

## 6. Forma polar

La forma polar correspondiente al algoritmo de De Boor se construye de manera trivial. Para el polígono correspondiente a una curva de grado  $n$ ,  $\{d_0, \dots, d_n\}$ , y una sucesión de nudos,  $\{u_0, \dots, u_{2n-1}\}$ , la forma polar se evalúa en los valores  $v_1, \dots, v_n$  del parámetro,

$$\begin{aligned}
 d_i^{(1)}[v_1] &:= c[u_{i+1}, \dots, u_{i+n-1}, v_1], \\
 &= \frac{u_{i+n} - v_1}{u_{i+n} - u_i} d_i + \frac{v_1 - u_i}{u_{i+n} - u_i} d_{i+1}, \quad i = 0, \dots, n-1, \\
 d_i^{(r)}[v_1, \dots, v_r] &:= c[u_{i+r}, \dots, u_{i+n-1}, v_1, \dots, v_r] \\
 &= \frac{u_{i+n} - v_r}{u_{i+n} - u_{i+r-1}} d_i^{(r-1)}[v_1, \dots, v_{r-1}] \\
 &\quad + \frac{v_r - u_{i+r-1}}{u_{i+n} - u_{i+r-1}} d_{i+1}^{(r-1)}[v_1, \dots, v_{r-1}], \\
 i &= 0, \dots, n-r, \quad r = 1, \dots, n, \\
 d[v_1, \dots, v_n] &:= d_0^{(n)}[v_1, \dots, v_n] = \frac{u_n - v_n}{u_n - u_{n-1}} d_0^{(n-1)}[v_1, \dots, v_{n-1}] \\
 &\quad + \frac{v_n - u_{n-1}}{u_n - u_{n-1}} d_1^{(n-1)}[v_1, \dots, v_{n-1}] = c[v_1, \dots, v_n]. \quad (16)
 \end{aligned}$$

A pesar de su aparente asimetría, la forma polar sigue siendo simétrica.

Obviamente, la forma polar devuelve los valores correctos de los vértices del polígono de control. [Ejemplo.](#) [Ejemplo.](#)

$$d[u_i, \dots, u_{i+n-1}] = c[u_i, \dots, u_{i+n-1}] = d_i.$$

Por tanto, dado que  $d_i = c[u_i, \dots, u_{i+n-1}]$  y  $c_i = c[u_{n-1}^{<n-i>}, u_n^{<i>}]$ , vemos que la forma polar nos proporciona un sencillo mecanismo para pasar de un esquema a otro. Por ejemplo, si tenemos el polígono B-spline de una curva de grado  $n$ ,  $\{d_0, \dots, d_n\}$ , su polígono de control, como curva de Bézier vendrá dado simplemente por

$$c_i = c[u_{n-1}^{<n-i>}, u_n^{<i>}] = d[u_{n-1}^{<n-i>}, u_n^{<i>}].$$

A este nivel puede parecer un esfuerzo innecesario el que estamos realizando al cambiar de representación, pero el apartado siguiente nos permitirá avanzar hacia las curvas de varios tramos.

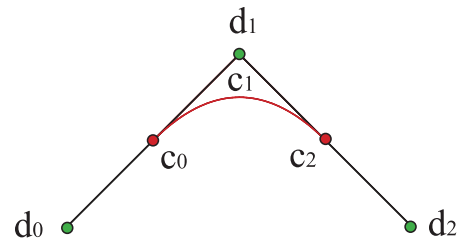


Figura 11: Polígonos B-spline y de control para una curva parabólica