[\text{dB}] = 20 \log \frac{4\pi d}{\lambda} = 92,45 + 20 \log f[\text{GHz}] + 20 \log d[\text{km}]$$

Pérdidas de propagación **en espacio libre**:

$$L_f[\text{dB}] = L_{bf} - G_t - G_r$$

Considerando la atenuación de campo:

Pérdidas **básicas** de propagación:

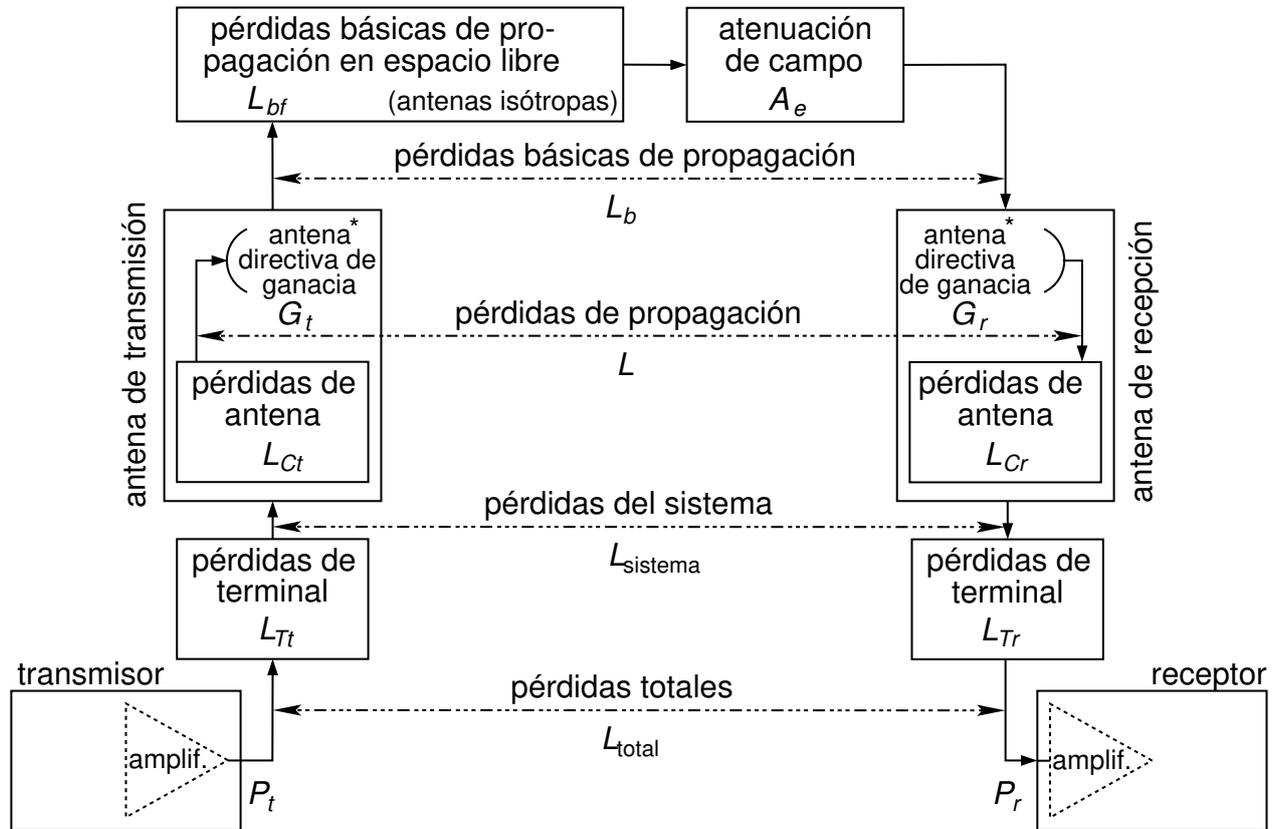
$$L_b[\text{dB}] = L_{bf} + A_e$$

Pérdidas de propagación:

$$L[\text{dB}] = L_{bf} + A_e - G_t - G_r$$

Pérdidas de propag.: esquema de radioenlace

Ej. de esquema de las pérdidas en un radioenlace (basado en UIT-R P.341-7):



*) Antenas en la dirección de máxima directividad y con sus polarizaciones adaptadas.

- L_{C_t} y L_{C_r} : Pérdidas en los circuitos de radiofrecuencia de las antenas, p.ej.: pérdidas a tierra, pérdidas dieléctricas, pérdidas en las bobinas de carga de las antenas, pérdidas en las resistencias de terminación.
- L_{T_t} y L_{T_r} : Pérdidas en los terminales, p.ej.: atenuación en las líneas de alimentación de las antenas ($\alpha \cdot d$), pérdidas en duplexores, circuladores, polarizadores, filtros de radiofrecuencia, conectores.
- L_{a_t} y L_{a_r} : Pérdidas adicionales. A veces se agrupan todas las pérdidas distintas a las de propagación (i.e., se agrupa $L_{C_t} + L_{T_t}$ y $L_{C_r} + L_{T_r}$).
- Balance de potencias:

$$P_r = P_t - \underbrace{\left[L_{T_t} + L_{C_t} + \underbrace{\left[\underbrace{G_t - G_r + L_{bf} + A_e}_{L_f} \right]}_{L_b} + L_{C_r} + L_{T_r} \right]}_{L_{total}}$$

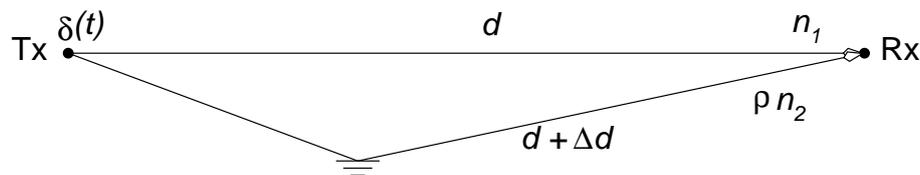
Propagación multitrayecto (1)

Puede existir **multitrayecto** debido a:

- Existencia de un punto de reflexión.
- Variación del índice de refracción de la atmósfera (por ejemplo debido a cambios de temperatura).

que originará también un **desvanecimiento** si la atenuación que introduce es muy severa.

Analizando un caso sencillo en el que se reciben dos rayos que recorren trayectos diferentes:



- trayecto directo con longitud recorrida d y **amplitud recibida** n_1 :

$$n_1 = \frac{\lambda}{4\pi d} \sqrt{\frac{g_t g_r}{a_e}}$$

- trayecto reflejado con longitud recorrida $d + \Delta d$ y **amplitud recibida** ρn_2 , donde ρ es el coeficiente de reflexión del punto de reflexión, que vale aproximadamente $\rho \approx -1$ para ángulos de reflexión $\approx 180^\circ$.

Propagación multitrayecto (2)

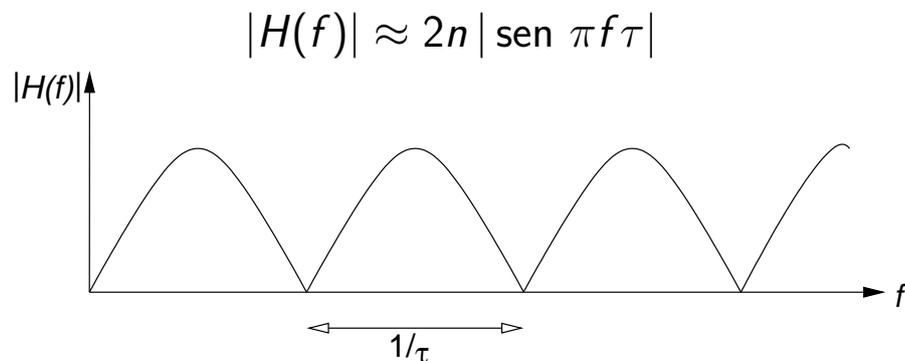
Suponiendo propagación a la velocidad de la luz en el vacío:

$$h(t) = n_1 \delta\left(t - \frac{d}{c}\right) + \rho n_2 \delta\left(t - \frac{d + \Delta d}{c}\right) = n_1 \delta(t - t_0) + \rho n_2 \delta(t - t_0 - \tau)$$

y suponiendo Δd pequeño $\rightarrow n_2 \approx n_1 = n$, y $\rho \approx -1$:

$$h(t) \approx n [\delta(t - t_0) - \delta(t - t_0 - \tau)]$$

$$H(f) \approx n [e^{-j\omega t_0} - e^{-j\omega t_0} e^{-j\omega \tau}] = 2jn e^{-j\omega(t_0 + \frac{\tau}{2})} \text{sen } \pi f \tau$$



\Rightarrow el canal presenta siempre distorsión.

Ejemplos de separación entre mínimos espectrales según el retardo τ :

$$\tau = 6 \mu\text{s} \rightarrow \frac{1}{\tau} = 166 \text{ kHz}$$

$$\tau = 10 \mu\text{s} \rightarrow \frac{1}{\tau} = 100 \text{ kHz}$$

El modelo general de multitrayecto considera un rayo directo y varios rayos reflejados con diferentes coeficientes de reflexión (incluidos en n_i):

$$h(t) = n \delta(t - t_0) + \sum_i n_i \delta(t - t_0 - \tau_i) \quad |n_i| < n \quad \forall i$$

Los modelos de propagación empleados en comunicaciones móviles en las ciudades consideran que no existe rayo directo:

$$h(t) = \sum_i n_i \delta(t - t_0 - \tau_i)$$

Comparación de medios de transmisión

Las fórmulas de la atenuación de la señal dentro del medio de transmisión son:

- Transmisión por línea:

$$A_t [\text{dB}] = \alpha [\text{dB/km}] \cdot d [\text{km}]$$

- Transmisión por radio:

$$A_t [\text{dB}] = 92,45 + 20 \log f [\text{GHz}] + 20 \log d [\text{km}] - G_t [\text{dB}] - G_r [\text{dB}] + A_e [\text{dB}]$$

Por lo tanto, según aumenta la distancia:

- Transmisión por línea: $A_t [\text{dB}] \propto d [\text{km}]$
- Transmisión por radio: $A_t [\text{dB}] \text{ aprox. } \propto \log d [\text{km}]$

Estabilidad de la señal recibida:

- La señal es estable en transmisión por línea y en transmisión por radio en espacio libre.
- La señal fluctúa en transmisión por radio cercana a la superficie de la tierra.

Problema 3.1

Un generador de f.e.m. eficaz de 1 V e impedancia de salida $Z_g = Z_0$ está conectado a una impedancia de carga Z_L a través de una línea de transmisión de impedancia característica $Z_0 = 50 + j 25$.

Suponiendo que la longitud de dicha línea es muy pequeña ($d \rightarrow 0$):

- 1.) Calcular la potencia media en la carga con adaptación imagen.
- 2.) Calcular la potencia media en la carga con adaptación conjugada.
- 3.) Indicar sus conclusiones.

Problema 3.2

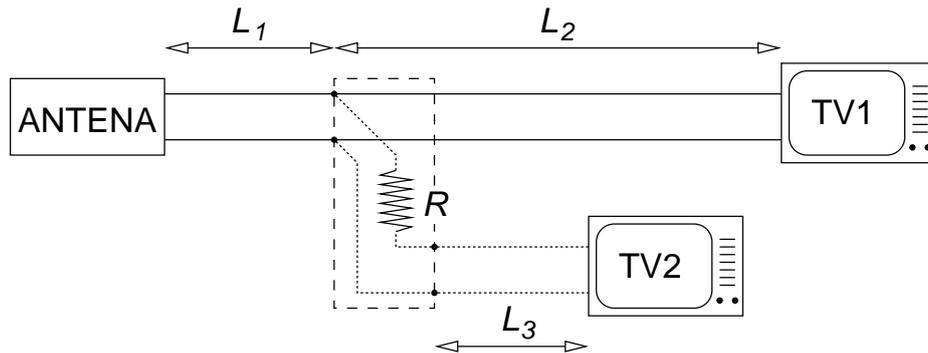
Un sistema de transmisión está formado por dos secciones de cable de 10 km de longitud cada una. La impedancia característica de los cables utilizados es de $Z_0 = 100 \Omega$ y se supone adaptación de impedancias en el generador y en la carga. Asimismo, se supone que el empalme de las dos secciones no está perfectamente realizado y que se modela por una resistencia en serie de valor $R = 20 \Omega$.

Suponiendo en los cables un valor de atenuación de $\alpha = 1,74$ dB/km, y que el generador posee una f.e.m. de 10 V eficaces, calcular:

- 1.) La potencia, en dBm, a la entrada de la segunda sección de cable.
- 2.) La atenuación que ha introducido el empalme.

Problema J01P1

En la figura se representa el cableado interior de una vivienda para la recepción de TV analógica. Como se aprecia, inicialmente existía solamente el receptor TV1 y posteriormente mediante una conexión en paralelo y a través de una resistencia $R = 75 \Omega$ se segregó señal para otra habitación (TV2).



En la instalación inicial (solo TV1) calcular:

- 1.) La tensión recibida en bornas de la antena para que a la entrada del TV1 exista una tensión de 5 mV eficaces.
- 2.) La potencia recibida a pie de antena.

En la instalación modificada (con TV1 y TV2), y suponiendo que con las nuevas condiciones la impedancia de carga de la antena no cambia respecto de las condiciones iniciales, calcular:

- 3.) Las tensiones eficaces existentes a la entrada de cada televisor (TV1 y TV2).
- 4.) Razonando, indique en qué televisor se vería doble imagen.

Datos adicionales:

- Impedancias: $Z_0 = Z_{TV1} = Z_{TV2} = Z_{ANT} = 75 \Omega$.
- Resistencia de la conexión: $R = 75 \Omega$.
- Atenuación del cable: $\alpha = 0,25 \text{ dB/m}$.
- Longitudes: $L_1 = 8 \text{ m}$, $L_2 = 20 \text{ m}$, $L_3 = 5 \text{ m}$.

Problema 3.3

Un cable de pares de cobre de calibre 0,91 mm tiene $L = 0,7$ mH/km y $C = 38$ nF/km.

Calcular para $f=3$ kHz y $f=250$ kHz:

- 1.) La resistencia por unidad de longitud.
- 2.) La impedancia característica.
- 3.) Las constantes de atenuación y fase.

Datos adicionales:

- Resistividad del Cu: $\rho = 0,01724 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$.
- Suponer $G \approx 0$ S/km.

Problema 3.4

Se desea que el acceso básico (2B+D) de RDSI se realice a través del actual bucle de abonado. Considerando que el área metropolitana de una ciudad suele tener bucles de abonado de diámetro $\varnothing = 0,405$ mm ($R_{cc} = 270 \Omega/\text{km}$), cuya longitud presenta una distribución exponencial negativa de valor medio 1,5 km, y que la especificación de atenuación máxima a 80 kHz es $A_{80 \text{ kHz}} = 40$ dB, calcular:

- 1.) El valor de la resistencia (Ω/km) y la atenuación (dB/km) del bucle a 80 kHz.
- 2.) El porcentaje de bucles que cumplen la especificación de RDSI.

Con objeto de simplificar la resolución, considérese que:

- La resistencia varía linealmente con la frecuencia con $0,15 \Omega/\text{km}\cdot\text{kHz}$.
- La atenuación, por encima de 50 kHz, vale $\alpha(\text{dB}/\text{km}) = 0,04 R(\Omega/\text{km})$.

Problema 3.5

El valor de la atenuación de un cable coaxial de diámetro normal a 10 °C es:

$$\alpha[\text{dB/km}] = 2,38\sqrt{f[\text{MHz}]} + 0,002 f[\text{MHz}]$$

Sabiendo que el coeficiente de temperatura es $0,002 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ y teniendo en cuenta que la variación de temperatura prevista comprende el rango entre $5 \text{ } ^\circ\text{C}$ y $25 \text{ } ^\circ\text{C}$, calcular:

- 1.) Los valores de atenuación para los extremos del rango de temperaturas.
- 2.) La distancia máxima a la que se pueden colocar los amplificadores si su capacidad de regulación de ganancia (control de CAG) es de 4 dB.

Dato adicional:

- Rango de frecuencias considerado: $f = [0, 12\,388] \text{ kHz}$.

Problema 3.6

Sobre una muestra de 200 m de fibra óptica monomodo fabricada con el máximo radio de núcleo posible y operando en segunda ventana ($\lambda = 1300$ nm) con un láser de $\Delta\lambda = 2$ nm, se han obtenido los siguientes parámetros:

- Diámetro del núcleo: $7 \mu\text{m}$.
- Índice de refracción del núcleo: 1,5.
- Ancho de banda: 275 GHz.

Calcular:

- 1.) El índice de refracción del revestimiento.
- 2.) El coeficiente de dispersión de guíaonda (ps/nm·km).
- 3.) El coeficiente de dispersión del material (ps/nm·km).
- 4.) El ancho de banda (GHz) de un enlace de 25 km constituido por una fibra óptica idéntica a la estudiada con un emisor con $\Delta\lambda = 4$ nm.

Problema 3.7

Se dispone de una fibra monomodo con los siguientes parámetros:

- $\alpha = 0,5$ dB/km.
- $M(\lambda) = 12,5$ ps/nm·km.
- $G(\lambda) = -0,5$ ps/nm·km.

Se estima que las pérdidas en los conectores situados en los extremos son 1 dB por conector y las pérdidas por empalmes son equivalentes a 0,1 dB/km.

El emisor inyecta en la fibra una potencia de -3 dBm con una anchura espectral de 2 nm. Para garantizar un funcionamiento correcto del sistema, el receptor requiere que la potencia de la señal recibida sea superior a -44 dBm y que la dispersión total sea inferior a 1,2 ns.

- 1.) Calcular la longitud máxima de fibra que puede instalarse entre dicho emisor y dicho receptor.
- 2.) Si se consiguiese reducir la atenuación de la fibra a 0,2 dB/km, ¿habría alguna diferencia en el cálculo de la longitud máxima?

Problema 3.8

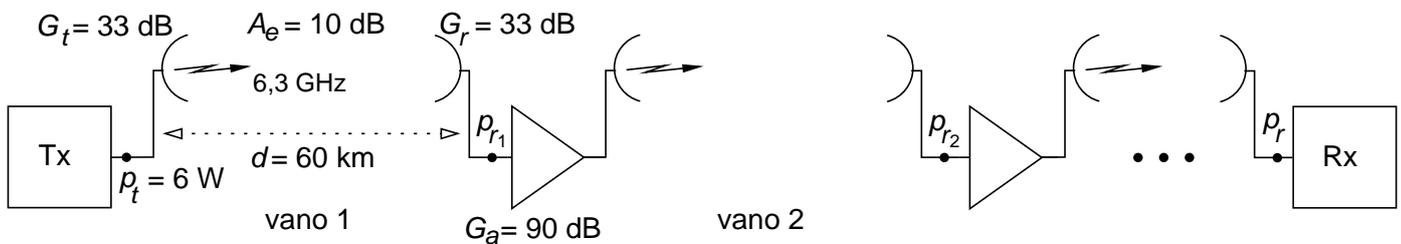
Se tiene una fibra óptica multimodo de índice gradual con:

- $B_o = 1 \text{ GHz}\cdot\text{km}$
 - $\gamma = 0,7$
 - $M(\lambda) = 5 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}$
 - $\alpha = 1,5 \text{ dB/km}$ donde se han incluido las pérdidas debidas a los empalmes
 - Pérdidas debidas a los conectores: $L_c = 1 \text{ dB}$.
- 1.) Calcular la máxima separación entre emisor y receptor si la potencia inyectada a la fibra es -3 dBm con $\Delta\lambda = 2 \text{ nm}$ y el receptor requiere para su correcto funcionamiento una potencia recibida superior a -37 dBm y una dispersión inferior a $1,8 \text{ ns}$.

Problema 3.9

Un radioenlace terrenal que opera en la banda de 6,3 GHz tiene N vanos de 60 km con antenas de 33 dB de ganancia, un transmisor con potencia de salida de 6 W, y repetidores intermedios con ganancia de 90 dB.

Para facilitar el análisis se supone que todos los vanos tienen las mismas características, estimándose que en cada uno las pérdidas adicionales, tanto en transmisión como en recepción, son de 1 dB y que existe una atenuación de campo de 10 dB.



Calcular para un vano:

- 1.) Las pérdidas **básicas** de propagación **en espacio libre**.
- 2.) Las pérdidas de propagación **en espacio libre**.
- 3.) Las pérdidas **básicas** de propagación.
- 4.) Las pérdidas de propagación.

Calcular la potencia recibida:

- 5.) A la entrada del primer repetidor, p_{r1} , en dBW.
- 6.) A la entrada del receptor, p_r , en dBW y nW.

Problema 3.10

Un sistema de comunicaciones móviles mediante satélites de baja cota que considera una frecuencia de operación de 1,8 GHz y una distancia Tierra-satélite de 1500 km consta de:

- Móvil:
 - Emisor con potencia de 2 W.
 - Pérdidas adicionales de 1 dB (tanto para transmisión como para recepción).
 - Antena parabólica (emisora y receptora) con ganancia 2,5 dB.
- Satélite:
 - Emisor con potencia de 0,35 W por canal.
 - Pérdidas adicionales de 1 dB (tanto para transmisión como para recepción).
 - Antena parabólica (emisora y receptora) con ganancia 12 dB.

1.) Calcular las potencias recibidas en el enlace ascendente y en el enlace descendente.

Problema 3.11

Se establece un enlace digital mediante un satélite geoestacionario, trabajando en la banda 14/11 GHz, con los siguientes elementos:

- Estación terrena:
 - Emisor: potencia 2 kW con 3 dB de pérdidas adicionales
 - Antena parabólica (emisora y receptora): diámetro 15 m
- Satélite:
 - Emisor: potencia 10 W con 0,6 dB de pérdidas adicionales
 - Antena parabólica (emisora y receptora): diámetro 40 cm

1.) Calcular las pérdidas de propagación y las potencias recibidas en ambos enlaces.

Considerar que:

- La distancia Tierra-satélite es 40 000 km.
- La ganancia de una antena parabólica de diámetro D , frecuencia f y rendimiento $k = 0,58$ es

$$G[\text{dB}] = 18 + 20 \log D[\text{m}] + 20 \log f[\text{GHz}]$$

Problema 3.12

Una sonda espacial situada en la órbita de Júpiter (distancia a la Tierra $780 \cdot 10^6$ km) opera en la banda de 22/20 GHz. La estación terrena tiene una antena parabólica de 60 m de diámetro y emite una potencia de 10 kW, y la sonda tiene una antena parabólica de 2 m y emite una potencia de 100 W.

- 1.) Calcular las pérdidas de propagación y las potencias recibidas en ambos enlaces.
- 2.) Comparar los resultados obtenidos con los que se obtendrían para dicha distancia con medios de transmisión por línea dotados de las mejores características de transmisión. Analizar la diferencia de resultados.

Dato adicional:

- Ganancia de las antenas parabólicas de diámetro D , frecuencia f y rendimiento del 58 %:

$$G[\text{dB}] = 18 + 20 \log D[\text{m}] + 20 \log f[\text{GHz}]$$

Soluciones (1)

3.1

1.) $Z_L = Z_0 \Rightarrow p_m = 4 \text{ mW} (\rho_L = 0)$

2.) $Z_L = Z_0^* \Rightarrow p_m = 5 \text{ mW} (\rho_L = -j 0,5)$

3.) Con adaptación imagen no se transfiere a la carga la máxima potencia disponible, pero no hay reflexión (que es lo que se pretende en los sistemas de transmisión). Con adaptación conjugada, sí se logra la máxima transferencia de potencia, aunque a costa de que exista reflexión.

3.2

1.) $P(L^+) = 5,78 \text{ dBm}$

2.) $A = 0,83 \text{ dB}$

J01P1

1.) $|v(0)| = |v_i(0)| = 11,18 \text{ mV}$

2.) $p_m(0) = 1,667 \text{ } \mu\text{W}$

3.) $|v(TV1)| = 4 \text{ mV}$

4.) $|v(TV2)| = 3,075 \text{ mV}$

5.) Al no haber reflexión ni en la antena ni a la entrada de TV1 ni de TV2, no habrá doble imagen ni en TV1 ni en TV2.

3.3

1.) $R(f_1 = 3 \text{ kHz}) \approx R_{CC} = 53 \text{ } \Omega/\text{km}$; $R(f_2 = 250 \text{ kHz}) = 104,61 \text{ } \Omega/\text{km}$

2.) $Z_0(f_1) = 217,6 \text{ } \Omega - j 170,1$ (no procede aprox. BF) ; $Z_0(f_2) = 135,7 \text{ } \Omega$ (calculada con aprox. AF)

3.) $\alpha(f_1) = 1,06 \text{ dB/km}$; $\beta(f_1) = 0,16 \text{ rad/km}$; $\alpha(f_2) = 3,39 \text{ dB/km}$; $\beta(f_2) = 8,10 \text{ rad/km}$.

3.4

1.) $R(f = 80 \text{ kHz}) = 282 \text{ } \Omega/\text{km}$; $\alpha(f) = 11,28 \text{ dB/km}$

2.) 90,6 %

3.5

1.) $\alpha(5 \text{ }^\circ\text{C}) = 8,32 \text{ dB/km}$; $\alpha(25 \text{ }^\circ\text{C}) = 8,65 \text{ dB/km}$

2.) $d_{MAX} = 11,9 \text{ km}$

3.6

1.) $n_2 = 1,493$

2.) $G(\lambda) = -6 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}$

3.) $M(\lambda) = 2 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}$ o $M(\lambda) = 10 \text{ ps/nm}\cdot\text{km}$

4.) $B = 1,1 \text{ GHz}$

3.7

$d_{MAX}(\alpha = 0,5 \text{ dB/km}) = 65 \text{ km}$ (limitación por atenuación)

$d_{MAX}(\alpha' = 0,2 \text{ dB/km}) = 117,5 \text{ km}$ (limitación por dispersión)

Soluciones (2)

3.8

$d_{MAX} = 21,3$ km (limitación por atenuación)

3.9

1.) $L_{bf} = 144,0$ dB

2.) $L_f = 78,0$ dB

3.) $L_b = 154,0$ dB

4.) $L = 88,0$ dB

5.) $P_{r1} = -82,2$ dBW

6.) $P_r = -82,2$ dBW ; $p_r = 6,0$ nW

3.10

$P_r^{T \rightarrow S} = -145,6$ dBW ; $P_r^{S \rightarrow T} = -153,2$ dBW

3.11

$L^{T \rightarrow S} = 110,0$ dB ; $P_r^{T \rightarrow S} = -80,6$ dBW

$L^{S \rightarrow T} = 112,1$ dB ; $P_r^{S \rightarrow T} = -105,7$ dBW

3.12

$L^{T \rightarrow S} = 165,8$ dB ; $P_r^{T \rightarrow S} = -125,8$ dBW

$L^{S \rightarrow T} = 166,7$ dB ; $P_r^{S \rightarrow T} = -146,7$ dBW

Para sistemas de transmisión guiada con muy poca atenuación, por ejemplo, una línea metálica con $\alpha_{LM} = 1$ dB/km, y una fibra óptica con $\alpha_{FO} = 0,15$ dB/km, se obtendría respectivamente $A_{LM} = 780 \cdot 10^6$ dB y $A_{FO} = 117 \cdot 10^6$ dB, que son valores muchísimo mayores que $L^{S \rightarrow T}$ (o $L^{T \rightarrow S}$).