

4. Algoritmo de De Casteljaou

Vídeo de Algoritmo de de Casteljaou y elevacion de grado

Extender el algoritmo de De Casteljaou a superficies es poco menos que una obviedad. Sólo tenemos que aplicarlo por separado a las columnas de la malla de control, como si fueran polígonos de curvas de grado m ,

$$\begin{aligned} c_{i,j}^{r,0}(u) &:= (1-u)c_{i,j}^{r-1,0}(u) + uc_{i+1,j}^{r-1,0}(u), \\ i = 0, \dots, m-r, \quad r = 1, \dots, m, \quad j = 0, \dots, n, \end{aligned} \quad (9)$$

hasta llegar a un único punto en la iteración m -ésima en cada columna, $\{c_{0,0}^{m,0}(u), \dots, c_{0,n}^{m,0}(u)\}$, que podemos considerar como un polígono de control de una curva de grado n , al cual volvemos a aplicar el algoritmo de De Casteljaou,

$$\begin{aligned} c_{0,j}^{m,s}(u, v) &:= (1-v)c_{0,j}^{m,s-1}(u, v) + vc_{0,j+1}^{m,s-1}(u, v), \\ j = 0, \dots, n-s, \quad s = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (10)$$

hasta llegar al último paso de la iteración, que nos proporciona el punto $c(u, v)$ de la superficie,

$$c(u, v) = c_{0,0}^{m,n}(u, v). \quad (11)$$

Obviamente el proceso es simétrico. Podíamos haber comenzado aplicando el algoritmo de De Casteljaou a las filas.

A su vez, la forma polar de una superficie de Bézier tampoco causa mayores problemas, ya que, a la vista del algoritmo de De Casteljaou,

$$\begin{aligned} c[u_1, \dots, u_m; v_1, \dots, v_n] &:= c[u_1, \dots, u_m][v_1, \dots, v_n] \\ &= c[v_1, \dots, v_n][u_1, \dots, u_m], \end{aligned} \quad (12)$$

es decir, evaluamos la forma polar primero en u_1, \dots, u_m en cada de una de las columnas de la malla de control y, con el polígono resultante de grado n , evaluamos en v_1, \dots, v_n . O a la inversa, evaluamos en las filas en v_1, \dots, v_n y luego, en la columna resultante, en u_1, \dots, u_m .

Por ejemplo, si queremos restringir una superficie parametrizada, $c(u, v)$, al recinto $[a, b] \times [c, d]$, la malla de control, $\{\tilde{c}_{0,0}, \dots, \tilde{c}_{m,n}\}$, de la nueva superficie es ,

$$\tilde{c}_{i,j} = c[a^{<m-i>}, b^{<i>}; c^{<n-j>}, d^{<j>}]. \quad (13)$$

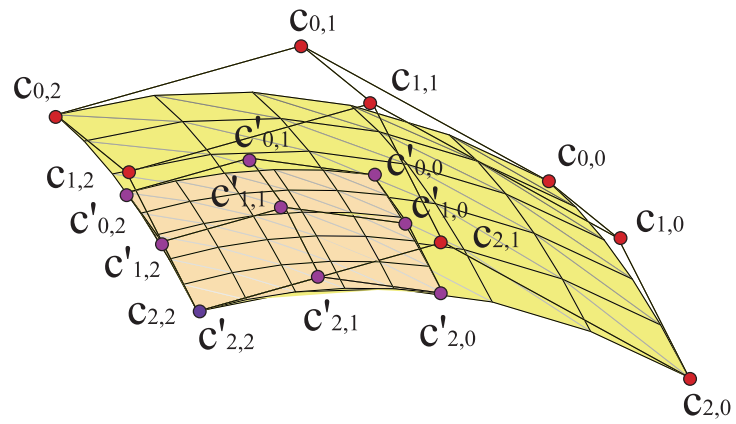


Figura 12: El algoritmo de De Casteljau se puede emplear para restringir la parametrización de una superficie

Ejemplo.