6. Elevación del grado

Vídeo de Derivación y elevación del grado

En algunos casos, nos puede interesar cambiar el grado de la curva para tener más grados de libertad a la hora de modificarla. Esto era muy fácil de realizar en la base canónica, bastaba añadir un término $0t^{n+1}$ y la parametrización formalmente sería de grado $n+1$. La curva de grado n de polígono $\{c_0, \ldots, c_n\}$ y la curva de grado $n+1$ y polígono $\{c_0^1, \ldots, c_{n+1}^1\}$ dado por

$$c_i^1 = \left(1 - \frac{i}{n+1}\right) c_i + \frac{i}{n+1} c_{i-1}. \square \tag{7}$$

son la misma curva.

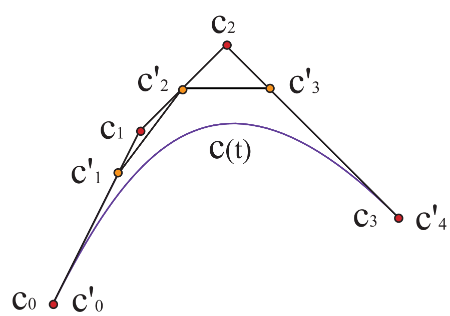

Figura 11: Los polígonos $\{c_0, \ldots, c_3\}$, $\{c'_0, \ldots, c'_4\}$ corresponden a la misma curva de Bézier

Si iteramos el proceso de elevación del grado, esencialmente estamos "redondeando" el polígono de control, recortándole las esquinas. En el límite de infinitas elevaciones de grado, el polígono tiende a la forma de la curva, aunque no es un procedimiento eficiente para trazarla. Ejemplo.

Una propiedad que se infiere directamente del proceso de elevación del grado es la **disminución de la variación**. Una recta r corta a una curva de Bézier, $c(t)$, en *a lo sumo* tantos puntos como a su polígono de control, $\{c_0, \ldots, c_n\}$. Ejemplo.

El problema inverso, la disminución del grado, como es obvio, no tiene en general solución, ya que una curva de grado $n+1$ real no se puede expresar como una curva de grado n, pero se puede estudiar la mejor aproximación al problema de disminución del grado por mínimos cuadrados.

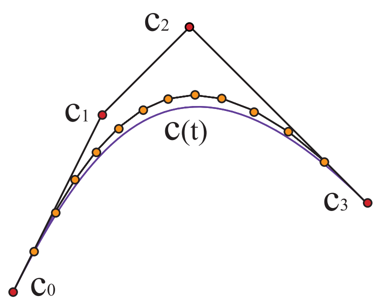

Figura 12: Al elevar el grado, el polígono de control tiende a la curva de Bézier

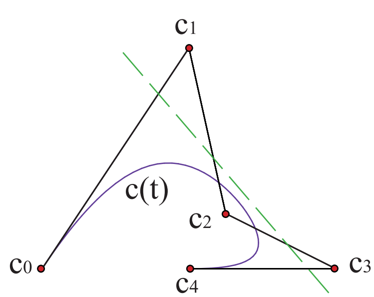

Figura 13: Disminución de la variación: la recta corta al polígono en cuatro puntos y en ninguno a la curva

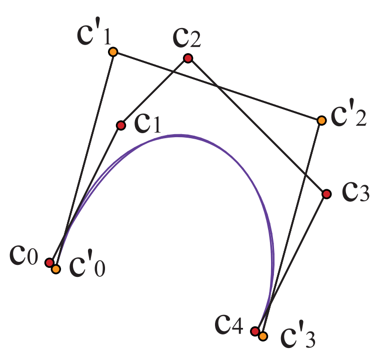

Figura 14: La disminución del grado no proporciona exactamente la misma curva