POLITÉCNICA

Ejercicio dendrometría nº 12

Un chopo de 27 m. de altura total, y de 35 cm de "dn", en el que hemos considerado un d.p.d. de 10 cm., da lugar a un fuste de 24 m. Los diámetros de las distintas secciones del fuste citado con corteza, resultantes de divididirlo en trozas de dos metros son las siguientes:

l *(m.)*	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
d *(cm.)*	38,5	33,1	29,4	27,4	25,6	23,9	22,4	21,2	19,7	17,8	15,9	13	10

Determinar su volumen con corteza, considerando trozas de 4 m. de longitud, a) por el método de Meyer, b) Huber, c) Smalian, d) Newton, e) Duhamel, f)Tronco de cono, g) Su volumen según Pressler base (VPB), h) Según Pressler en pie (VPN), teniendo en cuenta que se dejó un tocón de 5 cm. al apearlo.

a) Método gráfico, de Meyer, o del planímetro

Las dimensiones de las secciones con corteza del fuste del chopo señalado dividido en trozas de dos metros son las siguientes:

l *(m.)*	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
d *(cm.)*	38,5	33,1	29,4	27,4	25,6	23,9	22,4	21,2	19,7	17,8	15,9	13	10

Vamos a determinar su volumen con corteza, considerando trozas de 4 m. de longitud, por el método de Meyer.

Habitualmente se utiliza papel milimetrado, también hoy sencillos programas informáticos

$S_0 = \frac{\pi}{4}(38,5)^2 = 1.164\ cm^2$ $\qquad S_{12} = 394,1\ cm^2$ $\qquad S_{24} = 78,54\ cm^2$

$S_4 = \frac{\pi}{4}(29,4)^2 = 678,86\ cm^2$ $\qquad S_{16} = 304,1\ cm^2$

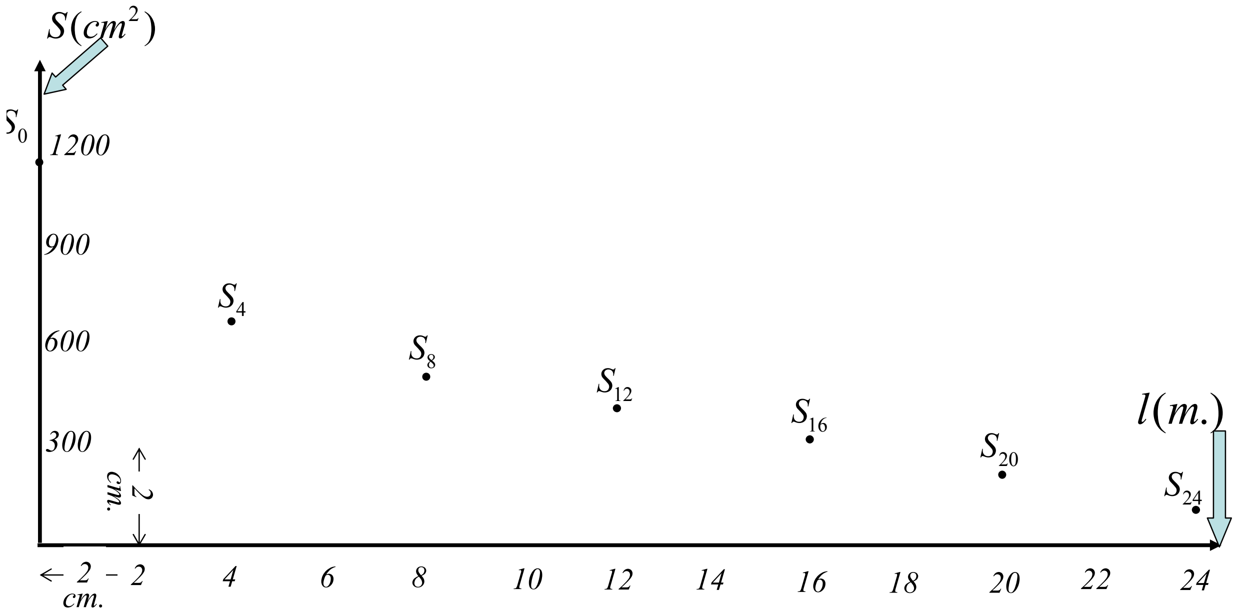
$S_8 = 514,7\ cm^2$ $\qquad S_{20} = 198,56\ cm^2$

a) Método gráfico, de Meyer, o del planímetro

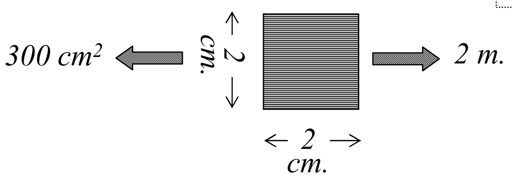
$$S_0 = \frac{\pi}{4}(38,5)^2 = 1.164\ cm^2 \qquad S_{12} = 394,1\ cm^2 \qquad S_{24} = 78,54\ cm^2$$

$$S_4 = \frac{\pi}{4}(29,4)^2 = 678,86\ cm^2 \qquad S_{16} = 304,1\ cm^2$$

$$S_8 = 514,7\ cm^2 \qquad S_{20} = 198,56\ cm^2$$



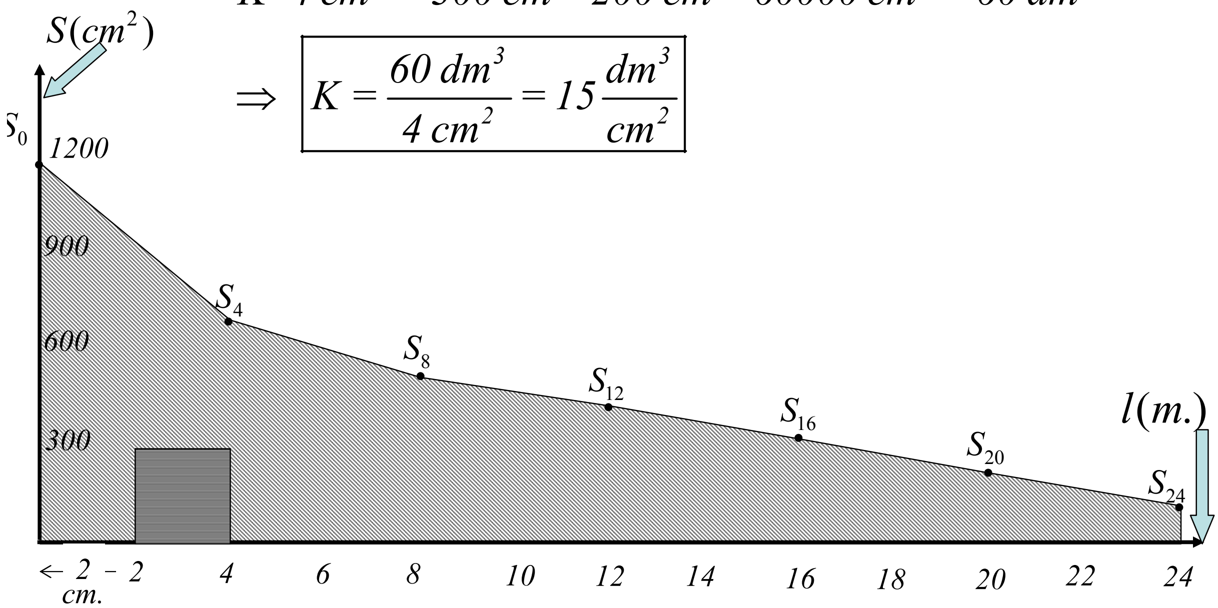
a) Método gráfico, de Meyer, o del planímetro



$$\boxed{V_{total} = K \cdot S_{total\ gráfico}}$$

$$K \cdot 4\ cm^2 = 300\ cm^2 \cdot 200\ cm = 60000\ cm^3 = 60\ dm^3$$

$$\Rightarrow \boxed{K = \frac{60\ dm^3}{4\ cm^2} = 15\frac{dm^3}{cm^2}}$$



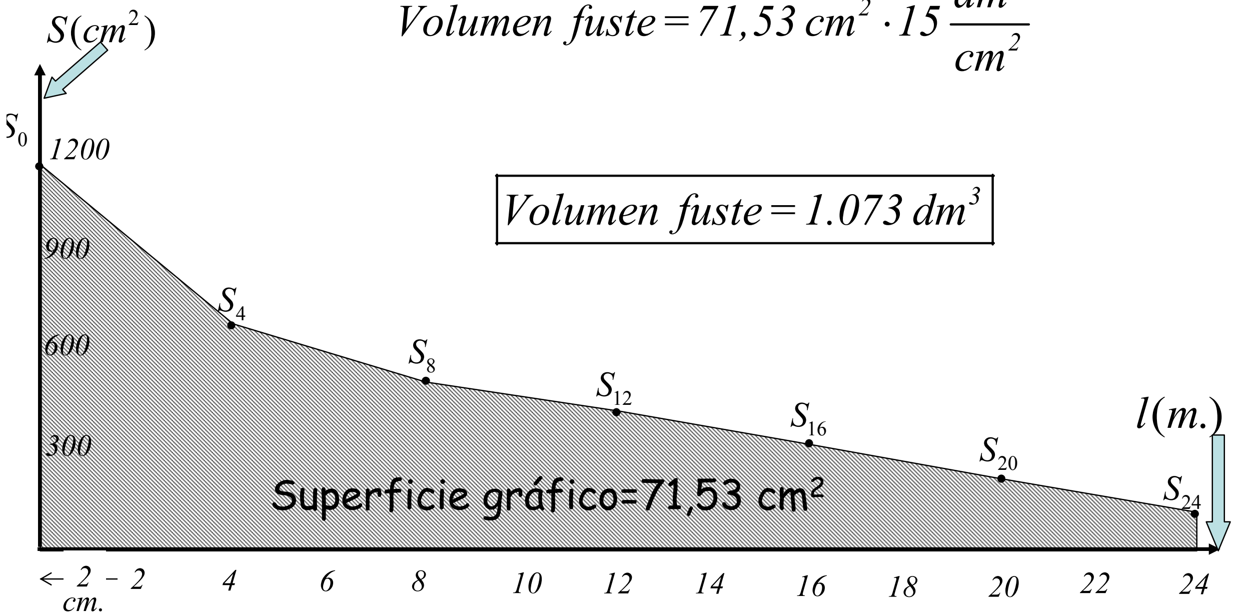
a) Método gráfico, de Meyer, o del planímetro

$$\boxed{K = 15\,\frac{dm^3}{cm^2}}$$

$$\boxed{V_{total} = K \cdot S_{total\ gráfico}}$$

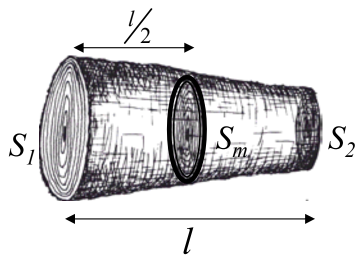
$$Volumen\ fuste = 71{,}53\ cm^2 \cdot 15\,\frac{dm^3}{cm^2}$$

$$\boxed{Volumen\ fuste = 1.073\ dm^3}$$



b) Por Huber:

$$\boxed{V_{HUBER} = S_m \cdot l = \frac{\pi}{4} \cdot d_m^{\ 2} \cdot l}$$



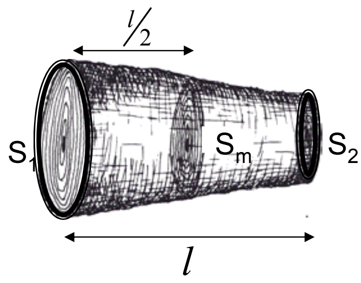
$$V_{HUBER} = \frac{\pi}{4} \cdot l \cdot \left[d_{m1}^{\ 2} + d_{m2}^{\ 2} + d_{m3}^{\ 2} + \ldots\ldots + d_{mn-1}^{\ 2} + d_{mn}^{\ 2} \right]$$

$$V_{HUBER} = \frac{\pi}{4} \cdot 40 \cdot \left[\begin{matrix} 3{,}31^2 + 2{,}47^2 + 2{,}39^2 + \\ 2{,}12^2 + 1{,}78^2 + 1{,}3^2 \end{matrix} \right] = 1.053\ dm^3$$

$$\boxed{V_{HUBER} = 1.053\ dm^3}$$

c) Por Smalian:

$$V_{SMALIAN} = \frac{S_1 + S_2}{2} \cdot l$$



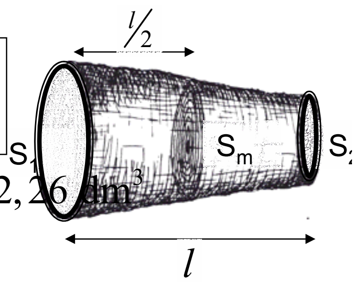
$$V_{Smalian} = \frac{\pi}{8} \cdot l \cdot \left[d_1^2 + 2 \cdot d_2^2 + 2 \cdot d_3^2 + 2 \cdot d_4^2 + \ldots\ldots + 2 \cdot d_{n-1}^2 + 2 \cdot d_n^2 + d_{n+1}^2 \right]$$

$$V_{Smalian} = \frac{\pi}{8} \cdot 40 \cdot \left[\begin{matrix} 3{,}85^2 + 2 \cdot 2{,}94^2 + 2 \cdot 2{,}56^2 + 2 \cdot 2{,}24^2 \\ + 2 \cdot 1{,}97^2 + 2 \cdot 1{,}59^2 + 1^2 \end{matrix} \right] = 1.085 \ dm^3$$

$$\boxed{V_{SMALIAN} = 1.085 \ dm^3}$$

d) Por Newton:

$$V = \frac{l}{6} \left[S_1 + S_2 + 4 \cdot S_m \right]$$



$$V_{1^a TROZA} = \frac{40}{6} \cdot \frac{\pi}{4} \left[3{,}85^2 + 2{,}94^2 + 4 \cdot 3{,}31^2 \right] = 352{,}26 \ \mathrm{dm}^3$$

$$V_{2^a TROZA} = \frac{40}{6} \cdot \frac{\pi}{4} \left[2{,}94^2 + 2{,}56^2 + 4 \cdot 2{,}74^2 \right] = 236{,}74 \ \mathrm{dm}^3$$

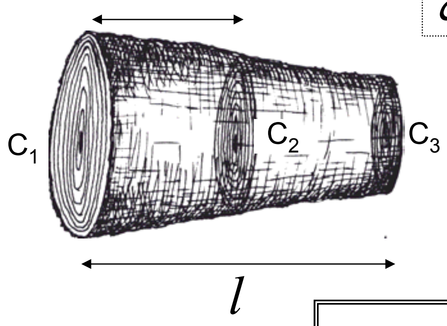
$$V_{3^a TROZA} = \frac{40}{6} \cdot \frac{\pi}{4} \left[2{,}56^2 + 2{,}24^2 + 4 \cdot 2{,}39^2 \right] = 180{,}21 \ \mathrm{dm}^3$$

$$V_{4^a TROZA} = \frac{40}{6} \cdot \frac{\pi}{4} \left[2{,}24^2 + 1{,}97^2 + 4 \cdot 2{,}12^2 \right] = 140{,}68 \ \mathrm{dm}^3$$

$$V_{5^a TROZA} = \frac{40}{6} \cdot \frac{\pi}{4} \left[1{,}97^2 + 1{,}59^2 + 4 \cdot 1{,}78^2 \right] = 99{,}85 \ \mathrm{dm}^3$$

$$V_{6^a TROZA} = \frac{40}{6} \cdot \frac{\pi}{4} \left[1{,}59^2 + 1^2 + 4 \cdot 1{,}3^2 \right] = 53{,}85 \ \mathrm{dm}^3$$

$$\boxed{V_{NEWTON} = 1.064 \ \mathrm{dm}^3}$$



d) Por Duhamel:

$$V_{\text{troza}} = \frac{C_m^{\;2}}{4\cdot\pi}\cdot l$$

$$C_m = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{3}$$

$$C_{m\ 1^{a}\ \text{TROZA}} = \left(\frac{3,85+3,31+2,94}{3}\right)\cdot\pi = 10,57\ \text{dm} \Rightarrow$$

$$V_{1^{a}\text{TROZA}}\ \frac{(10,57)^2}{4\cdot\pi}\cdot 40 = \ 356,1\ \text{dm}^3$$

$$C_{m\ 2^{a}\ \text{TROZA}} = \left(\frac{2,94+2,74+2,56}{3}\right)\cdot\pi = 8,63\ \text{dm.} \Rightarrow$$

$$V_{2^{a}\text{TROZA}}\ \frac{(8,63)^2}{4\cdot\pi}\cdot 40 = \ 237,1\ \text{dm}^3$$

d) Por Duhamel:

$$C_m = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{3}$$

$$V_{\text{troza}} = \frac{C_m^{\;2}}{4\cdot\pi}\cdot l$$

$$C_{m\ 3^{a}\ \text{TROZA}} = \left(\frac{2,56+2.39+2,24}{3}\right)\cdot\pi = 7,53\ \text{dm.} \Rightarrow$$

$$V_{3^{a}\text{TROZA}}\ \frac{(7,53)^2}{4\cdot\pi}\cdot 40 = \ 180,48\ \text{dm}^3$$

$$C_{m\ 4^{a}\ \text{TROZA}} = \left(\frac{2,24+2,12+1,97}{3}\right)\cdot\pi = 6,63\ \text{dm.} \Rightarrow$$

$$V_{4^{a}\text{TROZA}}\ \frac{(6,63)^2}{4\cdot\pi}\cdot 40 = \ 139,9\ \text{dm}^3$$

d) Por Duhamel:

$$C_m = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{3}$$

$$V_{troza} = \frac{C_m{}^2}{4 \cdot \pi} \cdot l$$

$$C_{m\ 5^a\ TROZA} = \left(\frac{1,97 + 1,78 + 1,59}{3} \right) \cdot \pi = 5,59 \text{ dm.} \Rightarrow$$

$$V_{5^a TROZA} \frac{(5,59)^2}{4 \cdot \pi} \cdot 40 = 99,53 \text{ dm}^3$$

$$C_{m\ 6^a\ TROZA} = \left(\frac{1,59 + 1,3 + 1}{3} \right) \cdot \pi = 4,07 \text{ dm.} \Rightarrow$$

$$V_{6^a TROZA} \frac{(4,07)^2}{4 \cdot \pi} \cdot 40 = 52,8 \text{ dm}^3$$

d) Por Duhamel:

$$V_{1^a TROZA} \frac{(10,57)^2}{4 \cdot \pi} \cdot 40 = 356,1 \text{ dm}^3$$

$$V_{2^a TROZA} \frac{(8,63)^2}{4 \cdot \pi} \cdot 40 = 237,1 \text{ dm}^3$$

$$V_{3^a TROZA} \frac{(7,53)^2}{4 \cdot \pi} \cdot 40 = 180,48 \text{ dm}^3$$

$$V_{4^a TROZA} \frac{(6,63)^2}{4 \cdot \pi} \cdot 40 = 139,9 \text{ dm}^3$$

$$V_{5^a TROZA} \frac{(5,59)^2}{4 \cdot \pi} \cdot 40 = 99,53 \text{ dm}^3$$

$$V_{6^a TROZA} \frac{(4,07)^2}{4 \cdot \pi} \cdot 40 = 52,8 \text{ dm}^3$$

$$V_{DUHAMEL} = \sum V_i = 1.065,9 \text{ dm}^3$$

e) Por Tronco de cono:

$$\boxed{V_{troza} = \frac{l}{3}\cdot\left(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2}\right) = \frac{\pi}{12}\cdot l \cdot \left(d_1^{\ 2} + d_2^{\ 2} + d_1 \cdot d_2\right)}$$

$$V_{1^a TROZA} = \frac{\pi}{12}\cdot 40\left[3,85^2 + 2,94^2 + 3,85 \cdot 2,94\right] = 364,26 \text{ dm}^3$$

$$V_{2^a TROZA} = \frac{\pi}{12}\cdot 40\left[2,94^2 + 2,56^2 + 2,94 \cdot 2,56\right] = 238 \text{ dm}^3$$

$$V_{3^a TROZA} = \frac{\pi}{12}\cdot 40\left[2,56^2 + 2,24^2 + 2,56 \cdot 2,24\right] = 181,22 \text{ dm}^3$$

$$V_{4^a TROZA} = \frac{\pi}{12}\cdot 40\left[2,24^2 + 1,97^2 + 2,24 \cdot 1,97\right] = 139,4 \text{ dm}^3$$

$$V_{5^a TROZA} = \frac{\pi}{12}\cdot 40\left[1,97^2 + 1,59^2 + 1,97 \cdot 1,59\right] = 99,9 \text{ dm}^3$$

$$V_{6^a TROZA} = \frac{\pi}{12}\cdot 40\left[1,59^2 + 1^2 + 1,59 \cdot 1\right] = 53,6 \text{ dm}^3$$

$$\boxed{V_{TRONCO\ \text{CONO}} = 1.076,4 \text{ dm}^3}$$

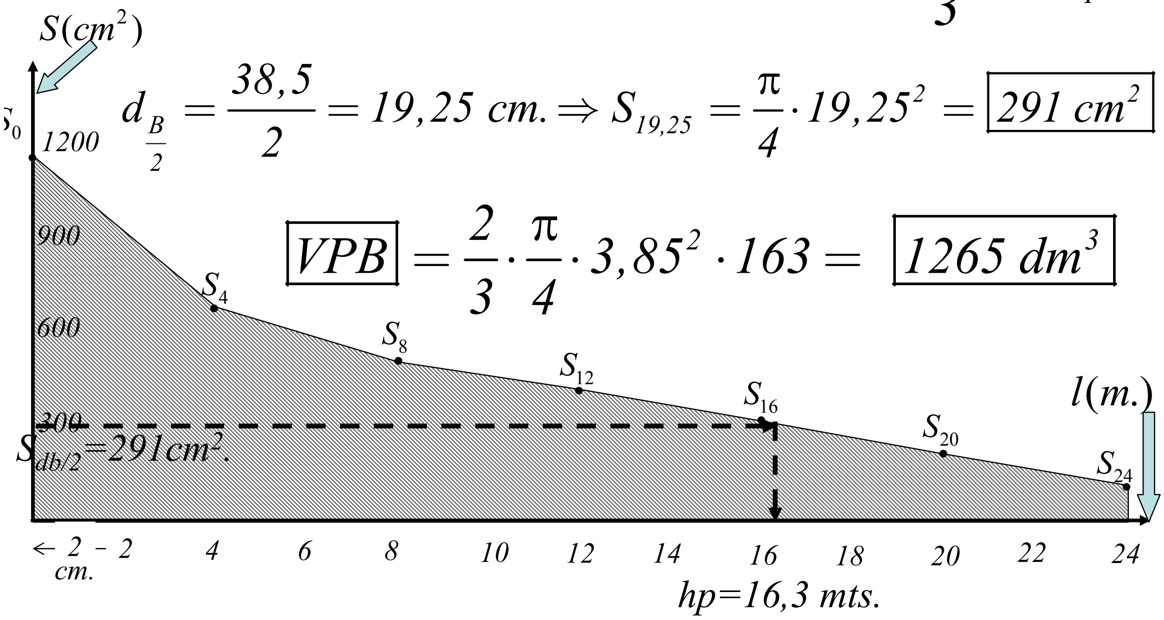
e) Por Pressler Base (VPB):

Apoyándome en el gráfico de Meyer, puedo determinar la altura del fuste en que la cual el diámetro en la base se reduce a la mitad.

$$VPB = \frac{2}{3} S_B \cdot h_p$$

$$d_{\frac{B}{2}} = \frac{38,5}{2} = 19,25 \text{ cm.} \Rightarrow S_{19,25} = \frac{\pi}{4}\cdot 19,25^2 = \boxed{291 \text{ cm}^2}$$

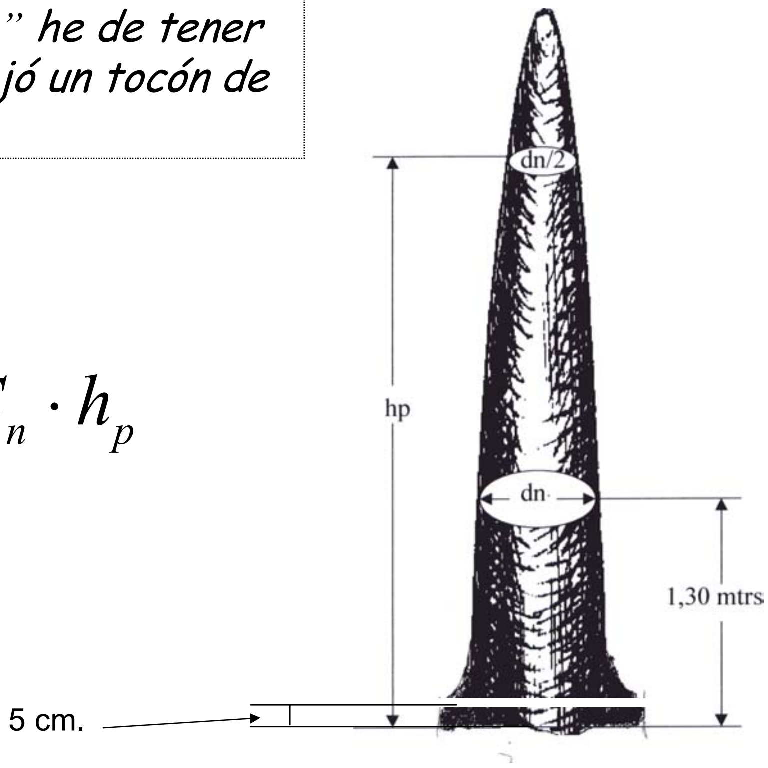
$$\boxed{VPB} = \frac{2}{3}\cdot\frac{\pi}{4}\cdot 3,85^2 \cdot 163 = \boxed{1265 \text{ dm}^3}$$



e) Por Pressler en pie (VPN):

Para determinar "hp" he de tener en cuenta que se dejó un tocón de 5 cm. al apearlo.

$$VPN = \frac{2}{3} S_n \cdot h_p$$



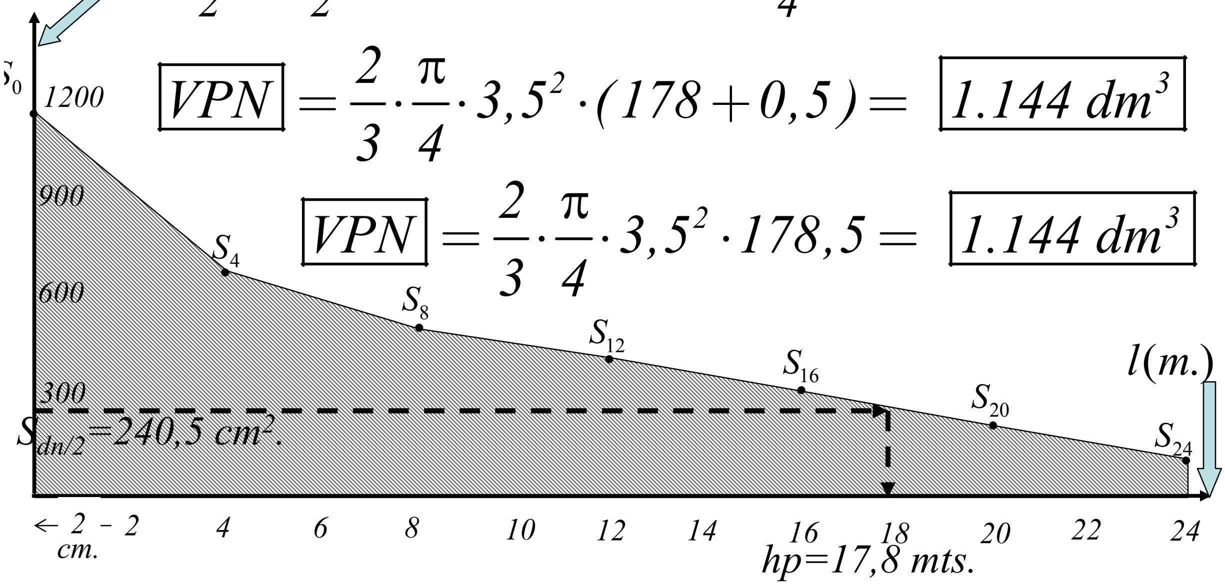
e) Por Pressler en pie (VPN):

$$dn = 35\ cm.$$

$$\frac{dn}{2} = \frac{35}{2} = 17,5\ cm. \Rightarrow S_{17,5} = \frac{\pi}{4} \cdot 17,5^2 = \boxed{240,5\ cm^2}$$

$$\boxed{VPN} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 3,5^2 \cdot (178 + 0,5) = \boxed{1.144\ dm^3}$$

$$\boxed{VPN} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 3,5^2 \cdot 178,5 = \boxed{1.144\ dm^3}$$



Resultados obtenidos:

$$\boxed{Volumen_{MEYER} = 1.073\ dm^3}$$

$$\boxed{V_{HUBER} = 1.053\ dm^3}$$

$$\boxed{V_{SMALIAN} = 1.085\ dm^3}$$

$$\boxed{V_{NEWTON} = 1.064\ \mathrm{dm}^3}$$

Podemos considerar el valor más preciso al obtenido por Newton.

$$\boxed{V_{DUHAMEL} = 1.065{,}9\ \mathrm{dm}^3}$$

$$\boxed{V_{TRONCO\ \mathrm{CONO}} = 1.076{,}4\ \mathrm{dm}^3}$$

$$\boxed{VPB} = \boxed{1265\ dm^3}$$

$$\boxed{VPN} = \boxed{1.144\ dm^3}$$