Anexo I.3

Tema I. Conjuntos Numéricos: Reales y Complejos.

Primera parte: Definición de los conjuntos numéricos: Definición. Parte real y parte imaginaria. Suma y producto. Axiomas de los números complejos. Cálculo del inverso. Conjugado de un número complejo. Propiedades del conjugado. Módulo y argumento de un complejo. Forma modulo-argumental .

Números complejos $\mathbb{C} \underset{DEf}{=} \left\{ a+ib / a,b \in \mathbb{R}, i^2 = -1 \right\}$. Donde $\mathrm{Re}(z) = a; \quad \mathrm{Im}(z) = b$

Forma binómica de un número complejo: $z = a + ib$.

El cuerpo de los números complejos:
Se definen dos operaciones internas:

Suma: $(a+ib)+(c+id) = (a+c)+i(b+d)$

Producto: $(a+ib).(c+id) = (ac-bd)+i(ad+bc)$

Axiomas de la suma: conmutativa, asociativa, existencia de elemento neutro y existencia de elemento opuesto:

$$z_1 + z_2 = z_2 + z_1;$$
$$(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3);$$
$$\exists 0 = 0 + 0i \forall z \in \mathbb{R}, z + 0 = z;$$
$$\forall z \neq 0 \ \exists(-z),\ z + (-z) = 0$$

Axiomas del producto: conmutativa, asociativa, existencia del elemento unidad 1, existencia del inverso:

$$z_1.z_2 = z_2.z_1;$$
$$(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3);$$
$$\exists 1 = 1 + 0i \quad \forall z \in \mathbb{R} \quad z.1 = z;$$
$$\forall z \neq 0 \ \exists (1/z) \quad z.\frac{1}{z} = 1$$

Distributiva: $(z_1 + z_2) z_3 = z_1 z_3 + z_2 z_3$

(Con estos axiomas los números complejos son un **cuerpo**)

El **conjugado** de $z = a + ib$ es $\overline{z} = a - ib$. Propiedades: $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$; $\overline{z_1.z_2} = \overline{z_1}.\overline{z_2}$

Modulo: $|z| = \sqrt{z.\overline{z}} = \sqrt{x^2 + y^2} = \rho, \quad z = x + iy$ Propiedades: $|z_1.z_2| = |z_1||z_2|$

Argumento: es un ángulo, denotado por **arg(z)**$= \alpha$ **,** que verifica:

$\begin{cases} x = |z| \cos\alpha \\ y = |z| sen\alpha \end{cases}$. Propiedades: $\arg(z_1.z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$

El **argumento principal Argz(z)**, con $z \neq 0$, al único argumento $\alpha \in (-\pi, \pi]$ (convenio) o bien $\alpha \in [0, 2\pi)$ (convenio)

Forma modulo-argumental: ρ_α donde $\rho = |z|$ y $\alpha = \arg(z)$ (equivale a las coordenadas polares empleada en $\mathbb{R}^2$)

Teorema todo número complejo se puede expresar de la forma: $z = \rho e^{i\alpha}$

Formas de expresar un número complejo:
Forma Binómica: $z = a + ib$ **Forma módulo argumental:** ρ_α
Forma exponencial: $z = \rho e^{i\alpha}$ **Forma trigonométrica** $\rho(\cos\alpha + i sen\alpha)$