2. Superficies traslacionales

Vídeo de Superficies traslacionales

Las superficies traslacionales son la solución más sencilla a un problema de determinación de superficies: supongamos que tenemos dos curvas parametrizadas, $c_1(u)$, $d_1(v)$, $u, v \in [0,1]$, que se cortan en el punto inicial, $c_1(0) = a = d_1(0)$. Queremos hallar una superficie parametrizada $c(u,v)$ que pase por ambas curvas, de modo que $c(0,v) = d_1(v)$, $c(u,0) = c_1(u)$.

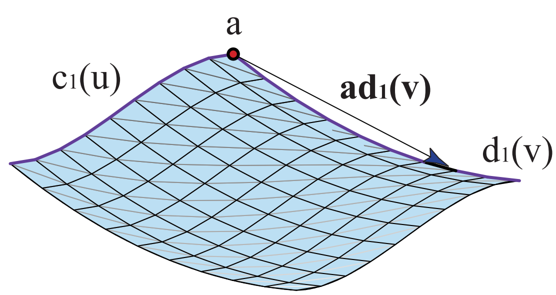

Figura 1: Superficie traslacional

Obviamente, hay infinitas superficies que son solución de este problema, pero la más sencilla consiste en deslizar la curva $c_1(u)$ paralelamente a sí misma a lo largo de la curva $d_1(v)$. Ejemplo. Esto se consigue trasladando el punto $c_1(u)$ por el vector $\mathbf{ad_1(v)}$, es decir,

$$c(u,v) = c_1(u) + \mathbf{ad_1(v)} = c_1(u) + d_1(v) - a. \tag{1}$$

Dada la simetría de la expresión, el mismo resultado se alcanza trasladando la curva $d_1(v)$ a lo largo de $c_1(u)$.

Nótese que estas superficies están caracterizadas por la condición de *twist* nulo,

$$\frac{\partial^2 c(u,v)}{\partial u \partial v} = 0, \tag{2}$$

ya que la parametrización no posee ningún término que dependa de u y de v a la vez.

Estas superficies se denominan, como ya anunciamos en el tema precedente, **superficies traslacionales**.

No es difícil encajar este tipo de superficies en nuestro formalismo y construir, por tanto, superficies traslacionales de Bézier, racionales o *spline*. Para ello, sólo es preciso contar con dos curvas que posean dichas características.

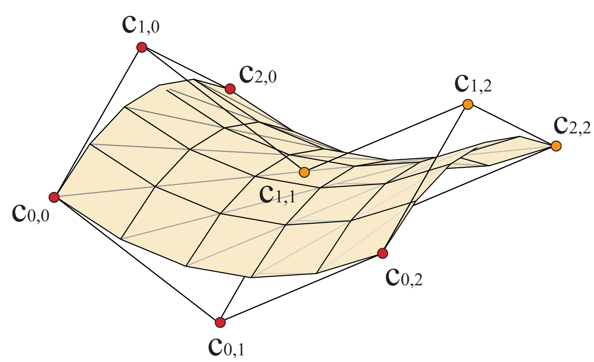

Figura 2: Superficie de Bézier traslacional

Supongamos que $c_1(u)$, $d_1(v)$ son curvas de Bézier de grados m y n y polígonos de control $\{c_{10},\dots,c_{1m}\}$, $\{d_{10},\dots,d_{1n}\}$, respectivamente. El punto de corte es $c_{10}=a=d_{10}$. Como la superficie traslacional $c(u,v)$ pasa por ambas curvas, estos vértices nos proporcionan una columna y una fila del borde de la malla de control. Ejemplo. El resto de vértices se infieren de la condición de *twist* nulo,

$$c_{i,j}=c_{1i}+d_{1j}-a. \tag{3}$$

Aunque esta relación la hemos deducido para superficies de Bézier, es también válida para superficies B-spline. En cambio, para superficies racionales,

$$w_{i,j}=w_{1i}\omega_{1j}, \qquad c_{i,j}=c_{1i}+d_{1j}-a, \tag{4}$$

que es también válida para superficies B-spline racionales.