Ejercicio dendrometría nº 14

En un ejemplar "árbol tipo" de la especie Pinus radiata D. Don de 33 años de edad, se ha procedido a la toma de los siguientes datos dendrométricos.

Diámetro normal, dn = 45,6 cm.; altura total, h = 30,3 m.; diámetro en punta delgada, d.p.d.= 7,5 cm.; espesor diametral de corteza en d.p.d. 10 mm.; longitud de fuste h_f =27,6 m.; diámetro tocón, $d_{tocón}$ =55 cm.; espesor diametral corteza tocón 71 mm., altura del tocón, $h_{tocón}$ =15 cm.

Al objeto de la cubicación precisa del volumen del fuste, se ha dividido este comenzando desde la base en cinco trozas de un metro, 10 trozas de dos metros y una troza final de 2,6 m., midiendo en todas ellas el diámetro con y sin corteza a mitad de su longitud obteniéndose los siguientes valores:

Troza nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Longitud Fuste (m.)	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26,3
dmedio (cm.)	50,8	44,5	41,9	39,3	38,5	37,7	36,5	33,2	31,7	28,5	27,8	26,7	22	20,2	15,2	10,9
edc (mm.)	69	65	57	37	38	38	27	30	27	25	20	31	18	15	15	17

Troza nº	1	2	3	4	5	6	7
Longitud Fuste (m.)	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	6	8
dmedio (cm.)	50,8	44,5	41,9	39,3	38,5	37,7	36,5
edc (mm.)	69	65	57	37	38	38	27

Troza nº	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Longitud Fuste (m.)	10	12	14	16	18	20	22	24	26,3
dmedio (cm.)	33,2	31,7	28,5	27,8	26,7	22	20,2	15,2	10,9
edc (mm.)	30	27	25	20	31	18	15	15	17

1º/ Determinar el volumen del fuste c.c. del árbol considerado por la fórmula de Huber.
2º/ Determinar el volumen del fuste s.c. por la fórmula de Huber. Hallar su porcentaje de corteza.
3º/ Determinar el volumen del fuste c.c. por el método gráfico de Meyer.
4º/ Determinar el porcentaje de corteza por el método gráfico de Meyer.
5º/ Apoyándonos en el gráfico de Meyer, determinar el Volumen por la fórmula base de Pressler (VPB).
6º/ Apoyándonos en el gráfico de Meyer, determinar el Volumen por la fórmula de Pressler que se aplica a la cubicación del árbol en pie (VPN).
7º/ Tomando como referencia el volumen obtenido por la fórmula de Huber, determinar el coeficiente mórfico *f,* y la altura reducida *hr*, del árbol considerado.
8º/ Que valores de *f* y de *hr*, obtendríamos basándonos en la altura del punto directriz *hp.*
9º/ A que Tipo Dendrométrico podemos asimilar el fuste
10º/ Tomando como referencia, la cubicación por Huber, si el tronco del árbol fuera un entero, que porcentaje del volumen total del mismo representarían el del tocón y el del raberón.
11º/ Tomando como referencia la cubicación por Huber, que porcentaje del volumen del fuste representa el de sus cinco primeros metros de longitud.
12º/ Cual sería el volumen obtenido por la fórmula del Tronco de Cono, aplicada a la totalidad de la longitud del fuste.
13º/ Cual sería el "dn" y la altura del punto directriz "hp" con referencia en la base, de los T.D. paraboloide y neiloide de altura total y dimensión en la base idénticas a la del tronco considerado.

1º/ Determinar el volumen del fuste c.c. del árbol considerado por la fórmula de Huber.

$$V_{HUBER} = Sm \cdot l = \frac{\pi}{4} \cdot dm^2$$

Aplicada a fuste dividido en "n" trozas de igual longitud:

$$V_{HUBER} = \frac{\pi}{4} \cdot l \cdot \left(dm_1^2 + dm_2^2 + dm_3^2 + dm_4^2 + ... + dm_n^2 \right)$$

$$V_{HUBER\ CC\ \ 1-5} = \frac{\pi}{4} \cdot 10 \cdot \left(5{,}08^2 + 4{,}45^2 + 4{,}19^2 + 3{,}93^2 + 3{,}85^2 \right) = 733{,}82\ dm^3$$

$$V_{HUBER\ CC\ \ \ 6-15} = \frac{\pi}{4} \cdot 20 \cdot \left(3{,}77^2 + 3{,}65^2 + 3{,}32^2 + ... + 1{,}52^2 \right) = 1.300{,}9\ dm^3$$

$$V_{HUBER\ \ CC16} = \frac{\pi}{4} \cdot 2{,}6 \cdot 1{,}09^2 = 24{,}26\ dm^3$$

$$\boxed{V_{TOTAL\ HUBER\ C.C} = 2.058{,}9\ dm^3}$$

2º/ Determinar el volumen del fuste s.c. por la fórmula de Huber. Hallar su porcentaje de corteza.

Debemos determinar en cada troza el diámetro al medio sin corteza

$$dm_{SC} = dm_{CC} - ed_C$$

$$dm_{SC1} = 50,8cm. - 6,9cm. = 43,9\ cm.$$
$$dm_{SC2} = 44,5cm. - 6,5cm. = 38\ cm.$$
$$dm_{SC3} = 41,9cm. - 5,7cm. = 36,2\ cm.$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$dm_{SC15} = 15,2cm. - 1,5cm. = 13,7\ cm.$$
$$dm_{SC16} = 10,9cm. - 1,7cm. = 9,2\ cm.$$

$$V_{HUBER\ \ SC1-5} = \frac{\pi}{4} \cdot 10 \cdot \left(4,39^2 + 3,8^2 + \ldots\ldots + 3,47^2\right) = 561,8\ dm^3$$
$$V_{HUBER\ \ SC6-15} = \frac{\pi}{4} \cdot 20 \cdot \left(3,39^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 1,37^2\right) = 1.082,07\ dm^3$$
$$V_{HUBER\ \ SC16} = \frac{\pi}{4} \cdot 26 \cdot 1,09^2 = 24,26\ dm^3$$
$$\boxed{V_{TOTAL\ HUBER\ S.C} = 1.661,16\ dm^3}$$

Porcentaje de corteza:

$$p\%_{CORTEZA} = \frac{Vcc - Vsc}{Vcc} \cdot 100$$

$$\boxed{V_{TOTAL\ HUBER\ C.C} = 2.058,9\ dm^3} \qquad \boxed{V_{TOTAL\ HUBER\ S.C} = 1.661,16\ dm^3}$$

$$p\%_{CORTEZA} = \frac{2.058,9\ dm^3 - 1.661,17\ dm^3}{2.058,9\ dm^3} \cdot 100 = \boxed{19,32\ \%}$$

3º/ Determinar el volumen del fuste c.c. por el método gráfico de Meyer.

Gráfico en un eje de coordenadas de la evolución de las secciones del fuste a lo largo de su longitud. Secciones en eje de ordenadas y longitudes correspondientes en eje de abcisas.
La sección en la base del fuste será la sección del tocón.

$$S_{CC-0} = \frac{\pi}{4} 55^2 = 2.375\ cm^2$$

$$S_{CC-0,5} = \frac{\pi}{4} 50,8^2 = 2.026,8\ cm^2$$

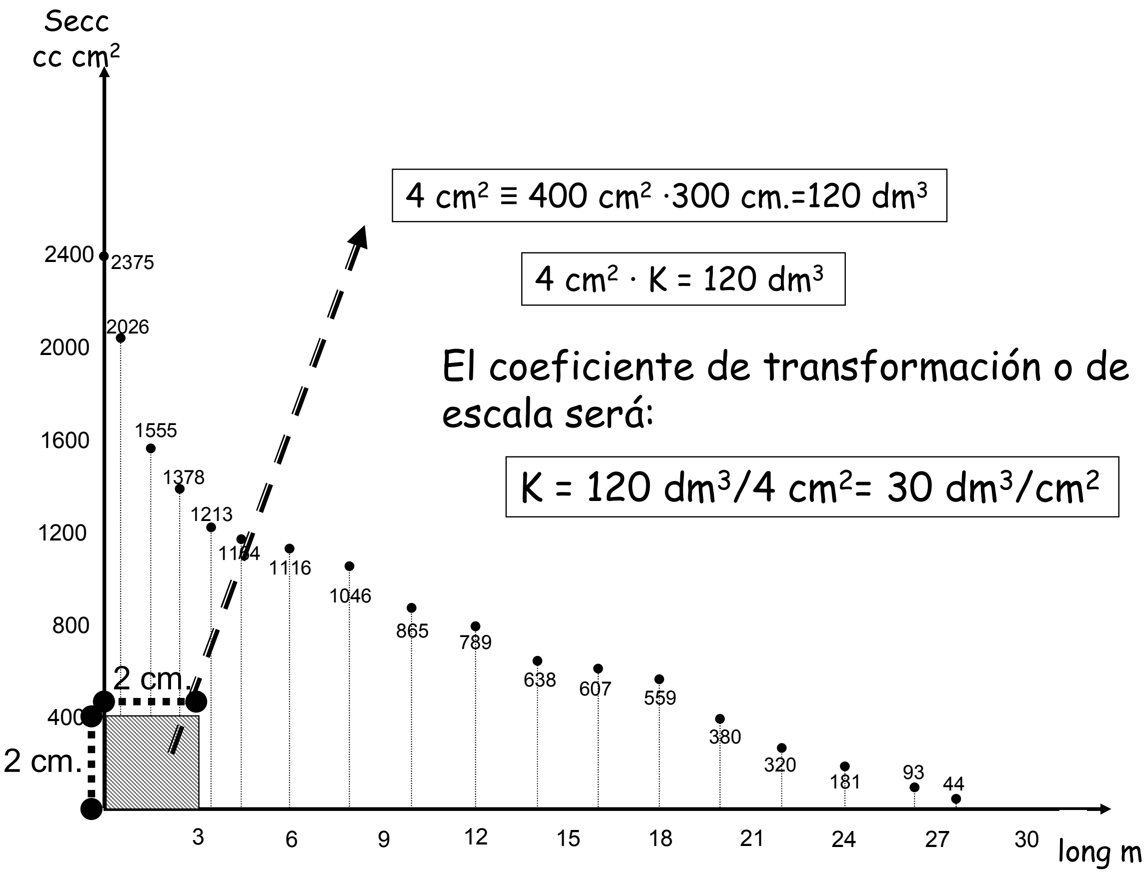
$$S_{CC-1,5} = \frac{\pi}{4} 44,5^2 = 1.555,3\ cm^2$$

....

$$S_{CC-24} = \frac{\pi}{4} 15,2^2 = 181,46\ cm^2$$

$$S_{CC-26,3} = \frac{\pi}{4} 10,9^2 = 93,31\ cm^2$$

Representamos los valores de las secciones en cm^2 en ordenadas, utilizando una longitud de 2 cm. para representar una superficie de 400 cm^2., en abcisas representamos 3 m. cada 2 cm.

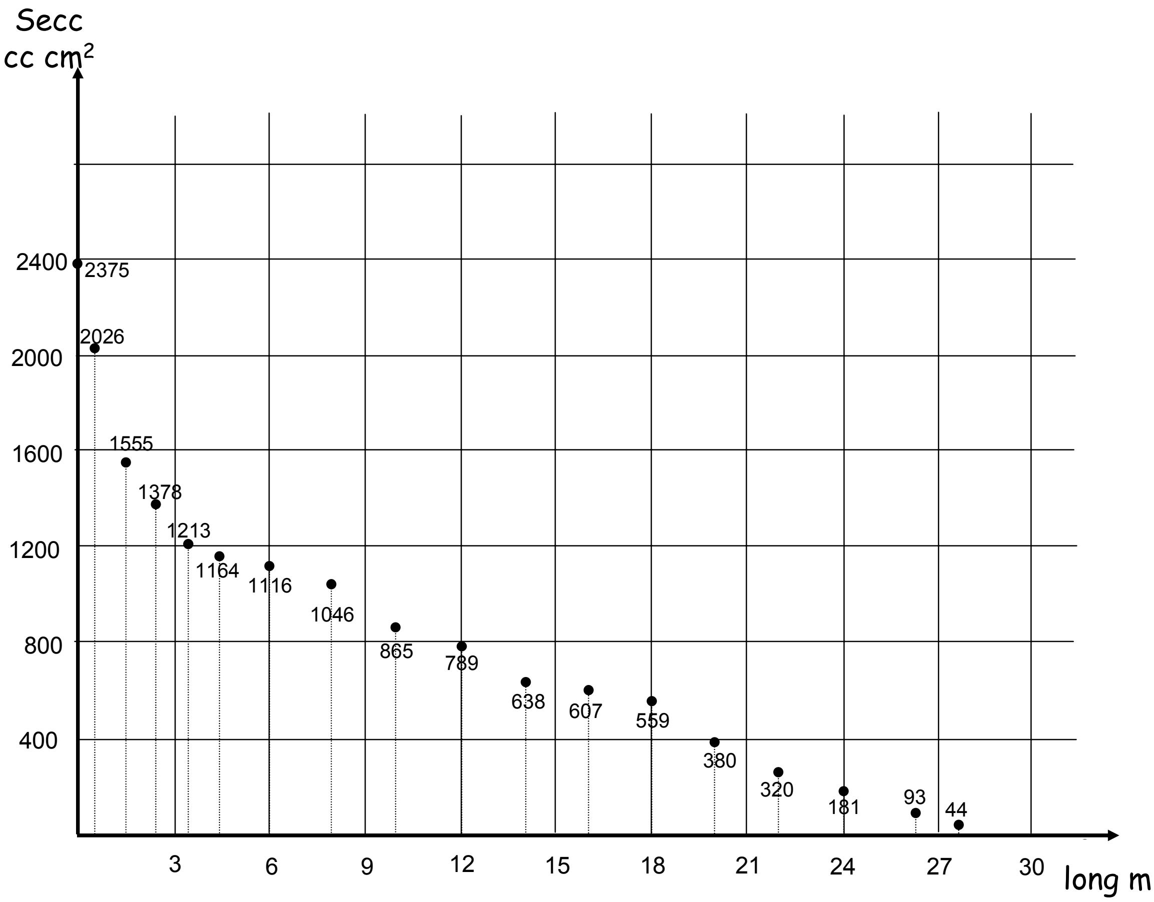


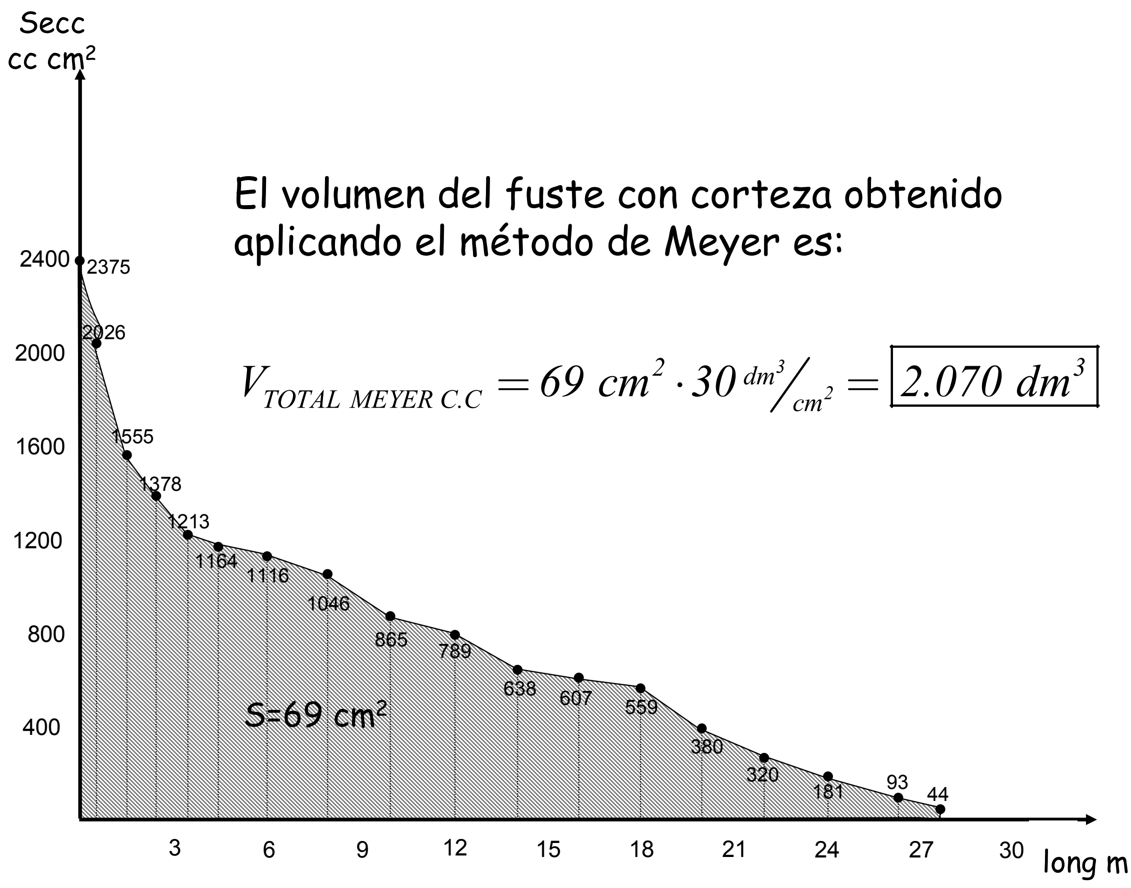
$4\ cm^2 \equiv 400\ cm^2 \cdot 300\ cm. = 120\ dm^3$

$4\ cm^2 \cdot K = 120\ dm^3$

El coeficiente de transformación o de escala será:

$K = 120\ dm^3/4\ cm^2 = 30\ dm^3/cm^2$





El volumen del fuste con corteza obtenido aplicando el método de Meyer es:

$$V_{TOTAL\ MEYER\ C.C} = 69\ cm^2 \cdot 30\ {}^{dm^3}\!/_{cm^2} = \boxed{2.070\ dm^3}$$

4º/ Determinar el porcentaje de corteza por el método gráfico de Meyer.

Las secciones sin corteza en cm² serán:

$$S_{SC-0} = \frac{\pi}{4}(55-7,1)^2 = 1.802\ cm^2$$

$$S_{SC-0,5} = \frac{\pi}{4}43,9^2 = 1.513,6\ cm^2$$

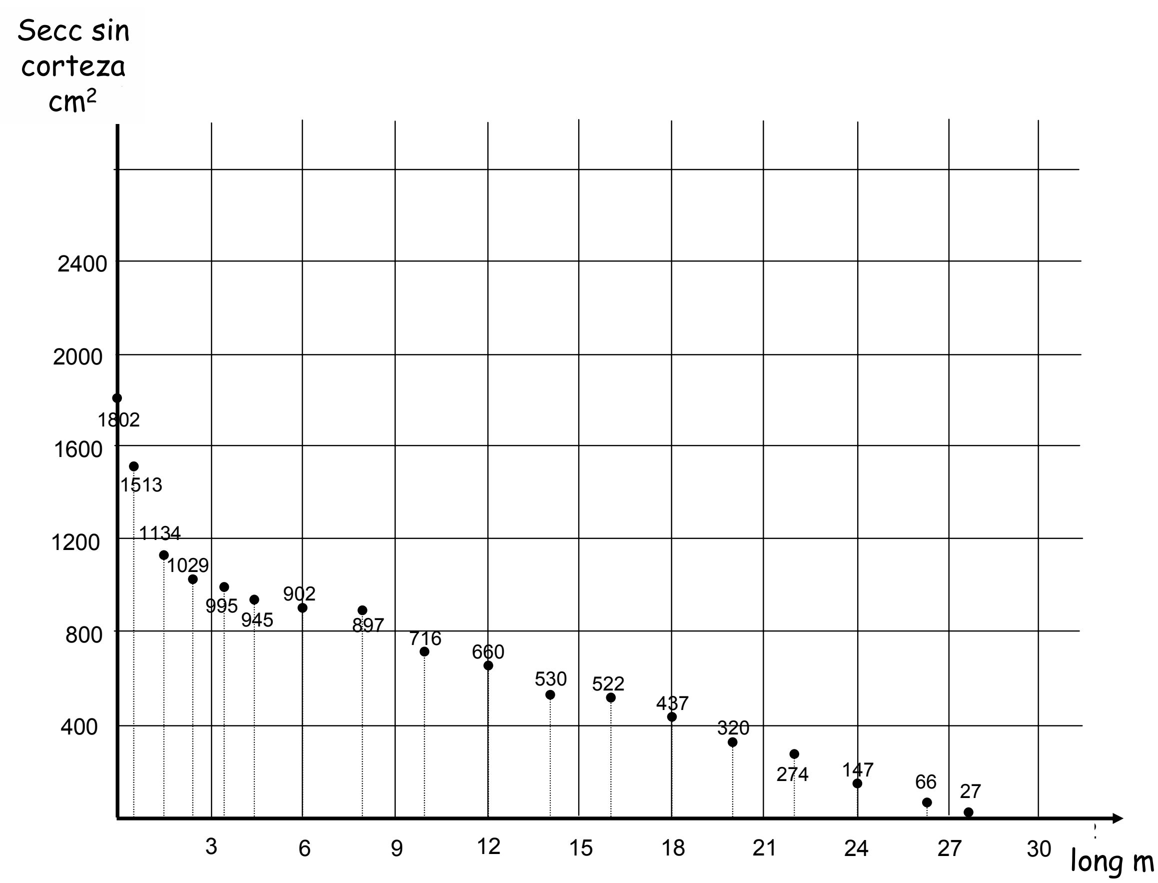
$$S_{SC-1,5} = \frac{\pi}{4}38^2 = 1.134,1\ cm^2$$

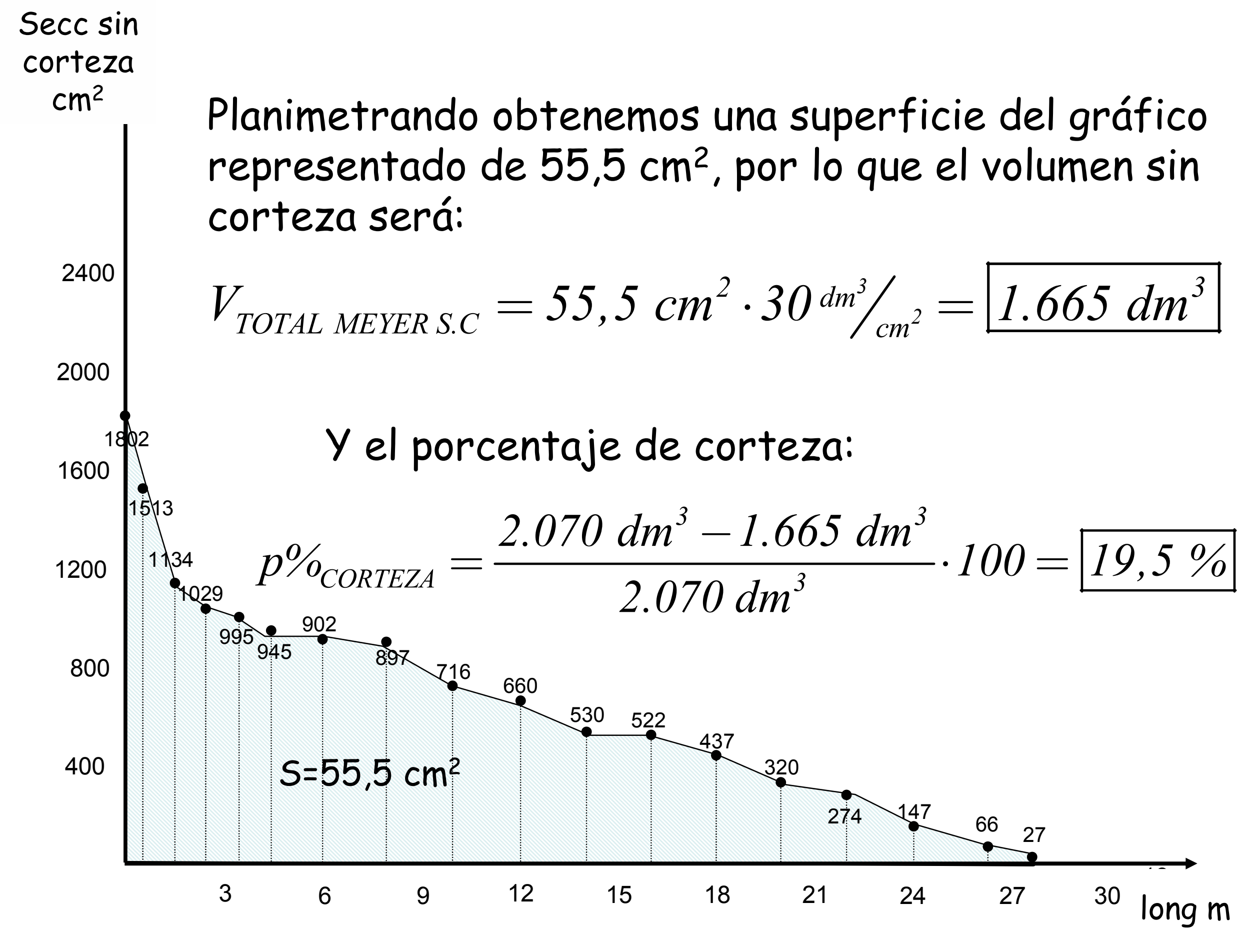
....

$$S_{SC-24} = \frac{\pi}{4}13,7^2 = 147,41\ cm^2$$

$$S_{SC-26,3} = \frac{\pi}{4}9,2^2 = 66,48\ cm^2$$

Representamos en el sistema de coordenadas los valores de estas secciones de igual manera que en el caso de las secciones con corteza.



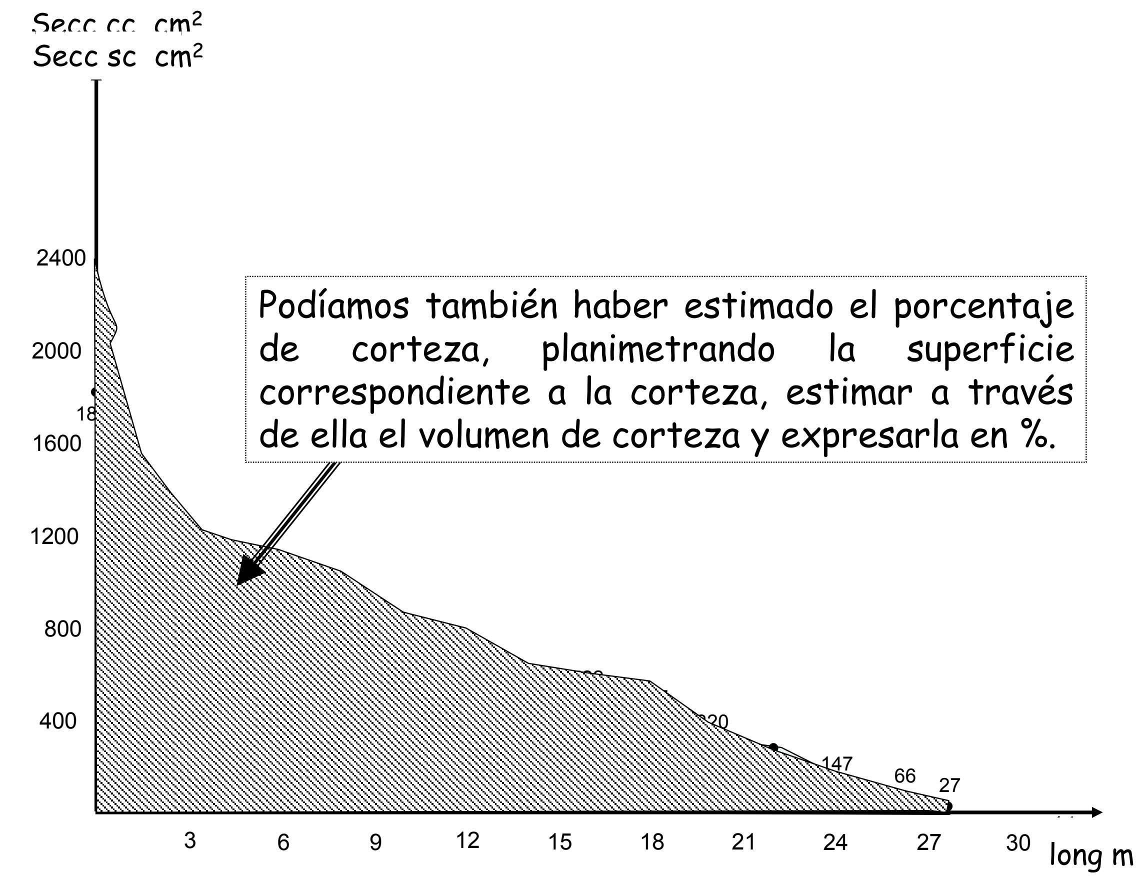


Planimetrando obtenemos una superficie del gráfico representado de 55,5 cm², por lo que el volumen sin corteza será:

$$V_{TOTAL\ MEYER\ S.C} = 55{,}5\ cm^2 \cdot 30\ {}^{dm^3}\!/_{cm^2} = \boxed{1.665\ dm^3}$$

Y el porcentaje de corteza:

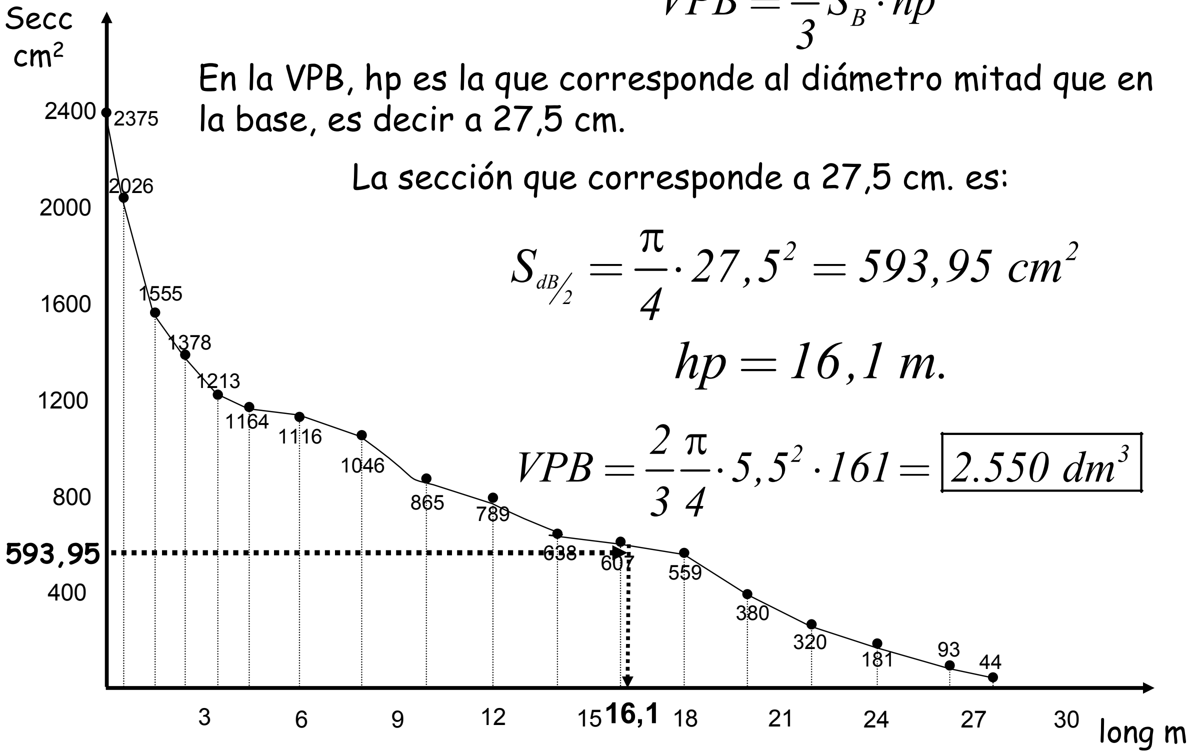
$$p\%_{CORTEZA} = \frac{2.070\ dm^3 - 1.665\ dm^3}{2.070\ dm^3} \cdot 100 = \boxed{19{,}5\ \%}$$



Podíamos también haber estimado el porcentaje de corteza, planimetrando la superficie correspondiente a la corteza, estimar a través de ella el volumen de corteza y expresarla en %.

5º/ Apoyándonos en el gráfico de Meyer, determinar el Volumen por la fórmula base de Pressler (VPB).

$$VPB = \frac{2}{3} S_B \cdot hp$$



En la VPB, hp es la que corresponde al diámetro mitad que en la base, es decir a 27,5 cm.

La sección que corresponde a 27,5 cm. es:

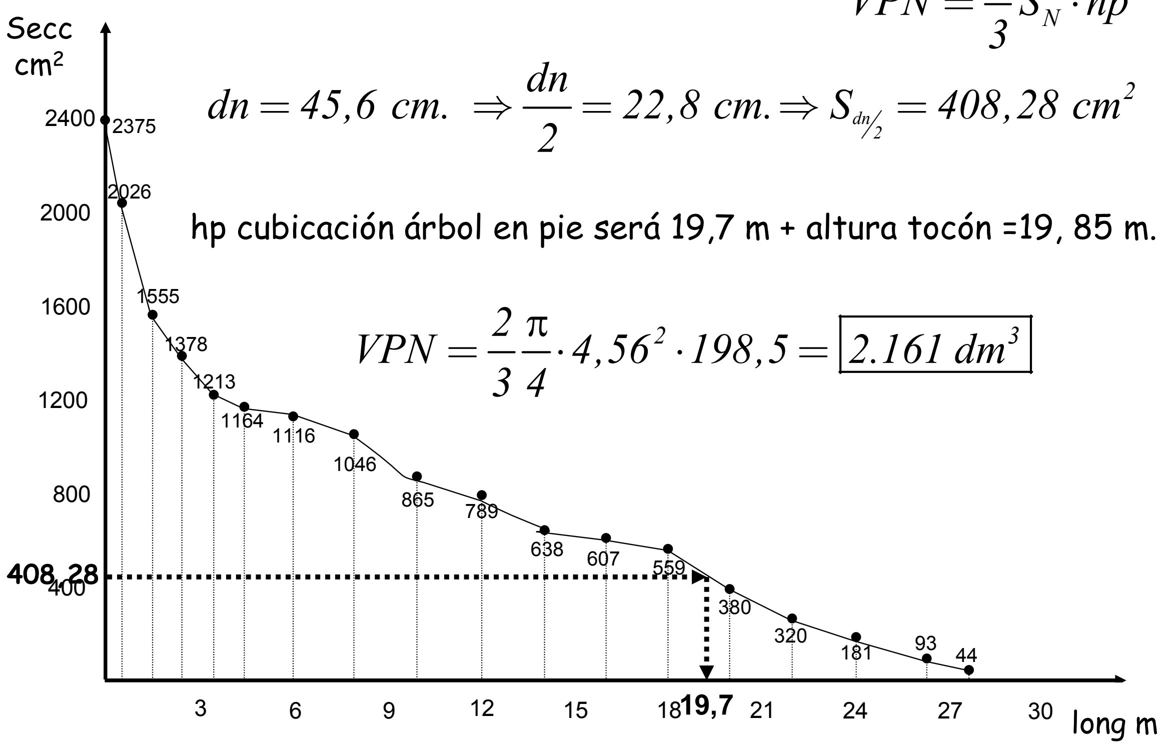
$$S_{dB/2} = \frac{\pi}{4} \cdot 27,5^2 = 593,95\ cm^2$$

$$hp = 16,1\ m.$$

$$VPB = \frac{2}{3}\frac{\pi}{4} \cdot 5,5^2 \cdot 161 = \boxed{2.550\ dm^3}$$

6º/ Apoyándonos en el gráfico de Meyer, determinar el Volumen por la fórmula de Pressler que se aplica a la cubicación del árbol en pie (VPN).

$$VPN = \frac{2}{3} S_N \cdot hp$$



$$dn = 45,6\ cm. \Rightarrow \frac{dn}{2} = 22,8\ cm. \Rightarrow S_{dn/2} = 408,28\ cm^2$$

hp cubicación árbol en pie será 19,7 m + altura tocón =19, 85 m.

$$VPN = \frac{2}{3}\frac{\pi}{4} \cdot 4,56^2 \cdot 198,5 = \boxed{2.161\ dm^3}$$

<u>*7º/ Tomando como referencia el volumen obtenido por la fórmula de Huber, determinar el coeficiente mórfico f, y la altura reducida hr, del árbol considerado.*</u>

<u>coeficiente mórfico f</u>

$$f = \frac{V}{Sn \cdot h} = \frac{2.058{,}9\ (dm^3)}{\frac{\pi}{4} \cdot 4{,}56^2\ \ (dm^2) \cdot 303(dm)} = \boxed{0{,}436}$$

<u>altura reducida hr</u>

$$hr \Rightarrow Sn \cdot hr = V_{HUBER} \Rightarrow hr = \frac{2.058{,}9\ dm^3}{\frac{\pi}{4} \cdot 4{,}56^2 (dm^2)} = \boxed{132\ dm}.$$

o también

$$hr = f \cdot h = 0{,}436 \cdot 30{,}3\ m. = \boxed{13{,}2\ m}.$$

<u>*8º/ Que valores de f y de hr, obtendríamos basándonos en la altura del punto directriz hp.*</u>

$$f = \frac{2}{3}\frac{hp}{h} = \frac{2}{3} \cdot \frac{19{,}85\ m.}{30{,}3\ m.} = \boxed{0{,}436}$$

$$hr = \frac{2}{3}hp \Rightarrow hr = \frac{2}{3} \cdot 19{,}85\ m. = \boxed{13{,}23\ m.}$$

<u>*9º/ A que Tipo Dendrométrico podemos asimilar el fuste*</u>

$$q_B = \frac{d\,{}^{h}\!/_{2}}{d_B}$$

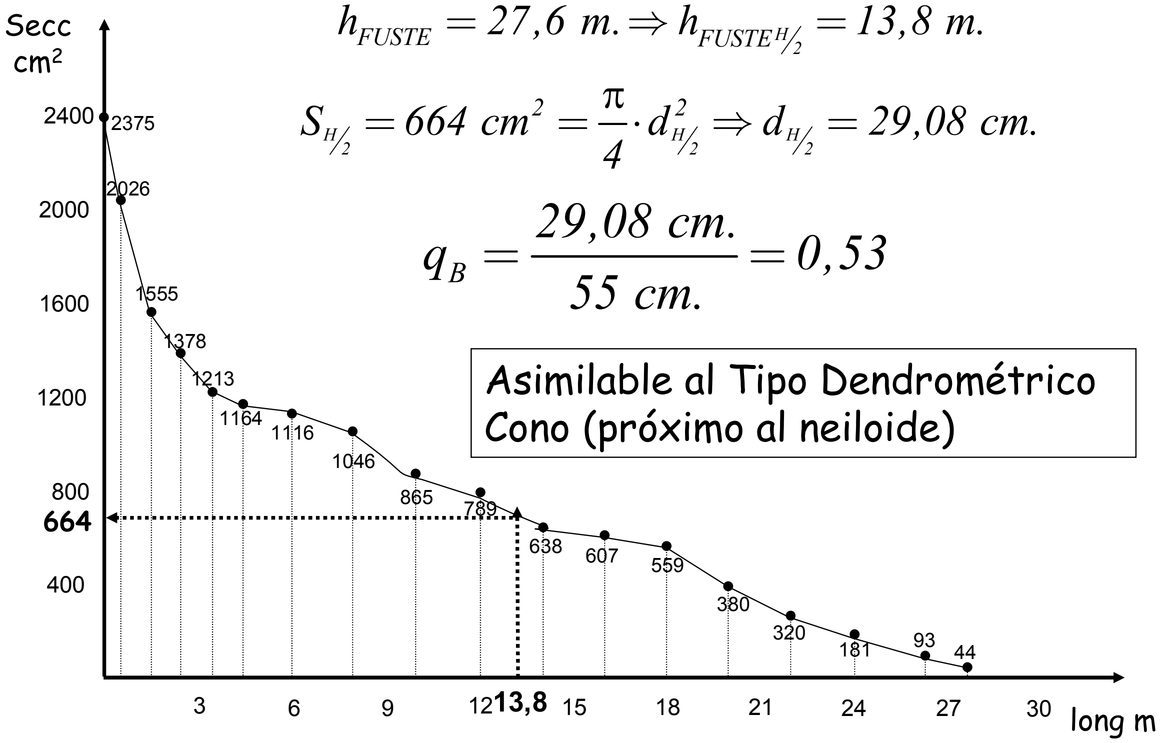
q_B	Tipo Dendrométrico
$q_B \geq 0{,}85$	CILINDRO
$0{,}85 > q_B \geq 0{,}\ 70$	PARABOLOIDE
$0{,}70 > q_B \geq 0{,}\ 50$	CONO
$0{,}5 > q_B \geq 0{,}\ 35$	NEILOIDE

$$h_{FUSTE} = 27,6\ m. \Rightarrow h_{FUSTE\,H/2} = 13,8\ m.$$

$$S_{H/2} = 664\ cm^2 = \frac{\pi}{4} \cdot d^2_{H/2} \Rightarrow d_{H/2} = 29,08\ cm.$$

$$q_B = \frac{29,08\ cm.}{55\ cm.} = 0,53$$

Asimilable al Tipo Dendrométrico Cono (próximo al neiloide)



10º/ Tomando como referencia, la cubicación por Huber, si el tronco del árbol fuese entero, que porcentaje del volumen total del mismo representarían el del tocón y el del raberón.

$$\boxed{V_{TOTAL\ HUBER\ C.C} = 2.058,9\ dm^3}$$

Volumen tocón asimilable a un cilindro de 15 cm. de altura y 55 cm. de diámetro en la base

$$V_{TOCÓN} = \frac{\pi}{4} 5,5^2 \cdot 1,5 = \boxed{35,63\ dm^3}$$

Volumen raberón asimilable a un cono de 7,5 cm. de diámetro en la base y altura (h total – h fuste – h tocón), 30,3 m. - 27,6 m. - 0,15 m. = 2,55 m.

$$V_{RABERÓN} = \frac{S_B \cdot H}{3} = \frac{\frac{\pi}{4} 0,75^2 (dm^2) \cdot 25,5 (dm)}{3} = \boxed{3,75\ dm^3}$$

$$V_{TOCÓN} + V_{RABERÓN} = 35,63\ dm^3 + 3,75\ dm^3 = \boxed{39,38\ dm^3}$$

$$p\%_{TOCÓN+RABERÓN} = \frac{39,38\ dm^3}{2.058\ dm^3} \cdot 100 = \boxed{1,93\ \%}$$

11º/ Tomando como referencia la cubicación por Huber, que porcentaje del volumen del fuste representa el de sus cinco primeros metros de longitud.

$$V_{HUBER\ CC\ \ 1-5} = 733,82\ dm^3$$

$$p\%_{Trozas\,1-5} = \frac{733,82\ dm^3}{2.058\ dm^3} \cdot 100 = \boxed{35,7\ \%}$$

En los cinco primeros metros de la totalidad de la longitud del fuste, se encuentra el 35,7 % de su volumen.

12º/ Cual sería el volumen obtenido por la fórmula del Tronco de Cono, aplicada a la totalidad de la longitud del fuste.

$$Volumen\ tronco\ de\ cono = \frac{\pi}{12} \cdot l \cdot \left(d_1^2 + d_2^2 + d_1 \cdot d_2\right)$$

$$Volumen\ tronco\ de\ cono = \frac{\pi}{12} \cdot 276 \cdot \left(5,5^2 + 0,75^2 + 5,5 \cdot 0,75\right) =$$

$$= \boxed{2.524,46\ dm^3}$$

Nos da resultados por exceso del volumen real

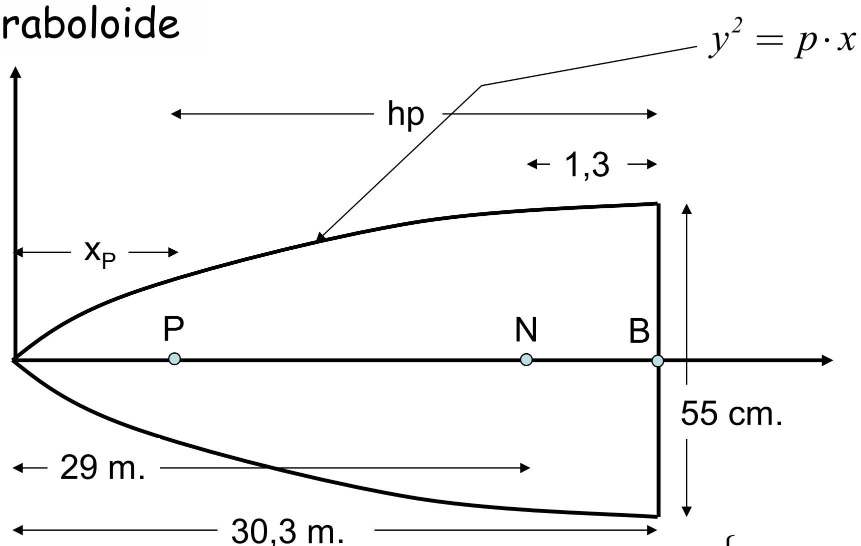
<u>*13º/ Cual sería el "dn" y la altura del punto directriz "hp" con referencia en la base, de los T.D. paraboloide y neiloide de altura total y dimensión en la base idénticas a la del tronco considerado.*</u>

$$V_{PARABOLOIDE} = \frac{S_B \cdot H}{2} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 5{,}5^2 \cdot 303}{2} = 3.599\ dm^3$$

$$V_{NEILOIDE} = \frac{S_B \cdot H}{4} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 5{,}5^2 \cdot 303}{4} = 1.799{,}7\ dm^3$$

Podemos ver en función de la forma de los árboles para unas mismas dimensiones de referencia que volúmenes tan diferentes tenemos

Para el paraboloide

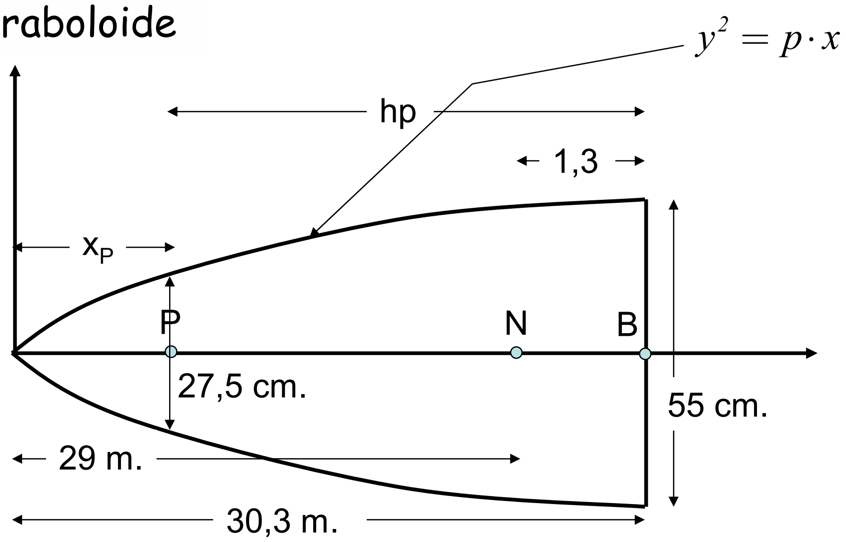


$$\left\{ \begin{array}{l} B \rightarrow 27{,}5^2 = p \cdot 30{,}3\ m. \\ N \rightarrow \left(\frac{dn}{2}\right)^2 = p \cdot 29 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \frac{27{,}5^2}{30{,}3} = \frac{\left(\frac{dn}{2}\right)^2}{29} \right\} \Rightarrow$$

¿dn?

$$\left\{ \frac{dn}{2} = \sqrt{\frac{29 \cdot 27{,}5^2}{30{,}3}} = 26{,}9\ cm. \right\} \Rightarrow \boxed{dn = 53{,}8\ cm.}$$

Para el paraboloide

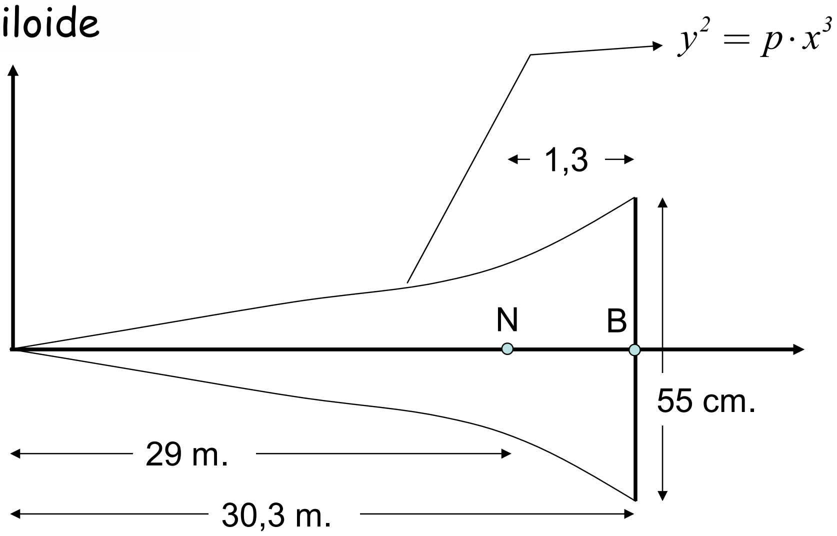


¿hp?

$$\left\{\begin{array}{l} B \rightarrow 27{,}5^2 = p \cdot 30{,}3 \text{ m.} \\ P \rightarrow \left(\dfrac{d_B/2}{2}\right)^2 = p \cdot x_P \rightarrow 13{,}75^2 = p \cdot x_P \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\frac{27{,}5^2}{30{,}3} = \frac{13{,}75^2}{x_P}\right\} \Rightarrow$$

$$\left\{x_P = \frac{13{,}75^2 \cdot 30{,}3}{27{,}5^2} = 7{,}57 \text{ m.}\right\} \Rightarrow \boxed{hp = 30{,}3 \text{ m} - 7{,}575 \text{ m.} = \boxed{22{,}725 \text{ m.}}}$$

Para el neiloide

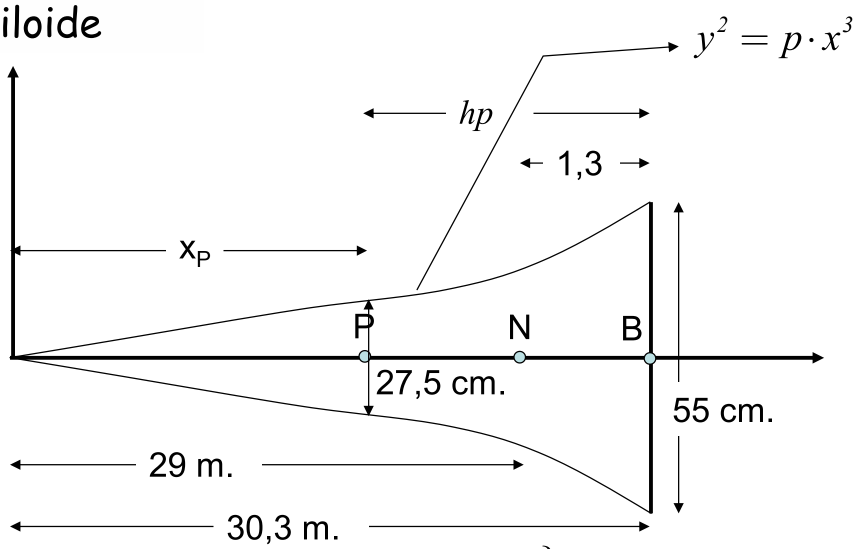


¿dn?

$$\left\{\begin{array}{l} B \rightarrow 27{,}5^2 = p \cdot 30{,}3^3 \\ N \rightarrow \left(\dfrac{dn}{2}\right)^2 = p \cdot 29^3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\frac{27{,}5^2}{30{,}3^3} = \frac{\left(\dfrac{dn}{2}\right)^2}{29^3}\right\} \Rightarrow$$

$$\left\{\frac{dn}{2} = \sqrt{\frac{29^3 \cdot 27{,}5^2}{30{,}3^3}} = 25{,}74 \text{ cm.}\right\} \Rightarrow \boxed{dn = 51{,}5 \text{ cm.}}$$

Para el neiloide



¿hp?

$$\left\{\begin{array}{l} B \rightarrow 27{,}5^2 = p \cdot 30{,}3^3 \\ P \rightarrow \left(\dfrac{d_B/2}{2}\right)^2 = p \cdot x_P^3 \rightarrow 13{,}75^2 = p \cdot x_P^3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\frac{27{,}5^2}{30{,}3^3} = \frac{13{,}75^2}{x_P^3}\right\} \Rightarrow$$

$$\left\{x_P = \sqrt[3]{\frac{13{,}75^2 \cdot 30{,}3^3}{27{,}5^2}} = 19{,}08\ m.\right\} \Rightarrow \boxed{hp = 30{,}3\ m - 19{,}08\ m. = 11{,}22\ m.}$$