

## **TEOREMA DE CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD DE FUNCIONES INVERSAS**

1. Si  $f$  es continua en su dominio,  $f^{-1}$  es continua en su dominio.
2. Si  $f$  es creciente en su dominio,  $f^{-1}$  es creciente en su dominio.
3. Si  $f$  es decreciente en su dominio,  $f^{-1}$  es decreciente en su dominio.
4. Si  $f$  es derivable en  $c$  y  $f'(c) \neq 0$ , entonces  $f^{-1}$  es derivable en  $f(c)$ .

## **TEOREMA DE LA DERIVADA DE UNA FUNCIÓN INVERSA**

Si  $f$  es una función derivable que tiene función inversa  $f^{-1}$ , entonces

$$f^{-1}'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}, \quad f'(f^{-1}(x)) \neq 0$$

Demostración: Por el Teorema de Continuidad y Función Inversa sabemos que  $f^{-1}$  es derivable. Usando la regla de la cadena derivamos ambos lados de la ecuación

$x = f(f^{-1}(x))$  para obtener

$$1 = f'(f^{-1}(x)) \frac{d}{dx}[f^{-1}(x)]$$

Al ser  $f'(f^{-1}(x)) \neq 0$ , podemos dividir por esta cantidad para obtener

$$\frac{d}{dx}[f^{-1}(x)] = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$