Variable Aleatoria Continua

Tema 5

Generalidades de las variables aleatorias continuas

- Una variable aleatoria X es continua si puede tomar valores en intervalos reales.

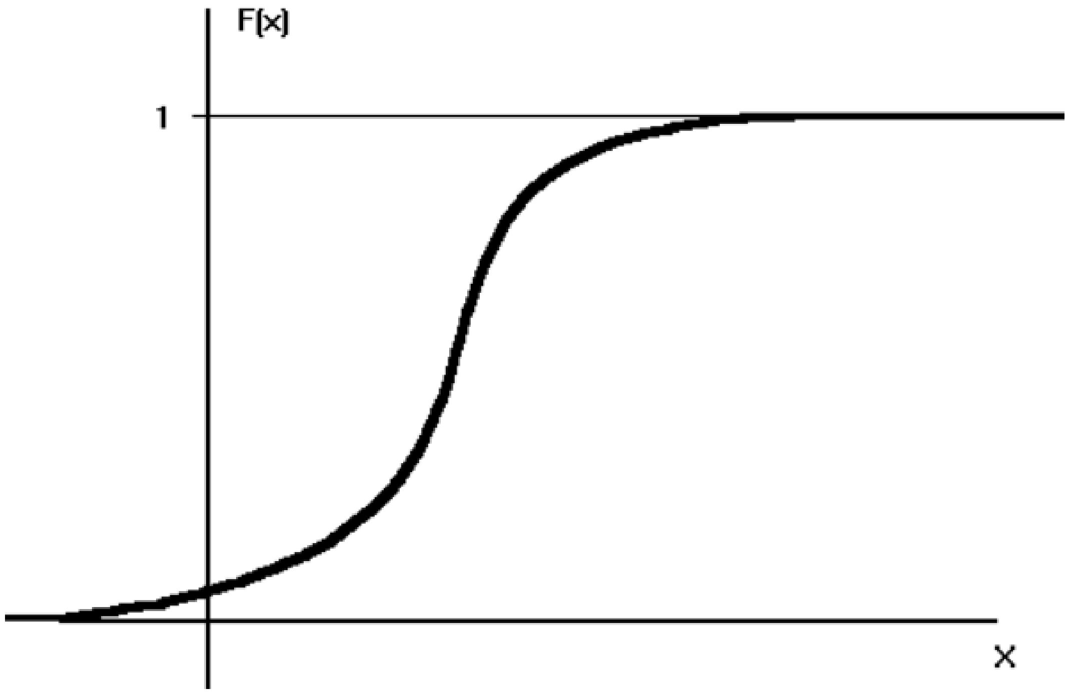
- En la práctica, se corresponden con variables asociadas con experimentos en los cuales la variable medida puede tomar cualquier valor en un intervalo: mediciones biométricas, mediciones de tiempo, áreas, alturas, etc.

Función de distribución F (x)

Dada una variable aleatoria continua x, a la función acumulativa:

$$F(X) = P(X \leq x)$$

Se le denomina función de distribución de X y su representación gráfica es la siguiente:



Función de distribución F(x)

Como propiedades de la función de distribución tenemos:

1) $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$
2) $\lim_{x \to +\infty} F(x) = 1$
3) F es creciente
4) F es continua y derivable
5) $F'(x) = f(x)$

Vamos ahora a estudiar más en profundidad esta función $f(x)$

Función de densidad de probabilidad $f(x)$

Dada una variable aleatoria X, una función real $f(x)$ no negativa es una *función de densidad de probabilidad* si cumple las siguientes propiedades:

1. $f(x) \geq 0$
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 1$

Así, podemos definir la probabilidad de que $x_1 < X < x_2$ como:

$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

FUNCIÓN DE DENSIDAD $f(x)$

La probabilidad de que X tome un valor particular, b será:

$$P(X = b) = P(b \leq X \leq b) = \int_b^b f(x)dx = 0$$

Análogamente a la probabilidad para variables aleatorias discretas:

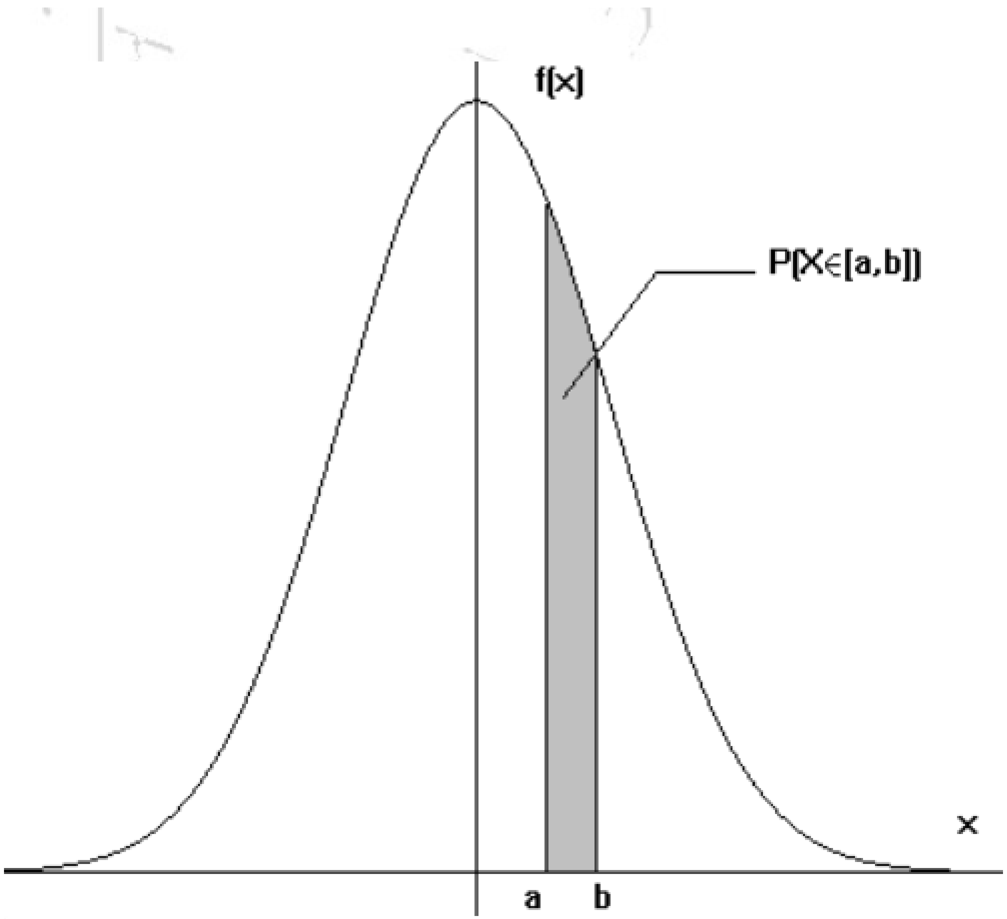
$$P(X > x_1) = 1 - P(X \leq x_1) = 1 - F(x) = \int_{x_1}^{\infty} f(x)dx$$

$$P(x_1 < X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$$

Si X toma valores en el intervalo (a, b), entonces las integrales quedan:

$\int_a^b f(x)dx = 1$ y $$F(X) = \begin{cases} 0 \; si \; x < a \\ \int_a^x f(x)dx \quad si \; a \leq x \leq b \\ 1 \; si \; x > b \end{cases}$$

Representación gráfica de una función de densidad $f(x)$



Generalidades:

Media:

$$\mu = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

Varianza:

$$\sigma^2 = V[X] = E[X - \mu^2]$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - \mu^2$$

$$\boxed{\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - \mu^2}$$

Generalidades:

- Desviación típica

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

- Momentos
  - Momento respecto al origen de orden k

$$\alpha_k = E[X^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x)dx$$

  - Momento central de orden k

$$\gamma_k = E[(x-\mu)^k] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^k f(x)dx$$

- Coeficientes de sesgo y curtosis
  - Coeficiente de Asimetría o Sesgo:

$$\frac{\gamma_3}{\alpha_3}$$

  - Coeficiente de Apuntamiento o Curtosis:

$$\frac{\gamma_4}{\alpha_4}$$

Ejemplo

Una variable aleatoria continua X tiene por función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{kx^2}{36} & si\ 0 \leq x \leq 6 \\ 0 & si\ x < 0\ \ ó\ \ x > 6 \end{cases}$$

Se pide:

1. Encontrar k para que f(x) sea función de densidad.
2. Hallar la función de distribución F(x).
3. Hallar la media, varianza y desviación típica
4. Calcular las probabilidades siguientes:
   1. $P(0 < X \leq 1)$
   2. $P(X > 3)$
   3. $P(|X| < 2)$
   4. $P(X \leq 1{,}5)$

Solución problema

1. Para que f(x) sea función de densidad debe cumplirse:
2. $1=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=\int_{-\infty}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{6} f(x)dx+\int_{6}^{+\infty} f(x)dx$
3. $1=0+\int_{0}^{6}\frac{kx^2}{36}dx+0=\frac{k}{36}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^6=\frac{k}{36}72=2k\rightarrow k=\frac{1}{2}$
4. La función de probabilidad quedaría:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{72} & si\ 0\leq x\leq 6\\ 0 & si\ x<0\ \acute{o}\ x>6\end{cases}$$

5. La función de distribución sería:
    1. Si $x<0\rightarrow F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=0$
    2. Si $0\leq x\leq 6\rightarrow F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\int_{0}^{x}\frac{t^2}{72}dt=\left[\frac{t^3}{216}\right]_0^x=\frac{x^3}{216}$
    3. Si $x>6\rightarrow F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)\,dt=\int_{0}^{6}\frac{t^2}{72}dt=1$

Solución problema

Luego la función de distribución quedará:

$$F(X) = \begin{cases} 0 & si\ x < 0 \\ \dfrac{x^3}{216} & si\ 0 \le x \le 6 \\ 1 & si\ x > 6 \end{cases}$$

Media:

$$\mu = E[X] = \int_0^6 x \frac{x^2}{72} dx = \frac{1}{72}\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^6 = 4{,}5$$

Varianza:

$$\sigma^2 = E[(x-\mu)^2] = \int_0^6 x^2 \frac{x^2}{72} dx - 4{,}5^2 = \frac{1}{72}\left[\frac{x^5}{5}\right]_0^6 - (4{,}5^2) = 1{,}35$$

Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{1{,}35} = 1{,}16$$

Solución problema

$$P(0 < X < 1) = \int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 \frac{x^2}{72}\,dx \rightarrow \frac{1}{72} \cdot \left[\frac{x^5}{5}\right]_0^1 = \frac{1}{216}$$

También puede hacerse mediante la función de distribución F(x):

$$P(0 < X < 1) = F(1) - F(0) = \frac{1}{216} - \frac{0}{216} = \frac{1}{216}$$

$$P(X > 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - F(3) = 1 - \frac{3^3}{216} = \frac{189}{216}$$

$$P(|X| < 2) = P(-2 < X < 2) = F(2) - F(-2) = \frac{2^3}{216} - 0$$
$$= \frac{8}{216}$$

$$P(X \leq 1{,}5) = F(1{,}5) = \frac{1{,}5^3}{216}$$

Distribución normal de Laplace-Gauss

Una variable continua X se dice que sigue una distribución continua de Laplace-Gauss de media μ y desviación típica σ si:

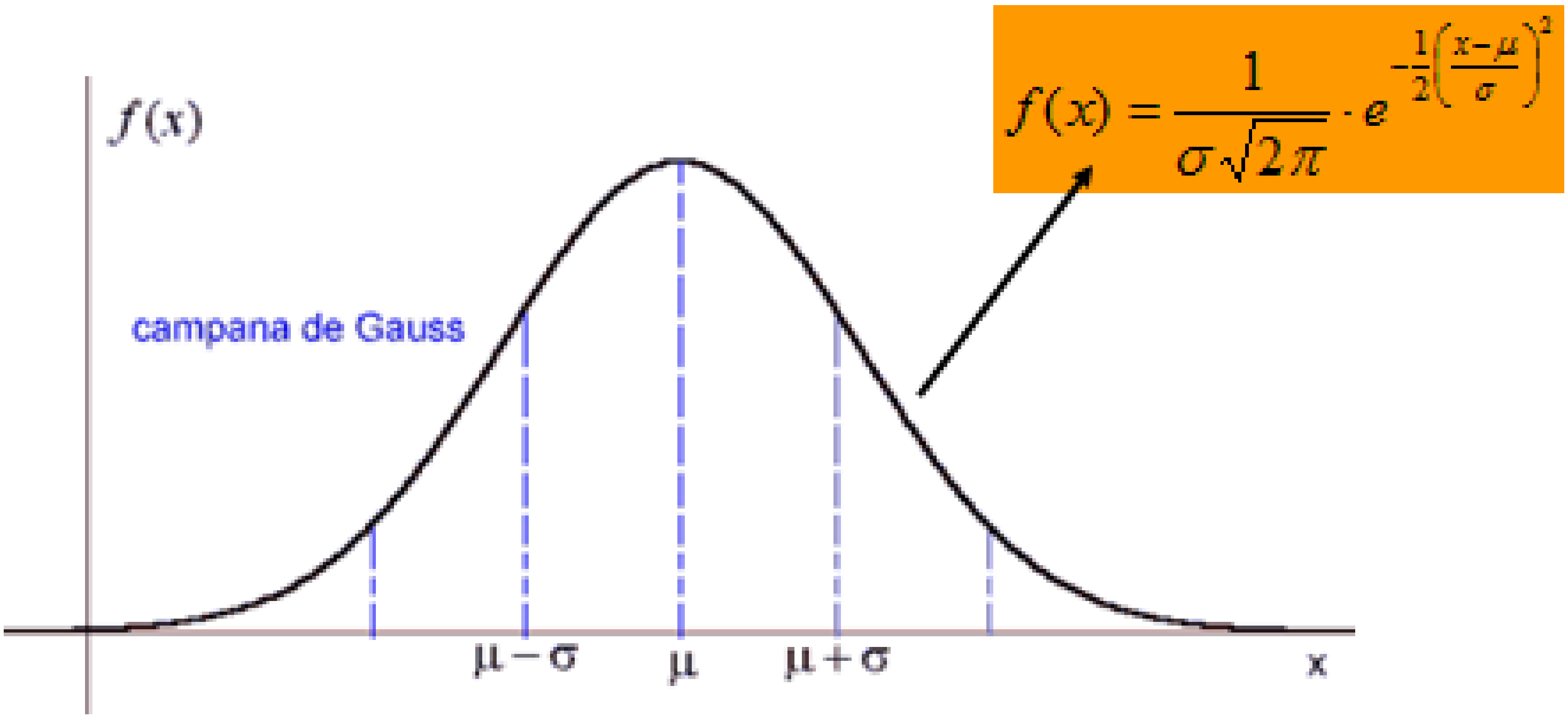
1. X puede tomar cualquier valor del intervalo $(-\infty, +\infty)$
2. Su función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Dónde:

$$\pi = 3{,}1415$$
$$e = 2{,}71828$$
$$-\infty < \mu < +\infty$$
$$\sigma > 0$$

GRAFICO CURVA DE GAUSS



Características de la curva de Gauss

- Depende de los parámetros μ y σ
- Su función de distribución es:

$$F(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\, dx$$

- Es simétrica respecto de su media μ
- Presenta un máximo en el punto $x = \mu$
- Tiene dos puntos de inflexión en $x = \mu - \sigma$ y $x = \mu + \sigma$
- El eje OX es una asíntota

Tipificación

Si una variable X es normal de parámetros μ y σ, $N(\mu,\sigma)$ podemos crear una variable nueva Z que sea N (0,1). Para ello tipificamos, es decir transformamos la X en una Z:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

Esta nueva variable tipificada sigue también una normal de media 0 y desviación típica 1.

Su función de densidad es:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-1}{2}z^2}$$

A la nueva variable Z se le denomina variable tipificada y a la gráfica de su función de densidad curva normal tipificada

Aproximación de una binomial por una normal (corrección por continuidad)

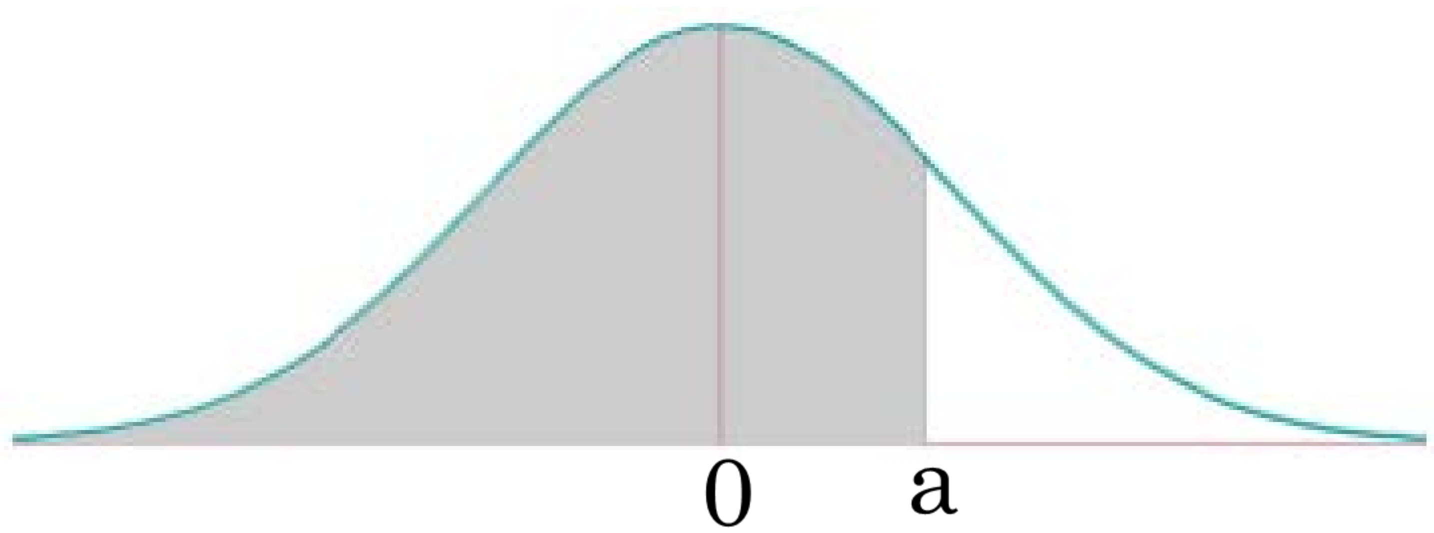
- Si X es una variable binomial de parámetros n y p entonces si n es grande y p es próximos a 0, podemos considerar que X sigue una distribución
$$N(np;\ \sqrt{npq})$$
- Y por tanto la variable Z:
$$Z = \frac{X-np}{\sqrt{npq}} \quad \text{es } N(0,1)$$
- En la práctica, como aproximamos una variable discreta por una continua debemos considerar que cada valor de k de la variable original X, representa la marca de clase del intervalo $\left(k-\frac{1}{2};k+\frac{1}{2}\right)$
- En general es aceptable la transformación cuando:
$$p \leq 0{,}5\ y\ np > 5\ \text{ó}\ q \leq 0{,}5\ y\ np > 5$$

- La distribución de la variable Z se encuentra tabulada.
- En las tablas aparecen áreas bajo la curva normal a la izquierda de un punto Z_α punto critico. Se representa el valor de la abscisa que tiene a la izquierda un área bajo la curva normal igual a α (nivel de significación).

$$P(Z \leq z_\alpha) = \alpha$$

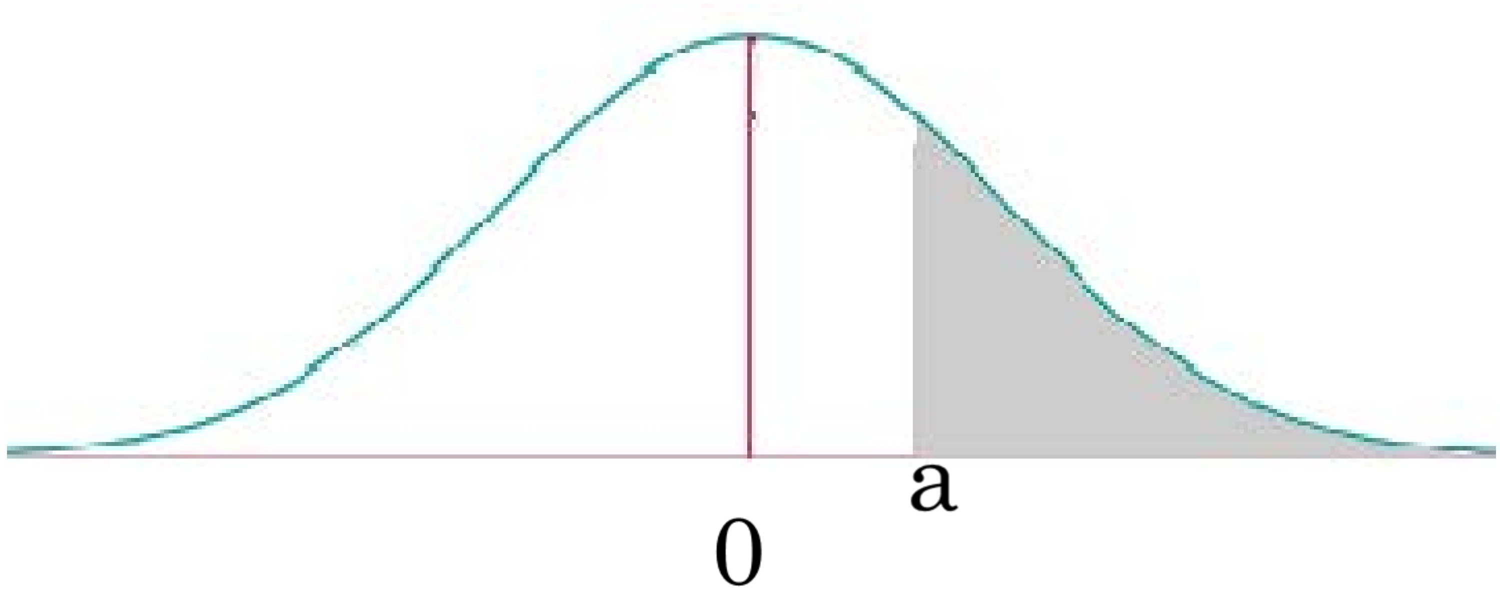
Probabilidades mediante la curva normal

- $P(Z < a) = F(a)$



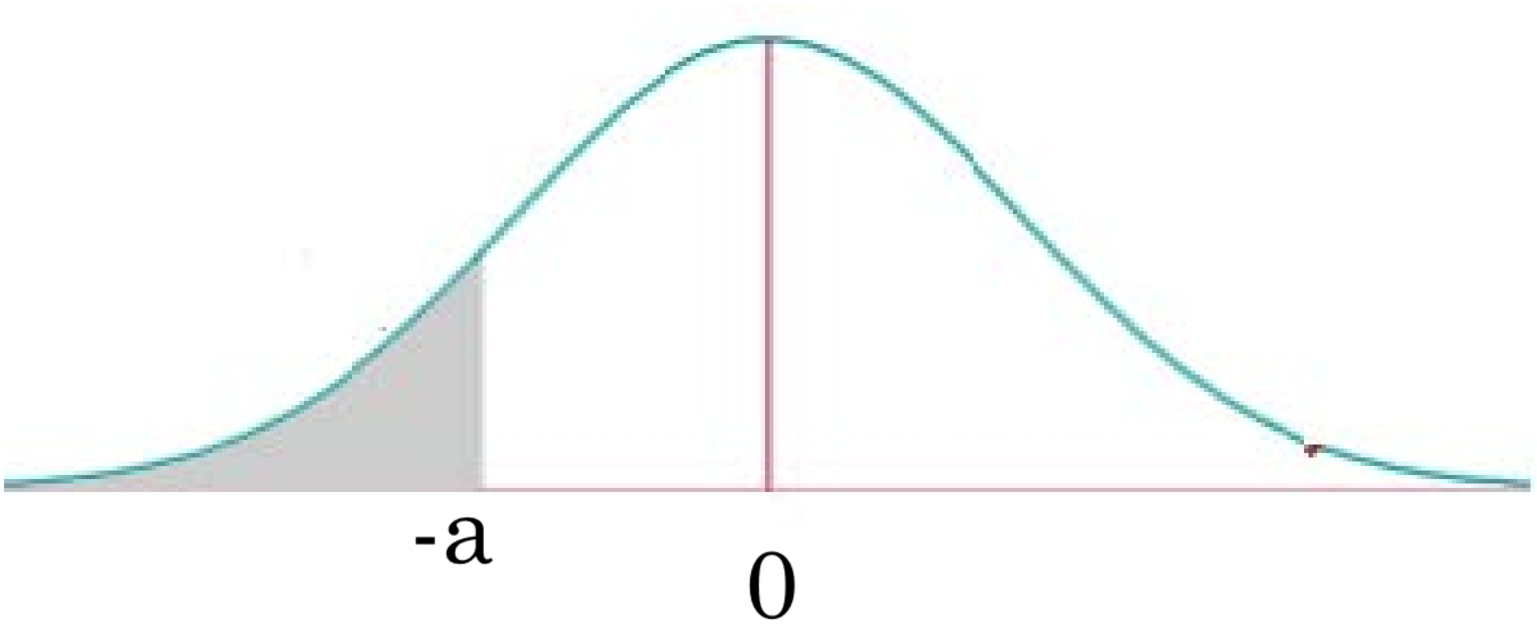
Probabilidades mediante la curva normal

- $P(Z > a) = 1 - P(Z < a) = 1 - F(a)$



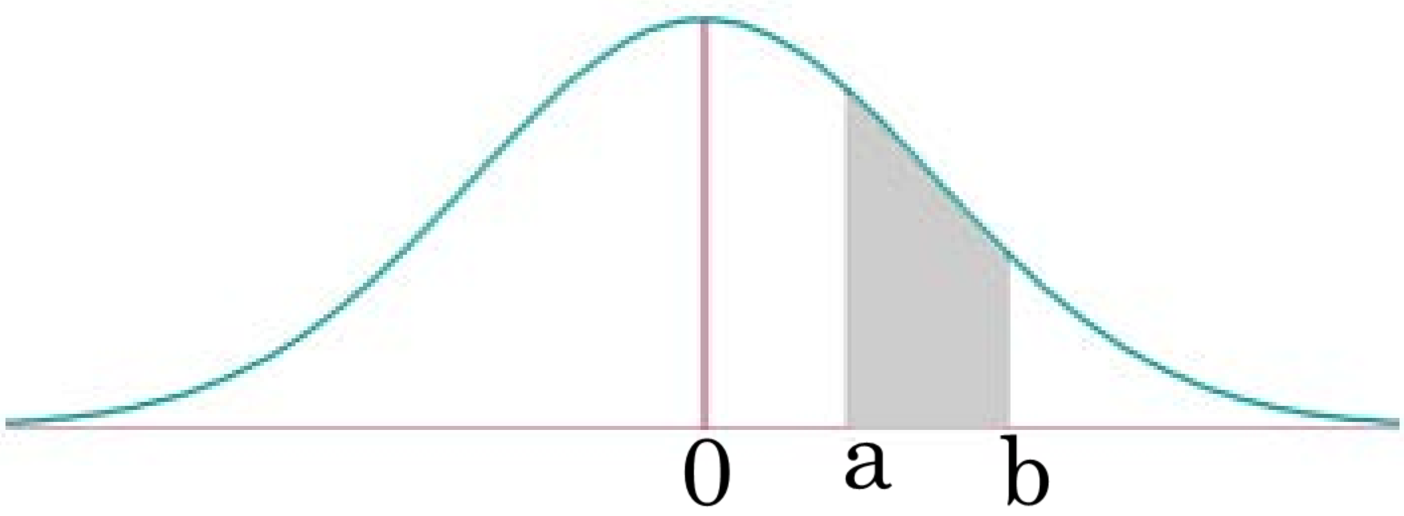
Probabilidades mediante la curva normal

- $P(Z < -a) = 1 - P(Z < a) = 1 - F(a)$



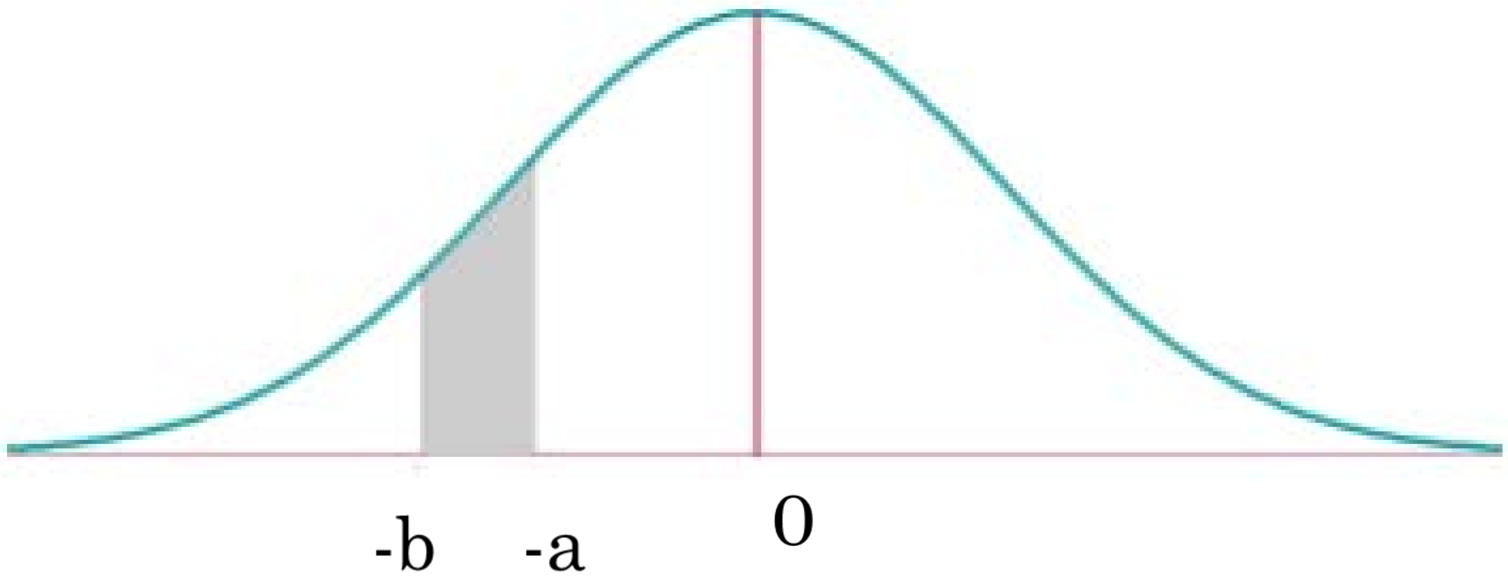
PROBABILIDADES MEDIANTE LA CURVA NORMAL

- $P(a < Z < b) = P(Z \leq b) - P(Z \leq a) = F(b) - F(a)$



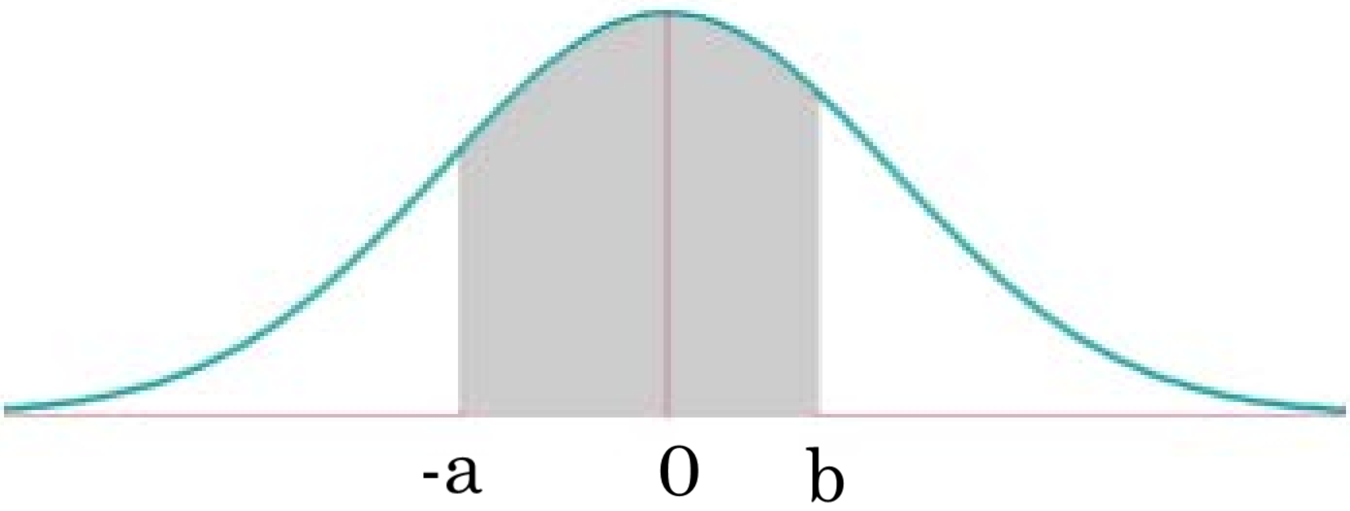
Probabilidades mediante la curva normal

- $P(-b < Z \leq -a) = P(a < Z \leq b) = F(b) - F(a)$



Probabilidades mediante la curva normal

- $P(-a \leq Z \leq b) = P(Z \leq b) - [1 - P(Z \leq a)] = F(a) + F(b) - 1$



Como buscar valores en la tabla

3,33

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Ejemplo de cálculo de probabilidades mediante la curva normal

- Un profesor realiza un test de cien preguntas a un curso con doscientos alumnos. Suponiendo que las puntuaciones X obtenidas por los alumnos siguen una distribución normal de media μ= $60\ y\ \sigma = 10$ puntos.
- Calcular:

a) $P(X \geq 70)$
b) $P(X \geq 46)$
c) $P(X \leq 80)$
d) $P(X \leq 30)$
e) $P(39 \leq X \leq 80)$
f) Número esperado de alumnos que obtuvieron 70 puntos o más.

Solución problema

- Tipificamos:
- $X \to N(60{,}10) \to Z \to \ N(0{,}1)$
- $Z = \frac{X-60}{10}$

a) $P(X \geq 70) \to Tipificamos \to P\left(\frac{X-60}{10} \geq \frac{70-60}{10}\right) = P(Z \geq 1) \to 1 - [P(Z \leq 1)]$

b) $[P(Z \leq 1)] = 0{,}8413 \to 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$

c) $P(X \geq 46) \to Tipificamos \to P\left(\frac{X-60}{10} \geq \frac{46-60}{10}\right) = P(Z \geq -1{,}4) = P(Z < 1{,}4) = 0{,}9192$

d) $P(X \leq 80) \to Tipificamos \to P\left(Z \leq \frac{80-60}{10}\right) = P(Z \leq 2) \to F(2) = 0{,}9772$

e) $P(X \leq 30) \to Tipificamos \to \left(Z \leq \frac{30-60}{10}\right) \to P(Z \leq -3) = [1 - P(Z \leq 3)] = 0{,}00135$

e) $P(39 \leq X \leq 80) \rightarrow tipificamos: P\left(\frac{30-60}{10} \leq Z \leq \frac{80-60}{10}\right) = P(-2{,}1 \leq Z \leq 2) = P(Z \leq 2) - [1 - P(Z \leq 2{,}1)\ ] = 0{,}9593$

f) $\mathrm{P}(X \geq 70) \rightarrow tipificamos:$

$P\left(Z \geq \frac{70-60}{10}\right) = P(Z \geq 1) = 1 - P(Z < 1) = 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$ Entonces

$$200 \cdot 0{,}1587 = 31{,}74 \cong 32\ alumnos$$

TEOREMA CENTRAL DEL LIMITE

- Dado un conjunto de n variables aleatorias X_1, X_1, X_2,…, X_n todas ellas independientes e idénticamente distribuidas, con media μ y varianza no nula σ^2. Si n es suficientemente grande la variable aleatoria estandarizada

$$Z_n = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

se distribuye según una N(0,1)

Consecuencias:

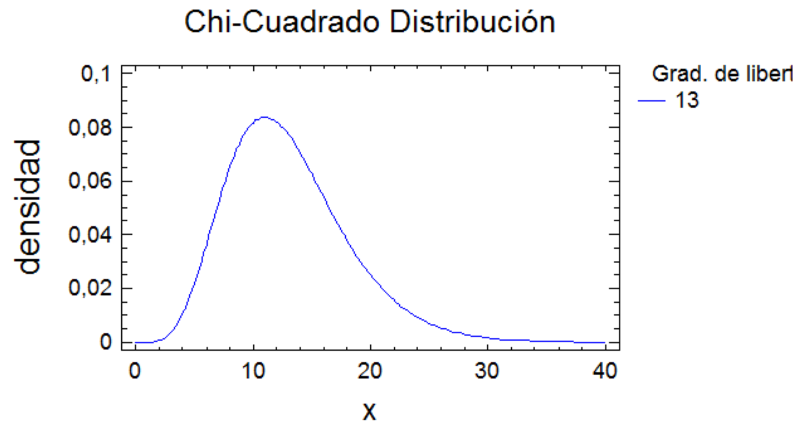
- Permite calcular la probabilidad de que la suma de los elementos de una muestra estén, a priori, en un cierto intervalo.
- Inferir la media de la población a partir de una muestra.
- Permite aproximar variables a una normal siempre que n sea suficientemente grande.

DISTRIBUCIÓN X^2 DE PEARSON

- Sean Z_i (para $i = 1,2, \dots, n$) n variables independientes, todas ellas con distribución N (0,1). La variable

$$\chi_n^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + \cdots Z_n^2 = \sum_{i=1}^{n} Z_i^2$$

- Es la variable χ^2 con n grados de libertad.



Distribución Chi cuadrado de Pearson

Sean Z_1, Z_2,…. Z_n, n variables aleatorias $N(0,1)$ independientes entre si. La variable χ_n^2:

$$\chi_n^2 = Z_1^2+Z_2^2+\ldots.+Z_n^2$$

Recibe el nombre de Chi cuadrado de Pearson con n grados de libertad.

Su función de densidad es de la forma:

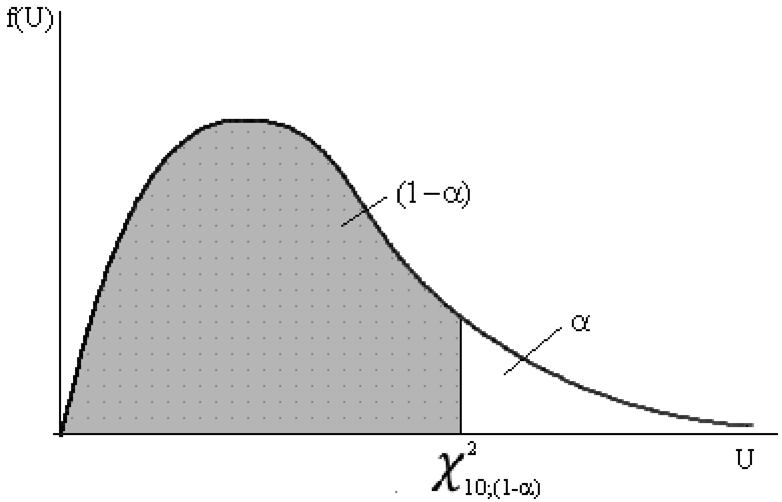
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{2^n \Gamma^{n/2}}} x^{\frac{n-2}{2}} e^{-x/2} & si\ x > 0 \\ 0 & Resto \end{cases}$$

Dónde Γ es la función Gamma de Euler, con $p > 0$, y se define como:

$$\Gamma(p) = \int_0^\infty x^{p-1} e^{-x}$$

- Gráficamente queda:
- Se observa que:
  - Sólo puede tomar valores >0
  - Depende del parámetro n

  por lo que no hay una única curva tipificada, para cada n hay una curva.



Su media, su varianza y su desviación típica son:

$$\mu = n;\ \sigma^2 = 2n;\ \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

La curva directamente nos da áreas de probabilidad a la izquierda.

Ejemplo de cálculo de valores críticos

- Una variable aleatoria sigue una distribución χ^2 de Pearson, se pide:

a) $\chi^2_{0,10;5}$ $\chi^2_{0,99;26}$ $\chi^2_{0,97;8}$

b) $P(\chi^2_8 \geq 3,44)$; $P(\chi^2_8 \leq 15,51)$

$$\chi^2_{0,10;5} = 1,61$$
$$\chi^2_{0,99;26} = 45,64$$
$$\chi^2_{0,975;8} = 17,53$$

a) $P(\chi^2_8 \geq 3,44) = 0,95$

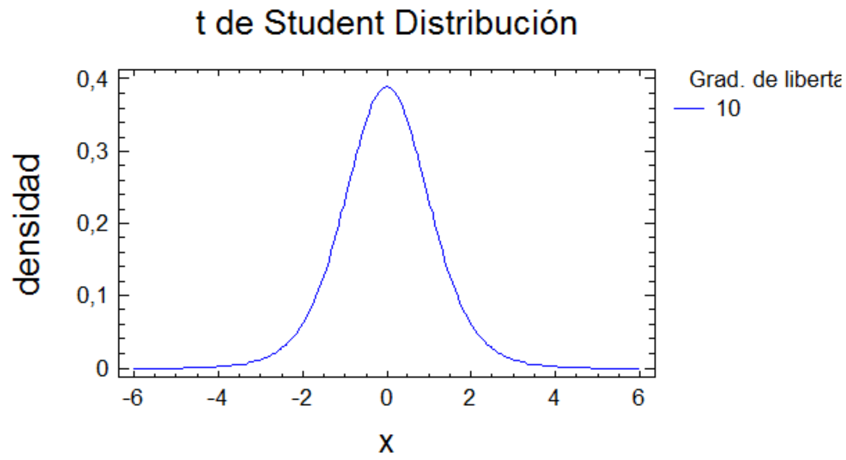
b) $P(\chi^2_8 \leq 15,51) = 1 - 0,1 = 0,9$

DISTRIBUCIÓN T DE STUDENT

- Si Z_0 es una variable N (0,1) independiente de χ_n^2 el cociente:

$$t_n = \frac{Z_0}{\sqrt{\frac{\chi_n^2}{n}}}$$

- Representa la variable t de Student con n grados de libertad.



Distribución t de student

- En esta distribución se puede observar que el campo de variabilidad de t_n es toda la recta real
- Su distribución depende solo del parámetro n
- Al aumentar n la distribución se va haciendo cada vez más apuntada su función de densidad , siendo el $lim_{n\to\infty}$ la curva normal tipificada.
- Su media es siempre igual a cero.
- Es simétrica respecto al eje de ordenadas OY

Problema t de Student

- Una variable aleatoria sigue la distribución de la t de Student. Calcular:

a) Los puntos críticos:

$t_{0,55;20}$ $t_{0,99;10}$ $t_{0,20;10}$

b) Las probabilidades:

c) $P(t_{10} \geq 1{,}372)$; $P(t_8 \leq 1,859)$; $P(-0{,}5 \leq t_6 \leq 0{,}6)$

d) $t_{0,55;20} = 0{,}1273$

e) $t_{0,99;10} = 2{,}7638$

f) $t_{0,20;10} = -t_{0,80;10} = 0{,}8791$

g) $P(t_{10} \geq 1{,}372) = 1 - 0{,}90 = 0{,}10$

h) $P(t_8 \leq 1,859) = 0{,}95$

i) $P(-0{,}5 \leq t_6 \leq 0{,}6) = 0{,}2648 - 0{,}1311 = 0{,}1337$

Distribución F de Fisher-Snedecor

Sean χ_1^2 y χ_2^2 dos variables χ^2 de Pearson respectivamente con n_1 y n_2 grados de libertad, independientes entre sí, entonces a la variable:

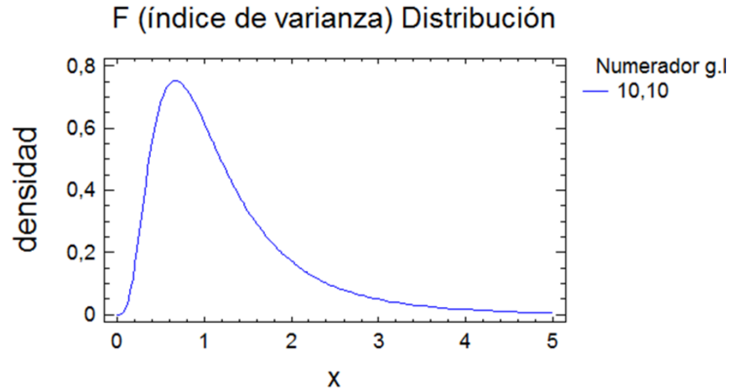
$$Fn_1, n_2 = \frac{\chi_1^2/_{n_1}}{\chi_2^2/_{n_2}}$$

Se le denomina F de Fisher-Snedecor con n_1 y n_2 grados de libertad. Su función de densidad es

$$fn_{1,}\, n_2\,(x) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{n_1/_2}}{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}\right)} \dfrac{x^{n_1/_2}}{1+\frac{n_1}{n_2}x} & x > 0 \\ 0 \; para \; el \; resto \end{cases}$$

Tabla F de fisher-Snedecor

- Su gráfica es:



- Se observa que:
- El campo de variabilidad de F es el intervalo $(0, +\infty)$.
- Depende de los parámetros n_1 y n_2
- Está tabulada para los valores de n_1 y n_2

Distribución F de Fisher-Snedecor

La F está tabulada al igual que todas las funciones de distribución estudiadas.

Para buscar en la tabla consideramos:

$$F_{\alpha;(n_1,n_2)}$$

n_1 →se mira en horizontal

n_2 →se mira en vertical

Solo disponemos dedos tablas de probabilidades, para el percentil 99 y para el percentil 95. Mediante estas podemos calcular las probabilidades de sus complementarios con la siguiente relación:

$$F_{\alpha;(n_1,n_2)} = \frac{1}{F_{1-\alpha;(n_1,n_2)}}$$

Ejemplo

Una variable aleatoria sigue una distribución F de Fisher-Snedecor.

Calcular los siguientes puntos críticos:

a) $F_{0,05;(10,12)}$

b) $F_{0,05;(5,24)}$

$$F_{0,05;(10,12)} = \frac{1}{F_{1-0,05;(12,10)}} = \frac{1}{2,91} = 0,3436$$

$$F_{0,05;(5,24)} = \frac{1}{F_{1-0,05;(24,5)}} = \frac{1}{4,53} = 0,2207$$

Distribución Gumbel

- Es utilizada para modelar la distribución del máximo (o el mínimo), por lo que se usa para calcular valores extremos.
- Su función de distribución acumulada F(x), viene dada por la expresión:

$$F(x) = e^{-e^{\frac{-(x-u)}{\alpha}}}$$

Dónde:

$$\alpha = {}^{S_x}/_{\sigma_y}$$

$$u = \bar{x} - \mu_y \cdot \alpha$$

e: base de los logaritmos neperianos

$\bar{x}$: Media aritmética de la muestra

S_x: desviación típica de la muestra

μ_y y σ_y: parámetros que varían en función del número de datos de la muestra.

Función Gumbel

- La función Gumbel en hidrología se puede calcular la frecuencia (o período de retorno T) con que se presentará un cierto caudal o precipitación.

- También se puede usar para resolver el caso inverso, es decir, qué caudal o precipitación se producirá cada n años. Para ello debemos despejar el valor de la x en la función de distribución de Gumbel, quedando:

$$x = -\ln(-\ln(F(x)))\cdot \alpha + u$$

Ejemplo Función Gumbel

- Se tiene una serie de 55 datos de caudales máximos, de dónde se han calculado $\bar{x} = 21{,}97\ ^{m^3}/_{s}$ y $S_x = 13{,}22\ ^{m^3}/_{s}$. Conocidos los valores de los parametros σ_y y μ_y, $\mu_y = 0{,}5505$ y $\sigma_y = 1{,}1682$
- Calcular: **a)** mediante la función Gumbel la probabilidad que se presente un caudal mayor de 60 $^{m^3}/_{s}$ y **b)** el caudal máximo para un periodo de retorno (inverso de la probabilidad) T= 100 años

a) Los parámetros son:

$$\alpha = \frac{S_x}{\sigma_y} = \frac{13{,}22}{1{,}1682} = 11{,}3166;\ u = \bar{x} - \mu_y \cdot \alpha = 21{,}97 - 0{,}5505 \cdot 11{,}3166 = 15{,}7402$$

$$F(x) = e^{-e^{\frac{-(x-u)}{\alpha}}} \rightarrow F(60) = e^{-e^{-(60-15{,}7402)/11{,}3166}} = 0{,}98018$$

Por tanto la probabilidad que se presente un caudal mayor que 60 será:

$$P(X > 60) = 1 - F(60) = 1 - 0{,}98018 = 0{,}01982$$

b) $\frac{1}{T} = \frac{1}{100} = 0{,}01$; Buscamos la x que verifica: $F(x) = 1 - 0{,}01 = 0{,}99$;

Despejando, tenemos:

$$x = -\ln(-\ln(F(x))) \cdot \alpha + u \rightarrow -\ln(-\ln(0{,}99) \cdot 11{,}3166 + 15{,}7402 = 67{,}8\ m^3/s$$