

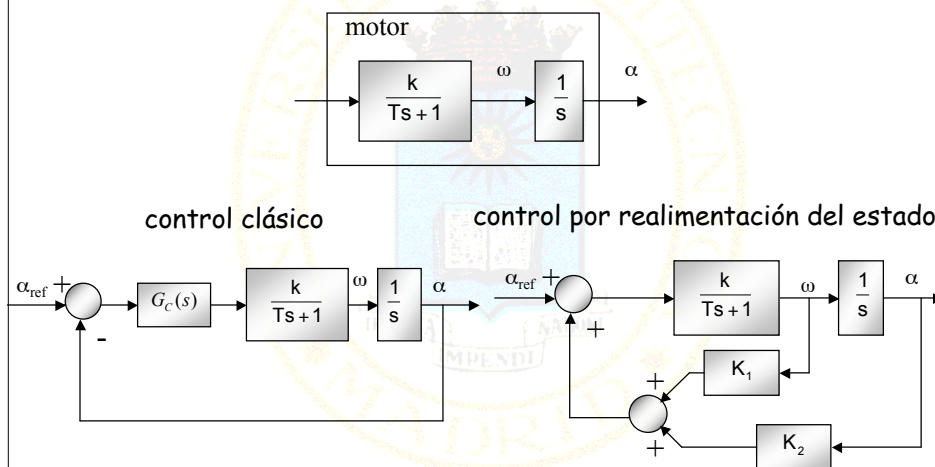


Control por realimentación del estado

- Introducción
- Realimentación del estado
- Control de sistemas monovariantes
- Control de sistemas multivariantes

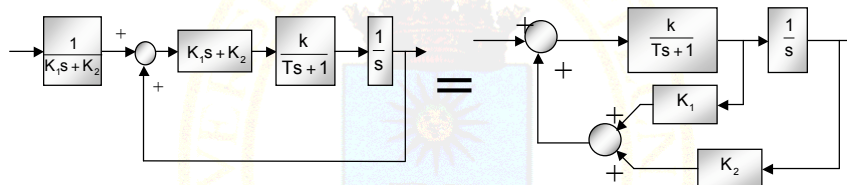


Introducción: ejemplo (1/2)





Introducción: ejemplo (2/2)

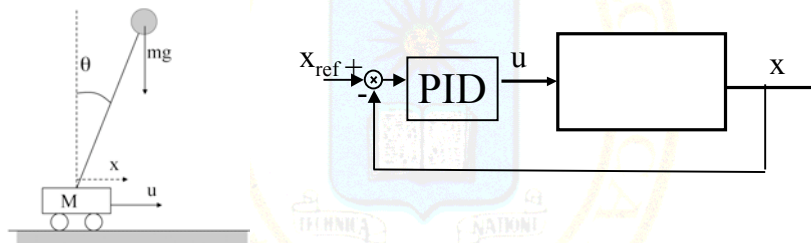


- Ventajas de la realimentación del estado:
 - se usa toda la información del sistema para calcular la entrada manipulada
 - no se usan derivadores de difícil realización física, sino elementos proporcionales



Introducción: motivación

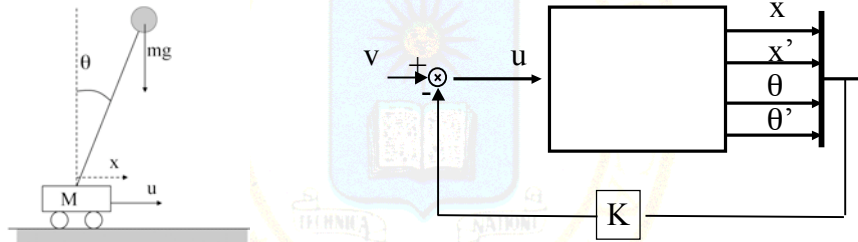
- Control por realimentación de la salida



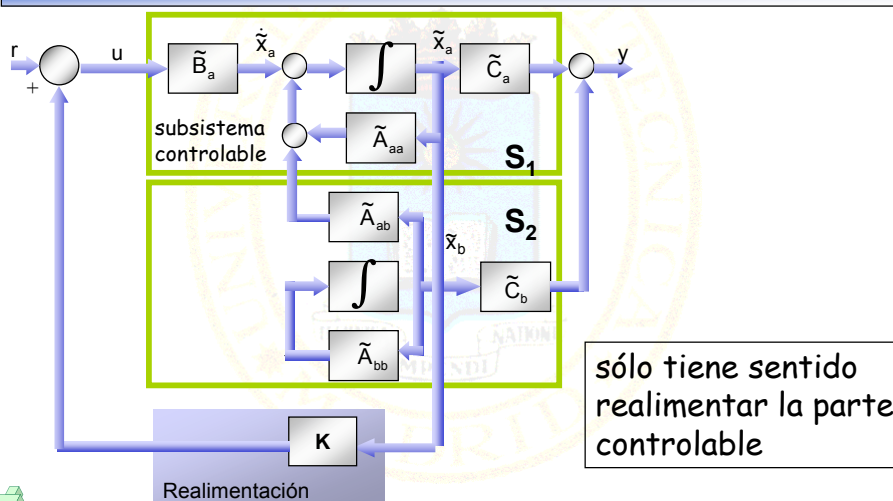


Introducción: motivación

- Control por realimentación del estado



Introducción: estructura genérica (2/5)



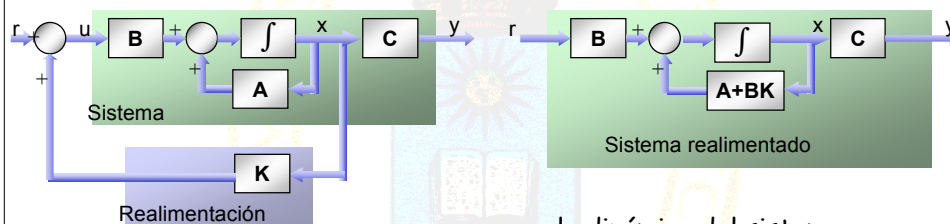


Control por realimentación del estado

- Introducción
- Realimentación del estado
- Control de sistemas monovariantes
- Control de sistemas multivariantes



Realimentación del estado (1/2)



la dinámica del sistema realimentado cambia según:

$$A_r = A + BK$$





Realimentación del estado (2/2)

$$A_r = A + BK$$

- Objetivo:
cálculo de K para conseguir la dinámica dada por A_r
- Características:
 - sistema con $n \times n$ ecuaciones y $n \times m$ incógnitas
- Conclusiones:
 - no todas las matrices A_r son posibles
 - se debe usar una base del espacio de estado en la que las ecuaciones sean compatibles y sencillas de resolver



Control por realimentación del estado

- Introducción
- Realimentación del estado
- Control de sistemas monovariantes
- Control de sistemas multivariantes





Control de sistemas monovariables: cálculo de K

dado el sistema monovariante:

$$G(s) = \frac{b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0}$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = [-b_0 \quad -b_1 \quad \dots \quad -b_{n-2} \quad -b_{n-1}]x(t)$$

cuando se realimenta el estado con la matriz:

$$\tilde{K} = [\tilde{k}_1 \quad \tilde{k}_2 \quad \tilde{k}_3 \quad \dots \quad \tilde{k}_n]$$

se obtiene el sistema:

$$A_r = (A + B\tilde{K}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ \tilde{k}_1 - a_0 & \tilde{k}_2 - a_1 & \dots & \tilde{k}_n - a_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$M(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + (a_{n-1} - \tilde{k}_n) s^{n-1} + \dots + (a_1 - \tilde{k}_2) s + (a_0 - \tilde{k}_1)}$$

- se modifican los polos según K
- no se alteran los ceros
- la ganancia se altera en función de la situación de los polos



Ejemplo realimentación monovariante

Calcular la matriz de realimentación del estado del sistema:

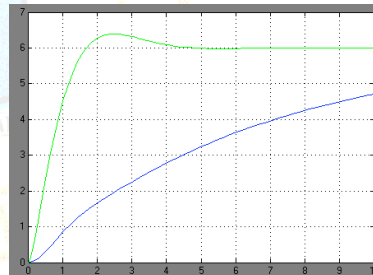
$$G(s) = \frac{3s + 6}{s^3 + 3s^2 + 7s + 1}$$

para situar sus polos en $-1 \pm j$ y -10

$$P_{cc}(s) = (s^2 + 2s + 2)(s + 10) = s^3 + 12s^2 + 22s + 20$$

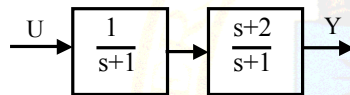
luego:

$$\left. \begin{aligned} 20 &= 1 - \tilde{k}_1 \\ 22 &= 7 - \tilde{k}_2 \\ 12 &= 3 - \tilde{k}_3 \end{aligned} \right\} \tilde{K} = [-19 \quad -15 \quad -9]$$





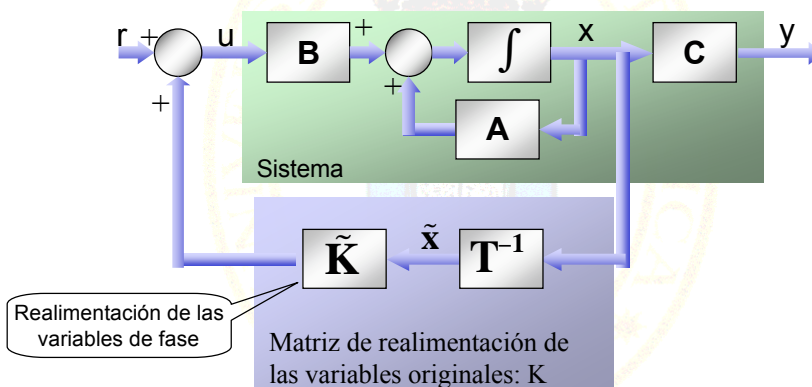
Problema realimentación monovariable



Calcular la matriz \tilde{K} de realimentación de las variables de fase que consigan que el sistema en cadena cerrada tenga todos sus polos en -2



Control de sistemas monovariables: estructura





Control de sistemas monovariables: calculo de T

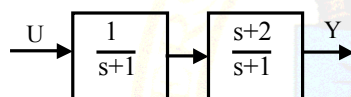
- Cálculo de la matriz de cambio de base T tal que:
 $x = T\tilde{x}$
donde x son las variables originales y \tilde{x} son las variables de fase

$$Q = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

$$Q^{-1} = \begin{bmatrix} e_1^T \\ e_2^T \\ \vdots \\ e_n^T \end{bmatrix} \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} e_n^T \\ e_n^T A \\ \vdots \\ e_n^T A^{n-1} \end{bmatrix}$$



Problema realimentación monovariante



- Calcular la matriz K de realimentación de las variables de salida de cada bloque que consigan que el sistema en cadena cerrada tenga todos sus polos en -2
- Dibujar el esquema de control utilizado

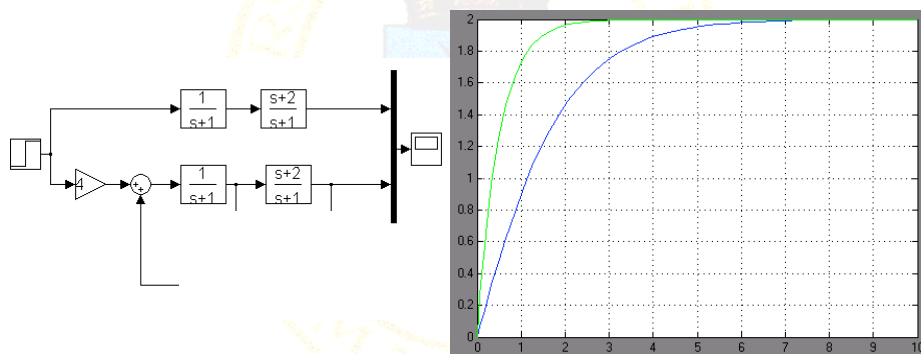




Resolución



Solución problema realimentación monovariable



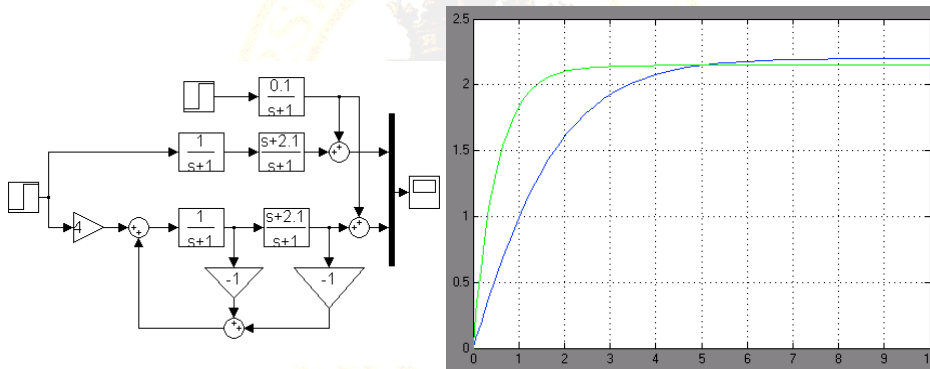


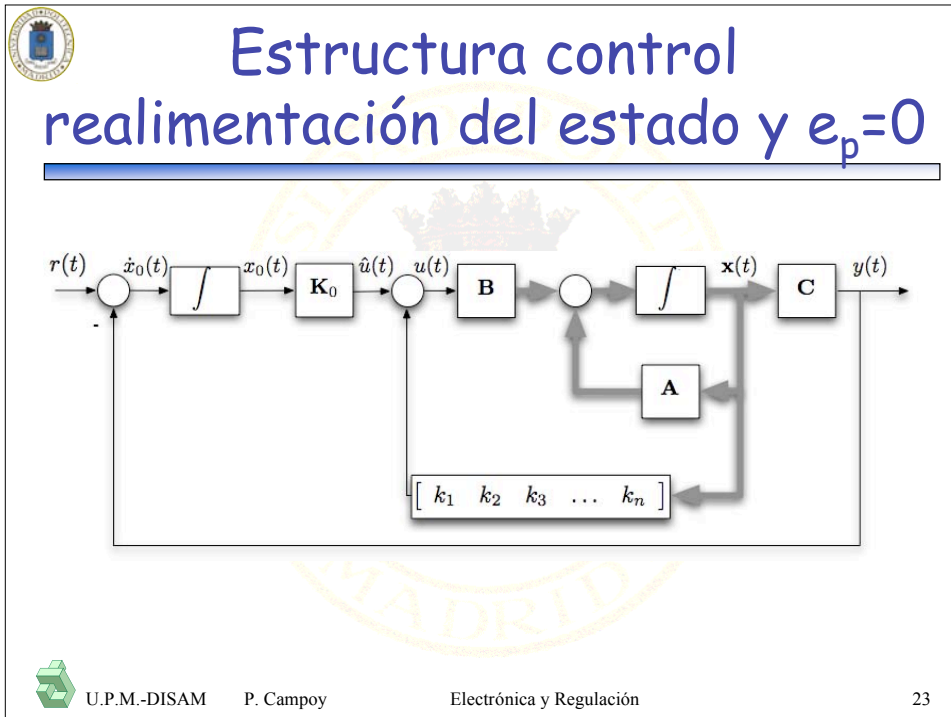
Control por realimentación del estado

- Introducción
- Realimentación del estado
- Control de sistemas monovariantes
 - Control con error de posición nulo
- Control de sistemas multivariantes



Realimentación monovariante con error de modelado y perturbación





**Ecuaciones control
realimentación del estado y $e_p=0$**

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{C} \\ 0 & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} r =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{C} \\ \mathbf{BK}_0 & \mathbf{A} + \mathbf{BK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} r$$

Haciendo el cambio $\mathbf{x} = \mathbf{T}\tilde{\mathbf{x}}$:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{CT} \\ \mathbf{T}^{-1}\mathbf{BK}_0 & \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \tilde{\mathbf{x}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} r =$$

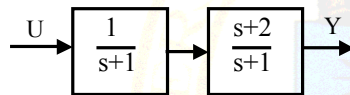
$$= \begin{bmatrix} 0 & -b_0 & -b_1 & -b_2 & \dots & -b_{n-1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ K_0 & \tilde{k}_1 - a_0 & \tilde{k}_2 - a_1 & \tilde{k}_3 - a_2 & \dots & \tilde{k}_n - a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \\ \vdots \\ \tilde{x}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} r$$

$$\det(s\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}_r) = p_r(s) \quad \mathbf{K} = \tilde{\mathbf{K}}\mathbf{T}_c^{-1}$$

U.P.M.-DISAM P. Campoy Electrónica y Regulación 24



Problema realimentación monovariable con $e_p=0$



- Calcular y dibujar la estructura de control por realimentación del estado que consigue que el sistema tenga sus dos polos más significativos en -2 y además tenga error de posición nulo



Resolución



Realimentación monovariable $e_p=0$, con error de modelado y perturbación

The diagram shows a control system with a disturbance input. The disturbance is a step function that passes through a block $\frac{0.1}{s+1}$ and is added to the main feedback loop. The main loop includes a controller with a gain of 4, a disturbance compensator with a gain of 20, and a plant with a transfer function $\frac{1}{s+1}$. The feedback path consists of a summing junction with gains of -1 and -11, and a block $\frac{1}{s+1}$. The plot shows the system's response to a step input, with three curves (red, green, blue) converging to a steady-state value of approximately 2.0. The x-axis represents time from 0 to 10, and the y-axis represents the output from 0 to 2.5.

U.P.M.-DISAM P. Campoy Electrónica y Regulación 27

Control por realimentación del estado

- Introducción
- Realimentación del estado
- Control de sistemas monovariantes
- Control de sistemas multivariantes

U.P.M.-DISAM P. Campoy Electrónica y Regulación 28



Control de sistemas multivariables (1/7)

• Decisión de contrabilidad por entradas:

$$Q = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B] =$$

$$= [b_1 \quad \dots \quad b_m \quad Ab_1 \quad \dots \quad Ab_m \quad \dots \quad A^{n-1}b_1 \quad \dots \quad A^{n-1}b_m]$$

$$L = [b_1 \quad Ab_1 \quad \dots \quad A^{n_1-1}b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad A^{n_2-1}b_2 \quad \dots \quad b_m \quad \dots \quad A^{n_m-1}b_m]$$

$\uparrow \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow$
 $\sigma_1 \quad \quad \quad \sigma_2 \quad \quad \quad \sigma_m$

- n_i es el nº de variables controladas por la entrada i -ésima
- las entradas se ordenan de manera que $n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_m$



Control de sistemas multivariables (2/7)

• Cálculo de K tal que: $\tilde{A}_r = \tilde{A} + \tilde{B}K$

• Existe una matriz de cambio de base T_c tal que la matriz \tilde{A} queda expresada en la segunda forma canónica controlable:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} & \dots & \tilde{A}_{1d} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} & \dots & \tilde{A}_{2d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{A}_{d1} & \tilde{A}_{d2} & \dots & \tilde{A}_{dd} \end{bmatrix}$$

- m el nº de entradas utilizadas para controlar el sistema
- n_i el nº de v.e. controladas por la entrada i -ésima
- \tilde{A}_{ij} de dimensión $n_i \times n_j$

siendo cada una de las cajas de forma:

$$\tilde{A}_{ii} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\tilde{a}_{\sigma_i \sigma_i - n_i + 1} & -\tilde{a}_{\sigma_i \sigma_i - n_i + 2} & \dots & -\tilde{a}_{\sigma_i \sigma_i} \end{bmatrix} \quad \tilde{A}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \\ -\tilde{a}_{\sigma_i \sigma_j - n_j + 1} & \dots & -\tilde{a}_{\sigma_i \sigma_j} \end{bmatrix}$$





Control de sistemas multivariables (3/7)

• Matrices \tilde{B} y \tilde{K}

La matriz \tilde{B} en la 2ª forma canónica controlable:

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \\ \vdots \\ \tilde{B}_m \end{bmatrix} \quad \text{siendo cada una de las cajas de forma:} \quad \tilde{B}_i = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 1 & \tilde{b}_{\sigma_i, i+1} & \cdots & \tilde{b}_{\sigma_i, m} \end{bmatrix}$$

La matriz K tiene la forma:

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} \tilde{k}_{11} & \cdots & \tilde{k}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{k}_{m1} & \cdots & \tilde{k}_{mn} \end{bmatrix}$$

$\uparrow \quad \cdots \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \cdots \quad \uparrow$
 $1 \quad \quad \quad i \quad i+1 \quad \quad \quad m$



Control de sistemas multivariables (4/7)

• CÁLCULO de $\tilde{A}_r = \tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K}$

Efectuando la operación matriz $\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K}$ se obtiene la expresión de la columna j-esima:

$$(\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K})_{(\cdot, j)} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\tilde{a}_{\sigma_1 j} + \tilde{k}_{1j} + \tilde{b}_{\sigma_1 2} \tilde{k}_{2j} + \tilde{b}_{\sigma_1 3} \tilde{k}_{3j} + \cdots + \tilde{b}_{\sigma_1 m} \tilde{k}_{mj} \\ 0 \\ -\tilde{a}_{\sigma_2 j} + \tilde{k}_{2j} + \tilde{b}_{\sigma_2 3} \tilde{k}_{3j} + \cdots + \tilde{b}_{\sigma_2 m} \tilde{k}_{mj} \\ \vdots \\ 0 \\ -\tilde{a}_{\sigma_{m-1} j} + \tilde{k}_{m-1 j} + \tilde{b}_{\sigma_{m-1} m} \tilde{k}_{mj} \\ 0 \\ -\tilde{a}_{\sigma_m j} + \tilde{k}_{mj} \end{bmatrix}$$

$\leftarrow n_1 = \sigma_1$
 $\leftarrow n_1 + n_2 = \sigma_2$
 $\leftarrow n_1 + \cdots + n_{m-1} = \sigma_{m-1}$
 $\leftarrow n_1 + \cdots + n_m = \sigma_m = n$





Control de sistemas multivariables (5/7)

- **DETERMINACIÓN de \tilde{A}_r**
- la matriz \tilde{A}_r tiene elementos distintos de 0 y 1 sólo en las filas $\sigma_1, \dots, \sigma_n$
- los $m \times n$ elementos de las filas $\sigma_1, \dots, \sigma_n$ de la matriz \tilde{A}_r dependen de los $m \times n$ elementos de la matriz \tilde{K} . Estos valores pueden ser elegidos libremente, dando lugar a un sistema compatible y determinado para el cálculo de los elementos de \tilde{K} .

$$\tilde{A}_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\tilde{\alpha}_0 & -\tilde{\alpha}_1 & -\tilde{\alpha}_2 & \dots & -\tilde{\alpha}_{n-1} \end{bmatrix}$$



Control de sistemas multivariables (6/7)

- **CÁLCULO de \tilde{K} : $\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K}$**
- A partir de $\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K}$, se obtienen las siguientes ecuaciones para cada columna:

$$\delta_{\sigma_1 j} = -\tilde{a}_{\sigma_1 j} + \tilde{k}_{1j} + \tilde{b}_{\sigma_1 2} \tilde{k}_{2j} + \tilde{b}_{\sigma_1 3} \tilde{k}_{3j} + \dots + \tilde{b}_{\sigma_1 m} \tilde{k}_{mj}$$

$$\delta_{\sigma_2 j} = -\tilde{a}_{\sigma_2 j} + \tilde{k}_{\sigma_2 j} + \tilde{b}_{\sigma_2 3} \tilde{k}_{3j} + \dots + \tilde{b}_{\sigma_2 m} \tilde{k}_{mj}$$

$$\vdots$$

$$\delta_{\sigma_{m-1} j} = -\tilde{a}_{\sigma_{m-1} j} + \tilde{k}_{\sigma_{m-1} j} + \tilde{b}_{\sigma_{m-1} m} \tilde{k}_{mj}$$

$$-\alpha_{j-1} = -\tilde{a}_{nj} + \tilde{k}_{mj}$$

donde:

$$\delta_{\sigma_i j} = \begin{cases} 1 & \text{para } j = \sigma_i + 1 \\ 0 & \text{para } j \neq \sigma_i + 1 \end{cases}$$





Control de sistemas multivariables (7/7)

• CÁLCULO de T:

$$Q = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B] = [b_1 \quad \dots \quad b_m \quad | \quad Ab_1 \quad \dots \quad Ab_m \quad | \quad \dots \quad | \quad A^{n-1}b_1 \quad \dots \quad A^{n-1}b_m]$$

$$L = [b_1 \quad Ab_1 \quad \dots \quad A^{n_1-1}b_1 \quad | \quad b_2 \quad \dots \quad A^{n_2-1}b_2 \quad | \quad \dots \quad | \quad b_m \quad \dots \quad A^{n_m-1}b_m]$$

$$L^{-1} = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_{\sigma_1} \\ \vdots \\ e_{\sigma_2} \\ \vdots \\ e_{\sigma_m} \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \sigma_1 \\ \leftarrow \sigma_2 \\ \leftarrow \sigma_m = n \end{matrix}$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} e_{\sigma_1} \\ e_{\sigma_1} A \\ \vdots \\ e_{\sigma_1} A^{n_1-1} \\ \vdots \\ e_{\sigma_2} \\ \vdots \\ e_{\sigma_2} A^{n_2-1} \\ \vdots \\ e_{\sigma_m} \\ \vdots \\ e_{\sigma_m} A^{n_m-1} \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow -1 \\ \leftarrow \sigma_1 \\ \leftarrow \sigma_1 + 1 \\ \leftarrow \sigma_2 \\ \leftarrow \sigma_{m-1} + 1 \\ \leftarrow \sigma_m = n \end{matrix}$$



U.P.M.-DISAM

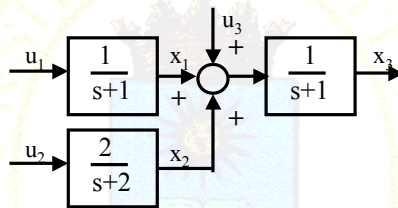
P. Campoy

Electrónica y Regulación



Ejemplo de control multivariable

dado el sistema:



- Elegir las distintas combinaciones de entradas que permiten la controlabilidad del sistema
- Calcular la matriz de realimentación de las variables de estado de la figura que sitúan todos los polos del sistema en -3, para cada combinación posible de las entradas
- Dibujar la respuesta del sistema en Simulink y justificarla mediante el cálculo de las f.d.t. $X_3(s)/U_1(s)$ y $X_3(s)/U_2(s)$



U.P.M.-DISAM

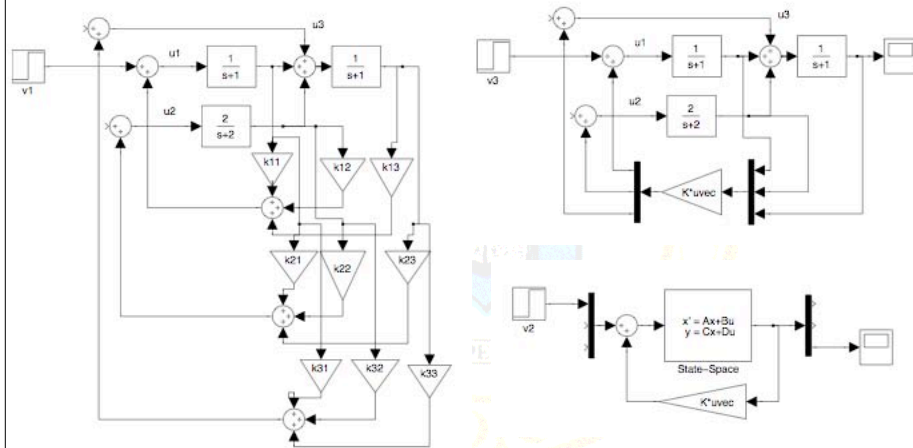
P. Campoy

Electrónica y Regulación

36



Resolución control multivariable: elección entradas



U.P.M.-DISAM

P. Campoy

Electrónica y Regulación

37



Resolución control multivariable: elección entradas

modelo de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

matriz de controlabilidad:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & -2 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

elecciones de matrices L:

$$L_1 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{u_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}}_{u_2} \quad L_2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & -4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}}_{u_2} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{u_1} \quad L_3 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{u_1} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}}_{u_2} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{u_3}$$



U.P.M.-DISAM

P. Campoy

Electrónica y Regulación

38



Solución control multivariable: solución 1

Cálculo T:

$$L_1 = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \quad L_1^{-1} = \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{array} \right] \quad T_1^{-1} = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{array} \right]$$

Modelo en la nueva base:

$$\tilde{A}_1 = T_1^{-1}AT_1 = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{array} \right] \quad \tilde{B}_1 = T_1^{-1}B = \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{array} \right]$$

Matriz del sistema realimentado:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 + \tilde{B}_1\tilde{K}_1 &= \left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{ccc} \tilde{k}_{11} & \tilde{k}_{12} & \tilde{k}_{13} \\ \tilde{k}_{21} & \tilde{k}_{22} & \tilde{k}_{23} \end{array} \right] = \\ &= \left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ \tilde{k}_{11} + 2\tilde{k}_{21} - 1 & \tilde{k}_{12} + 2\tilde{k}_{22} - 2 & \tilde{k}_{13} + 2\tilde{k}_{23} - 2 \\ \tilde{k}_{21} & \tilde{k}_{22} & \tilde{k}_{23} - 2 \end{array} \right] \end{aligned}$$



U.P.M.-DISAM

P. Campoy

Electrónica y Regulación

39



Solución control multivariable: solución 1

Especificaciones: $P_{cc}(s) = (s + 3)^3 = s^3 + 9s^2 + 27s + 27$

$$\tilde{A}_r = \left[\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -27 & -27 & -9 \end{array} \right]$$

igualando: $\tilde{A}_r = \tilde{A}_1 + \tilde{B}_1\tilde{K}_1$

se obtiene la matriz de realimentación en la nueva base:

$$\tilde{K}_1 = \left[\begin{array}{ccc} 55 & 56 & 17 \\ -27 & -27 & -7 \end{array} \right]$$

deshaciendo el cambio de base:

$$K = \tilde{K}_1 T_1^{-1} = \left[\begin{array}{ccc} 56 & 64,5 & -1 \\ -27 & -30,5 & 0 \end{array} \right]$$

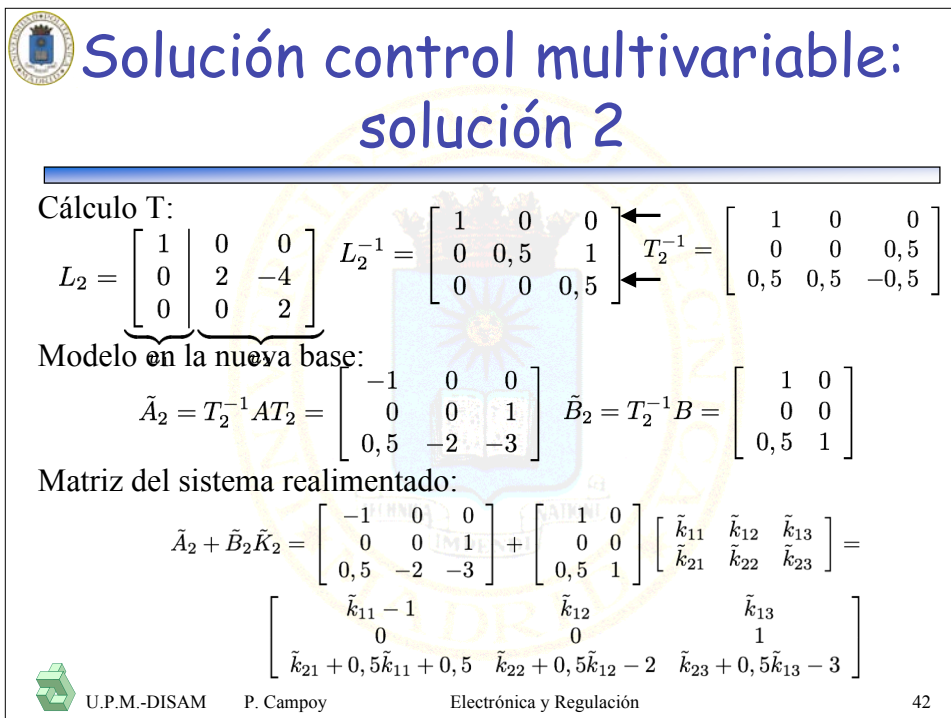
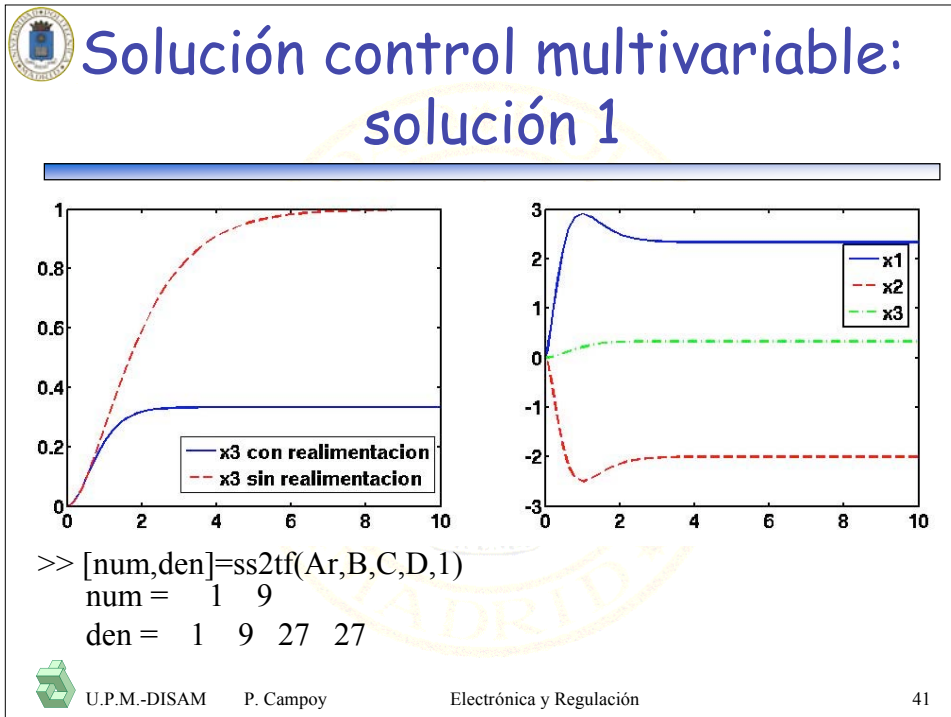


U.P.M.-DISAM

P. Campoy

Electrónica y Regulación

40





Solución control multivariable: solución 2

Especificaciones: $P_{cc}(s) = (s + 3)^3 = s^3 + 9s^2 + 27s + 27$

$$\tilde{A}_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -27 & -27 & -9 \end{bmatrix}$$

igualando: $A_r = \tilde{A}_2 + \tilde{B}_2 \tilde{K}_2$

se obtiene la matriz de realimentación en la nueva base:

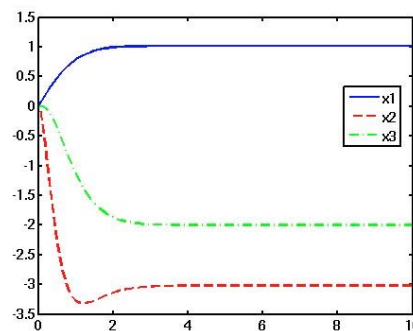
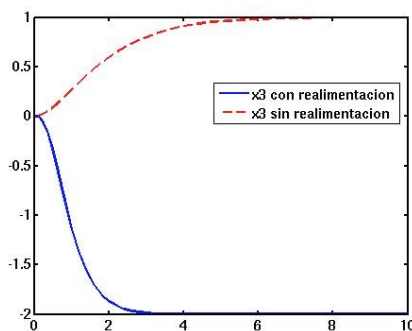
$$\tilde{K}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -28 & -25,5 & -6 \end{bmatrix}$$

deshaciendo el cambio de base:

$$K_2 = \tilde{K}_2 T_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0,5 \\ -31 & -3 & -9,75 \end{bmatrix}$$



Solución control multivariable: solución 2



```
>> [num,den]=ss2tf(Ar,B,C,D,1)
num = 1 -54
den = 1 9 27 27
```





Solución control multivariable: solución 3

Cálculo T:

$$L_3 = \left[\begin{array}{c|c|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad L_3^{-1} = \left[\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \leftarrow = T_3^{-1}$$

u_1 u_2 u_3

Matriz del sistema realimentado:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_3 + \tilde{B}_3 \tilde{K}_3 &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{k}_{11} & \tilde{k}_{12} & \tilde{k}_{13} \\ \tilde{k}_{21} & \tilde{k}_{22} & \tilde{k}_{23} \\ \tilde{k}_{31} & \tilde{k}_{32} & \tilde{k}_{33} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -27 & -27 & -9 \end{bmatrix} \end{aligned}$$



Solución control multivariable: solución 3

se obtiene la matriz de realimentación en la nueva base:

$$\tilde{K}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -28 & -29 & -8 \end{bmatrix}$$

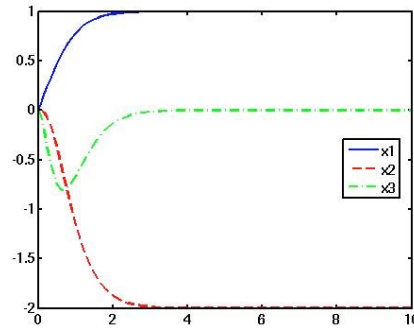
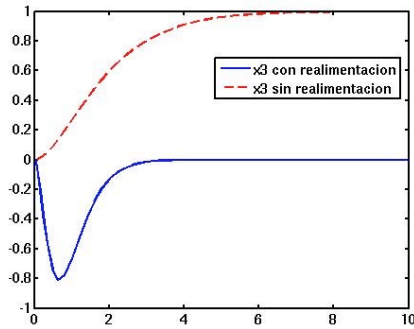
deshaciendo el cambio de base:

$$K_3 = \tilde{K}_3 T_3^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0,5 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -28 & -14,5 & -8 \end{bmatrix}$$





Solución control multivariable: solución 3



```
>> [num,den]=ss2tf(Ar,B,C,D,1)
num = -27 0
den = 1 9 27 27
```



U.P.M.-DISAM

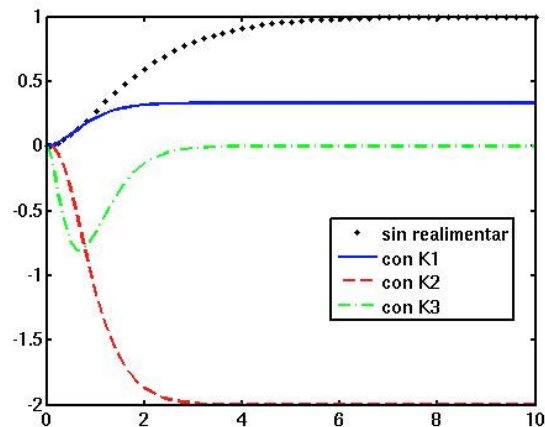
P. Campoy

Electrónica y Regulación

47



Solución control multivariable: comparativa de soluciones



U.P.M.-DISAM

P. Campoy

Electrónica y Regulación

48



¿por qué un nuevo control?

- Control por realimentación del estado

