8. Interpolación

Vídeo de Interpolación y aproximación de curvas

Las curvas de Bézier pueden utilizarse para interpolar entre varios puntos, conocidos los valores que les corresponden del parámetro t. Supongamos que tenemos $n+1$ puntos $\{a_0, \ldots, a_n\}$ y queremos obtener una curva $c(t)$ definida en el intervalo $[0, 1]$ que verifique

$$c(t_0) = a_0, \qquad c(t_n) = a_n,$$

para unos valores $t_0, \ldots, t_n$ del parámetro.

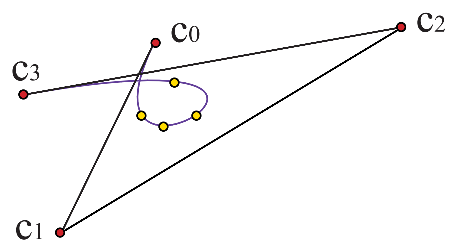

Figura 17: Cúbica interpolante de cuatro puntos

Para resolver el problema de interpolación, debemos encontrar el polígono de control de la curva de grado n que verifique

$$\sum_{i=0}^{n} c_i B_i^n(t_j) = a_j, \qquad j = 0, \ldots n,$$

es decir, se trata de resolver el sistema lineal de $n+1$ ecuaciones

$$\begin{pmatrix} B_0^n(t_0) & \cdots & B_n^n(t_0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_0^n(t_n) & \cdots & B_n^n(t_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}.$$

En notación matricial, nuestro sistema es $BC = A$, donde B es la matriz de los valores de los polinomios de Bernstein en $t_0, \ldots, t_n$, y C, A son las matrices cuyas filas son las componentes, respectivamente, de los vértices del polígono de control y de los datos del problema. La solución formal sería $C = B^{-1}A$, aunque la manera eficiente de obtenerla será por algún algoritmo de resolución numérica. Ejemplo.