Anexo I.2

Tema I. Conjuntos Numéricos: Reales y Complejos.

Primera parte: Definición de los conjuntos numéricos: Definición axiomática de los números reales: Cuerpo ordenado completo de los números reales: axiomas de cuerpo, axiomas de orden y axioma del supremo

Definición Axiomática de los Reales:

$\mathbb{R}$ el conjunto de los números reales es un conjunto de elementos donde está definida la suma y el producto: $\forall a,b\in\mathbb{R}, a+b\in\mathbb{R}, ab\in\mathbb{R}$ y cumplen:

Axiomas de los números reales:

4 axiomas de la **suma**: conmutativa, asociativa, existencia de elemento neutro 0 y existencia de elemento opuesto $-a \quad \forall a\neq 0$

4 axiomas del **producto**: conmutativa, asociativa, existencia del elemento unidad 1, existencia del inverso $1/a \quad \forall a\neq 0$

1 axioma de la **suma y el producto**: distributiva.

Axiomas del **orden:** $\forall a,b\in\mathbb{R}, a<b \quad o \quad a>b \quad o \quad a=b$

$$a<b\Rightarrow a+c<b+c \quad \forall c\in\mathbb{R}$$

$$a<b \quad y \quad c>0\Rightarrow ac<bc$$

Axioma del Supremo: Todo conjunto de números reales acotado superiormente tiene un extremo superior o supremo.

Ejercicio: Enuncia el axioma del supremo (o axioma de completitud) de los números reales. Aplícalo para obtener el número real:

$$\sup\left\{x\in\mathbb{R} \quad / y=x^2, y<3, x>0, y\in\mathbb{R}\right\}=$$

Nota: Sup: significa el Supremo de ese conjunto, de todos los números que son mayores a cualquier elemento del conjunto (cotas superiores) elegimos el menor (supremo)

Valor absoluto de un número real: $|x|=\begin{cases} x & si \quad x\geq 0\\ -x & si \quad x<0\end{cases}$

Distancia entre dos números reales $d(x,y)=|x-y|$

Intervalos:

$[a,b]=\{x\in\mathbb{R}/a\leq x\leq b\}$;

$(a,b)=\{x\in\mathbb{R}/a<x<b\}$;

$[a,b)=\{x\in\mathbb{R}/a\leq x<b\}$