Anexo I.5

Tema I. Conjuntos Numéricos: Reales y Complejos.

Segunda parte: Álgebra de los número complejos Tema I. Conjuntos:

Teorema fundamental del Álgebra.

Sea $\mathbb{R}$ el conjunto de los números reales y $\mathbb{C}$ el de los números complejos.

Números complejos $\mathbb{C}=\left\{a+ib/a,b\in\mathbb{R},i^2=-1\right\}$. Donde $\mathrm{Re}(z)=a;\quad \mathrm{Im}(z)=b$

Potencia de un número complejo: $z^n=\left(\rho e^{i\alpha}\right)^n=\rho^n e^{in\alpha}=\rho^n\left(\cos n\alpha+isenn\alpha\right)$

Fórmula de De Moivre: $z^n=\left(\rho e^{i\alpha}\right)^n=\rho^n e^{in\alpha}\Rightarrow\left(\cos\alpha+isen\alpha\right)^n=\cos\left(n\alpha\right)+isen\left(n\alpha\right)$.

Raíces enteras de un número complejo $z\neq 0$: $w=\sqrt[n]{z_0}\Leftrightarrow w^n=z_0\Leftrightarrow\left(\rho_\alpha\right)^n=\left(\rho_0\right)_{\alpha_0+2k\pi}$

luego $w=\sqrt[n]{z_0}\Leftrightarrow\left(\rho^n\right)_{n\alpha}=\left(\rho_0\right)_{\alpha_0+2k\pi}\Leftrightarrow\begin{cases}\rho^n=\rho_0\\ n\alpha=\alpha_0+2k\pi\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\rho=\sqrt[n]{\rho_0}\\ \alpha=\dfrac{\alpha_0+2k\pi}{n},k\in\mathbb{Z}\end{cases}$

(nota: las soluciones generan los vértices de un polígono regular)

Afijo de un número complejo: $z=x+iy$ es el punto P(x,y) del plano real

Teorema fundamental del Álgebra: Toda ecuación polinómica $a_nz^n+a_{n-1}z^{n-1}+...+a_1z+a_0=0$ con coeficientes complejos tiene n soluciones en $\mathbb{C}$

> **Proposición**: si los coeficientes son reales $a_n\in\mathbb{R},\quad a_nz^n+a_{n-1}z^{n-1}+...+a_1z+a_0=0$ entonces si z es solución su conjugado también es solución.
>
> Demostración: (propiedades del conjugado)
>
> **Corolario:** Y si n es impar al menos tiene una raíz real.