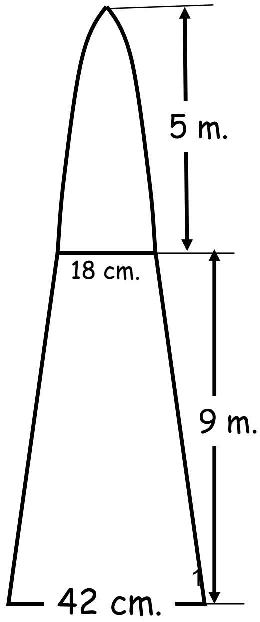
Ejercicio dendrometría nº 13

El tronco entero de un árbol se supone teóricamente formado por dos trozas, una básica de perfil tronco cónico de una longitud de 9 metros y con diámetros en las secciones extremas de 42 y 18 cm. y una troza final de tipo paraboloide que tiene una longitud de 5 metros.



Se pide:

a) Volumen geométrico real expresado en dm^3.

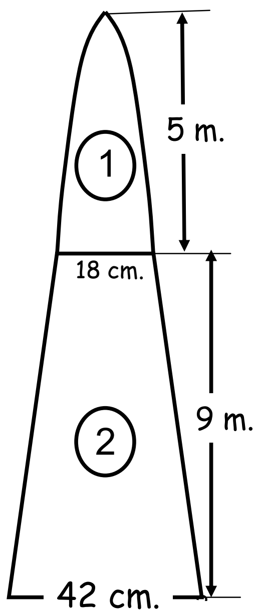
b) Volumen del tronco, obtenido por la fórmula de Huber, aplicada a la longitud total del tronco como una única troza.

c) Error absoluto y relativo que cometemos en el anterior apartado en la estimación del volumen.

a) Volumen geométrico real expresado en dm^3.

El volumen real de la zona superior 1, al tratarse de un parabolide completo será:

$$V_1 = \frac{S_B \cdot H}{2} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 1{,}8^2 \cdot 50}{2} = \boxed{63{,}6\ dm^3}$$

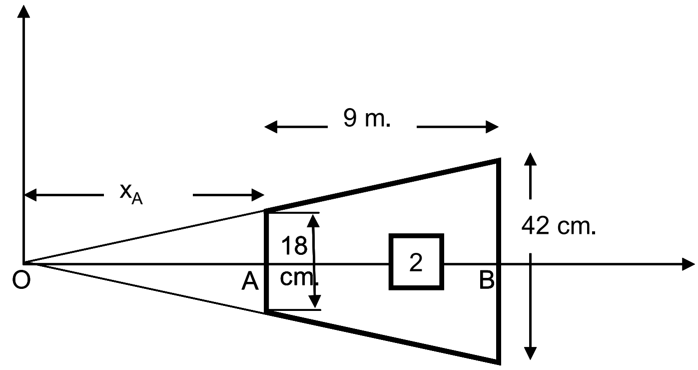


El Volumen real de la zona de tronco de cono será:

Si lo hayamos directamente aplicando la fórmula del volumen correspondiente tendremos:

$$V_2 = \frac{\pi}{12} \cdot 90 \cdot \left[4{,}2^2 + 1{,}8^2 + 4{,}2 \cdot 1{,}8\right] = \boxed{670{,}1\ dm^3}$$

El volumen del tronco de cono V_2, lo podíamos también haber obtenido, considerando la parte correspondiente de tronco inscrito en un cono completo.



$$\left.\begin{array}{l} \text{En A} \Rightarrow y_A^2 = p \cdot x_A^2 \Rightarrow 9^2 = p \cdot x_A^2 \\ \text{En B} \Rightarrow y_B^2 = p \cdot x_B^2 \Rightarrow 21^2 = p \cdot (x_A + 9)^2 \end{array}\right\} \boxed{x_A = 6{,}75\ m.}$$

$$V_{CONO} = \frac{S_B \cdot H}{3}$$

$$V_2 = V_{OB} - V_{OA} = \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 4{,}2^2 \cdot 157{,}5}{3} - \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 1{,}8^2 \cdot 67{,}5}{3} =$$
$$= 727{,}36\ dm^3 - 57{,}25\ dm^3 = \boxed{670{,}1\ dm^3}$$

$$V_{REAL\ TRONCO\ ENTERO} = 63{,}62\ dm^3 + 670{,}1\ dm^3 = \boxed{733{,}72\ dm^3}$$

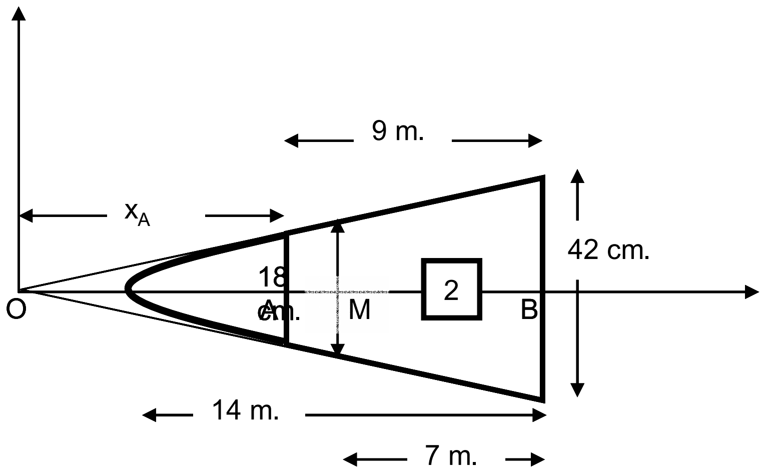
b) Volumen del tronco, obtenido por la fórmula de Huber, aplicada a la longitud total del tronco como una única troza.

La sección a mitad de la longitud del tronco, será la que se encuentra a 7 metros de su base, ya que su longitud total es 14 m. Una vez conocida esta podremos aplicar la fórmula de Huber

$$V_{HUBER}\,(dm^3) = Sm \cdot H = Sm \cdot 140$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{En M} & \left(\dfrac{d_M}{2}\right)^2 = p \cdot 8{,}75^2 \\ \text{En B} & 21^2 = p \cdot 15{,}75^2 \end{array}\right\}$$

$$\boxed{d_m = 23{,}33\ cm.}$$



b) Volumen del tronco, obtenido por la fórmula de Huber, aplicada a la longitud total del tronco como una única troza.

$$\boxed{d_m = 23{,}33\ cm.}$$

$$V_{HUBER}(dm^3) = S_m \cdot 140 = \frac{\pi}{4} \cdot (2{,}33)^2 \cdot 140 = \boxed{598{,}47\ dm^3}$$

c) Error absoluto y relativo que cometemos en el anterior apartado en la estimación del volumen.

Cuando utilizamos la fórmula de Huber para cubicar la totalidad del tronco sin dividirlo en trozas cometemos un error absoluto por defecto en la estimación de su volumen de:

$$e_{ABSOLUTO} = 733{,}72\ dm^3 - 598{,}47\ dm^3 = \boxed{135{,}25\ dm^3}$$

Lo que en términos relativos supone que cubicamos un 18,43 % menos de su volumen real:

$$e_{\%} = \frac{135{,}25\ dm^3}{733{,}72\ dm^3} \cdot 100 = \boxed{18{,}43\%}$$