

9. Algoritmo de inserción

[Vídeo de Algoritmo de inserción y elevación del grado](#)

Íntimamente ligado al algoritmo de De Boor está el algoritmo de inserción de nudos. Esencialmente es el equivalente del algoritmo de subdivisión estudiado para el algoritmo de De Casteljaou.

Consideremos un polígono de control B-spline para una curva de grado n de N tramos, $\{d_0, \dots, d_{n+N-1}\}$ y una sucesión de nudos $\{u_0, \dots, u_{2n+N-2}\}$, en la cual queremos introducir un nudo adicional \tilde{u} , distinto o igual a alguno de los originales, de modo que la gráfica de la curva permanezca invariable. Como el número de vértices, $L + 1$ y el número de nudos, $K + 1$, están ligados entre sí, $K = L + n - 1$, la inclusión del nuevo nudo supone la aparición de un tramo nuevo de curva, es decir, una subdivisión, y, por tanto, un nuevo vértice.

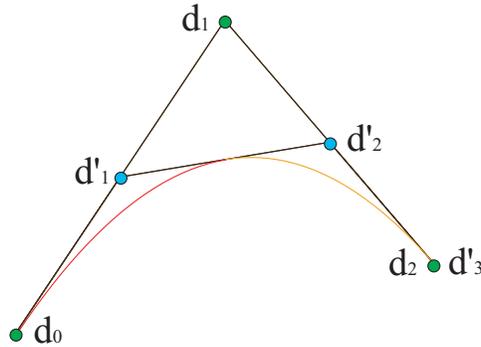


Figura 16: Inserción de un nudo en una parábola de un tramo

Si en la nueva sucesión ordenada de nudos, $\{\tilde{u}_0, \dots, \tilde{u}_{2n+N-1}\}$, el nuevo nudo ocupa la posición i -ésima,

$$\begin{aligned}\tilde{u}_j &= u_j, \quad j = 0, \dots, i - 1, \quad \tilde{u}_i = \tilde{u}, \\ \tilde{u}_j &= u_{j-1}, \quad j = i + 1, \dots, 2n + N - 1,\end{aligned}$$

como ya sabemos que la forma polar nos proporciona los vértices del polígono de control, tenemos ya todos los ingredientes para construirlo. [Ejemplo](#).

$$\tilde{d}_j = d[\tilde{u}_j, \dots, \tilde{u}_{j+n-1}], \quad j = 0, \dots, n + N \quad (17)$$

La aplicación reiterada del algoritmo de inserción de los nudos u_i, u_{i+1} hasta que alcancen ambos la multiplicidad n es una manera equivalente de obtener el polígono de control de la curva en el intervalo $[u_i, u_{i+1}]$. **Ejemplo.** Esto es obvio, ya que la sucesión de nudos de dicho intervalo, después de la inserción será $\{u_i^{<n>}, u_{i+1}^{<n>}\}$ que corresponde, como sabemos, a una curva de Bézier, con vértices $c_i = d[u_i^{<n-i>}, u_{i+1}^{<i>}]$.

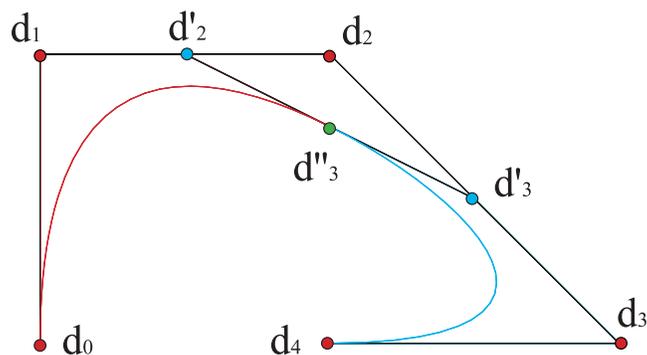


Figura 17: Spline cúbico de dos tramos: la inserción del nudo central dos veces proporciona los polígonos de control de ambos tramos