6. Superficies de revolución

Vídeo de Superficies de revolución

Como es bien sabido, las **superficies de revolución** se generan por rotación de una curva plana en torno a un eje contenido en dicho plano. Ejemplo. Por ejemplo, si la curva está contenida en el plano XZ, $c_1(u) = (f(u), 0, g(u))$, una parametrización de la correspondiente superficie de revolución obtenida al girar en torno al eje Z es

$$c(u, v) = (f(u)\cos v, f(u)\sin v, g(u)), \quad v \in [0, 2\pi]. \tag{18}$$

Las líneas de parámetro v constante, copias rotadas de la curva original, son los meridianos de la superficie. Las líneas de u constante, circunferencias descritas al girar los puntos de la curva, son los paralelos de la superficie, de radio $|f(u)|$.

Describir los paralelos no es complicado, ya que vimos en el tema de las curvas racionales que podíamos describir una circunferencia.

Por tanto, para construir la malla de control de una superficie de revolución generada por una curva plana racional de polígono $\{c_0, \ldots, c_n\}$ y pesos $\{w_0, \ldots, w_n\}$, sólo es preciso trazar las circunferencias C_i que describen los vértices al rotar alrededor del eje Z. Los polígonos de estos arcos de circunferencia, $\{(C_i)_0, (C_i)_1, (C_i)_2\}$ son las filas de la malla de control. Es decir, la fila i-ésima de la malla de control es el polígono del arco de circunferencia descrito por c_i al girar. La columna cero será, pues, el polígono de la curva plana original, $(C_i)_0 = c_i$. Ejemplo.

Del mismo modo, la columna cero de la matriz de pesos estará formada por los pesos de la curva plana, $\{w_0, \ldots, w_n\}$. Todos los arcos de circunferencia C_i tienen pesos normalizados $\{1, w, 1\}$, siendo w el coseno de la mitad del ángulo girado. Ahora bien, si el peso w_i no es uno, habrá que multiplicar todos los pesos de la fila i-esima por este valor para que cuadren con la columna cero, $\{w_i, w_i w, w_i\}$.

La construcción anterior también es válida para curvas B-spline, de polígono $\{c_0, \ldots, c_L\}$, pesos $\{w_0, \ldots, w_L\}$ y nudos $\{u_0, \ldots, u_K\}$. Las circunferencias C_i tendrán polígonos B-spline $\{(C_i)_0, \ldots, (C_i)_{L'}\}$, que serán las filas de la malla de control. Y pesos normalizados $\{\omega_0, \ldots, \omega_{L'}\}$, con lo que los pesos de la fila i-esima serán $\{w_i\omega_0, \ldots, w_i\omega_{L'}\}$. Los nudos de las circunferencias, $\{v_0, \ldots, v_{K'}\}$, son los mismos para todas ellas.

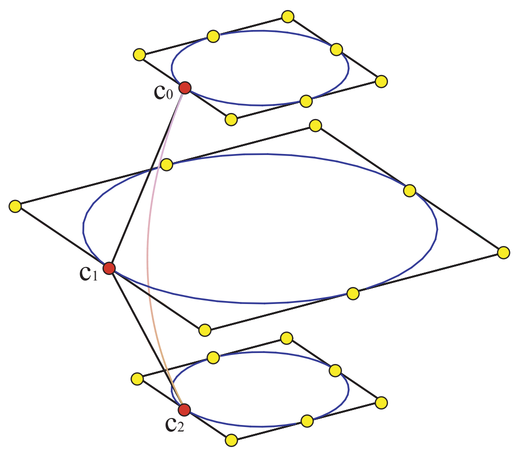

Figura 13: Malla B-spline de una superficie de revolución

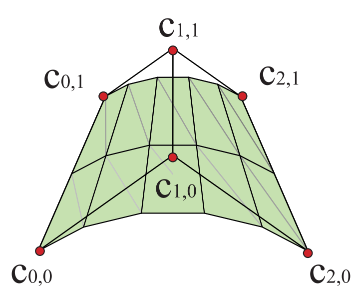

Figura 14: Cuadrante de tronco de cono

En el ejemplo vemos cómo se construye el polígono B-spline de circunferencias con N tramos.

El proceso es esencialmente el mismo. Se traslada el polígono anterior a cada punto del polígono B-spline de la curva que se va a rotar, modificando los radios y las alturas, y se multiplican los pesos, como se hacía para superficies de Bézier de revolución.

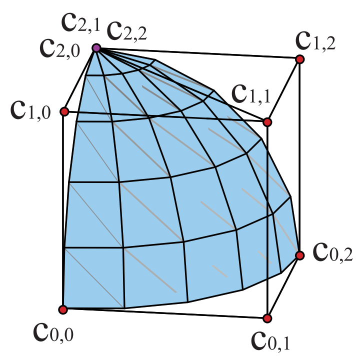

Figura 15: Octante de esfera

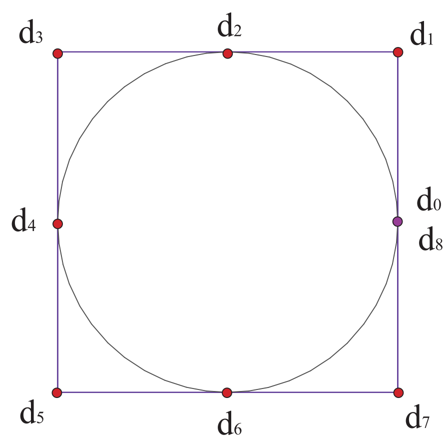

Figura 16: Circunferencia B-spline

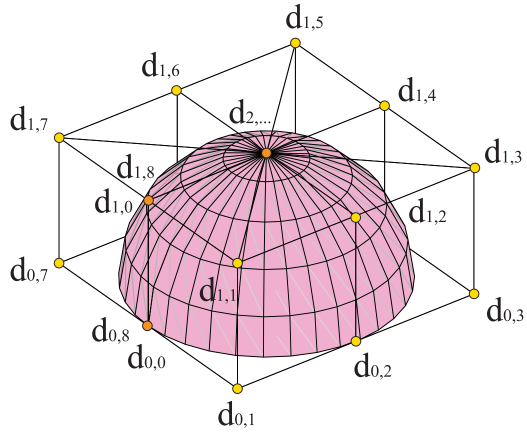

Figura 17: Semiesfera