EJERCICIO Nº 4: El tronco entero de un árbol se supone teoricamente formado por tres trozas:

Una troza básica de perfil neiloídico de una longitud de 4 metros y de diámetros en las secciones extremas de 36 y 25 cmts.

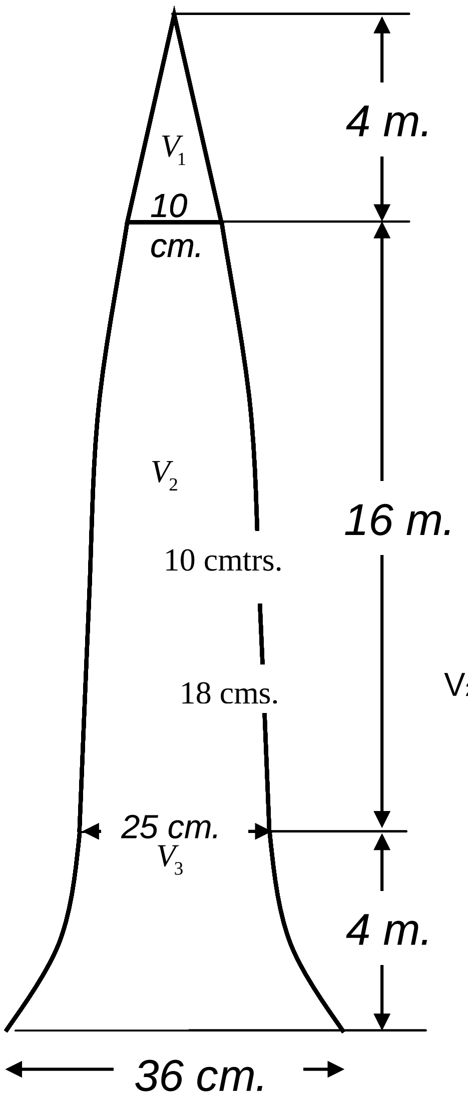
Una troza intermedia de perfil parabólico de 12 metros de longitud y de diámetros en las secciones extremas de 25 y 10 cmts.

Una troza final cónica que remata la sección, de 10 cmts. de diámetro y que tiene una longitud de 4 metros.

Se pide:

1º/ Volumen geométrico real del tronco citado expresado en dm^3.
2º/ Altura del punto directriz, resultante de tomar como referencia el diámetro en la base.
3º/ Calcular el volumen del tronco mediante la aplicación de la formula de Smalian, a las tres trozas señaladas.
4º/ Determinar el coeficiente mórfico artificial y la altura reducida del citado árbol, considerando para ello, el volumen maderable (fuste) obtenido por la fórmula de Smalian,(hemos de tener en cuenta que el diámetro en punta delgada es 10 cmts.) y como altura, la altura total del tronco. El diámetro normal del árbol considerado es 32 cmts.

Resolución:



1º)

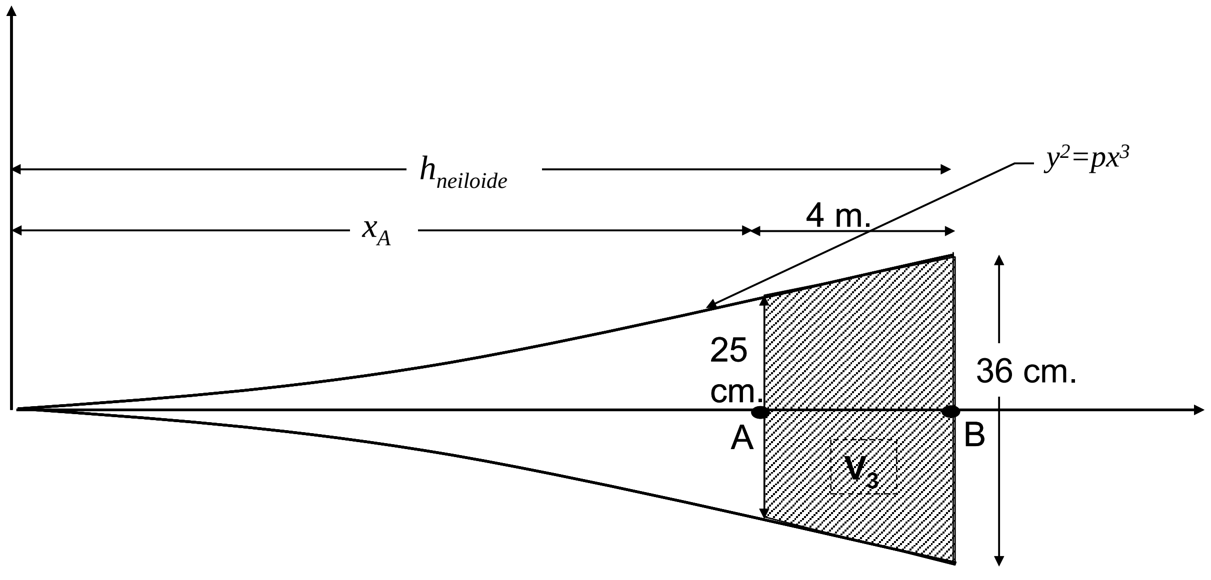
El volumen geométrico real del cono apical V_1, será

$$V_1 = \frac{SB \cdot H}{n+1} \Rightarrow V_1 = \frac{\pi/4 \cdot 1{,}0^2\, dm^2 \cdot 40\, dm.}{3} = \boldsymbol{10{,}472\, dm^3}$$

Para *la troza intermedia del tipo dendrométrico paraboloide* sabemos que se cumple que su volumen real V_2 coincide con el obtenido por la fórmula de Smalian

$$V_2 = \frac{S_1 + S_2}{2} l \Rightarrow \frac{\pi/4 \cdot 1{,}0^2\, dm^2 + \pi/4 \cdot 2{,}5^2\, dm^2}{2} \times 120\, dm. = \boldsymbol{341{,}65\, dm^3}$$

Para hallar el *volumen real de la troza basal 3*, V_3 tenemos que proceder de la siguiente manera:



En A $y_A^2 = p \cdot x_A^3$ .... $\left(\frac{25}{2}\right)^2 = p \cdot x_A^3$

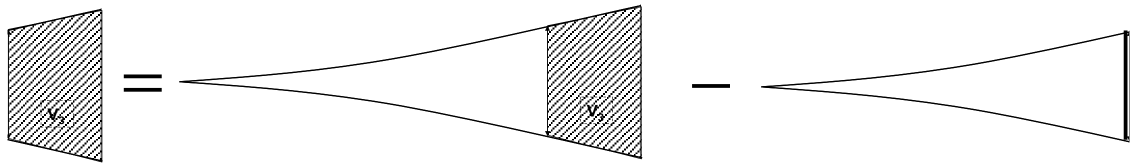
En B $y_B^2 = p \cdot (x_A + 4)^3$ ....$18^2 = p \cdot (x_A + 4)^3$

$$\boxed{\frac{(x_A+4)^3}{x_A^3} = \frac{18^2}{\left(\frac{25}{2}\right)^2}}$$

$$\boxed{\left(\frac{(x_A+4)^3}{x_A^3} = \frac{18^2}{\left(\frac{25}{2}\right)^2}\right)^{\frac{1}{3}}} \Longrightarrow \boxed{\left(\frac{(x_A+4)}{x_A} = 1{,}2752\right)}$$

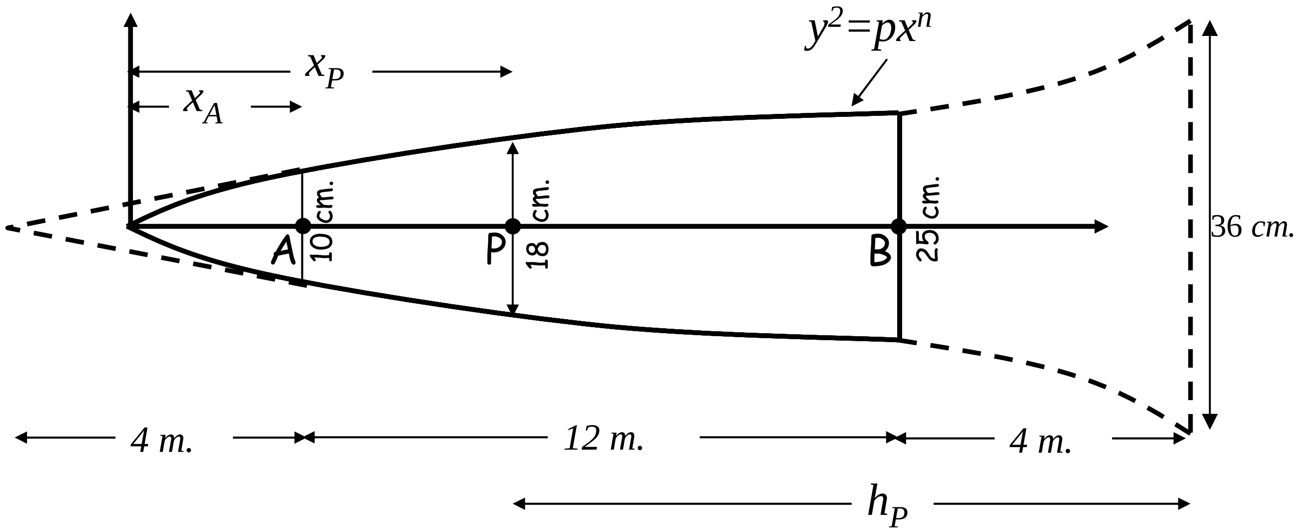
x_A = 14,535 m...........h $_{neiloide}$ = X_B= 18,535 m.

$$V\ real\ neiloide = \frac{S_B}{n+1}H = \frac{S_B}{4}H$$



V real tronco neiloide (V_3) = $\dfrac{\frac{\pi}{4}\cdot 3{,}6^2}{4}185{,}35 - \dfrac{\frac{\pi}{4}\cdot 2{,}5^2}{4}145{,}35 = \boldsymbol{293{,}22\ dm^3}$

V real tronco árbol = $V_1 + V_2 + V_3$ = 10,472 dm^3 + 341,65 dm^3 + 293,22 dm^3 = **_645,34 dm^3_**



2º) Altura del punto directriz

Será la altura del punto del tronco en que su diámetro es 36/2 = 18 cm., este punto se encontrará en la zona del tronco asimilable a un paraboloide.

$$\left.\begin{array}{l} A = 5^2 = p\cdot x_A \\ B = 12{,}5^2 = p\cdot 12 + x_A \end{array}\right] \dfrac{5^2}{x_A} = \dfrac{12{,}5^2}{12 + x_A} \Rightarrow 25(12 + x_A) = 12{,}5^2\cdot x_A \Rightarrow$$

$$300 + 25x_A = 156{,}25\, x_A \Rightarrow x_A = \frac{300}{131{,}25} = \boldsymbol{2{,}286\ m.}$$

$$\left.\begin{array}{l} A = 5^2 = p\cdot 2{,}286\ \ m. \\ B = 9^2 = p\cdot x_p \end{array}\right] \Rightarrow \frac{25}{2{,}286} = \frac{81}{x_p} \Rightarrow x_p = \frac{81\cdot 2{,}286}{25} = \boldsymbol{7{,}40\ \ m.}$$

$$\boxed{\mathbf{h_p} = 4 + (12 + x_A) - x_p = 4 + 14{,}286 + 7{,}4 = \boldsymbol{10{,}88\ \ m.}}$$

3º) Volumen Smalian:

La fórmula de Smalian es $V_{Smalian} = \frac{S_1 + S_2}{2} l$; si la aplicamos a las tres partes diferenciadas del tronco tendremos:

$$V_{1 Smalian} = \frac{\pi/4 \cdot 1{,}0^2 + 0}{2} \times 40 = 15{,}707\, dm^3$$

$$V_{2 Smalian} = \frac{\pi/4 \cdot 1{,}0^2 + \pi/4 \cdot 2{,}5^2}{2} \times 120 = 341{,}65\, dm^3$$

$$V_{3 Smalian} = \frac{\pi/4 \cdot 2{,}5^2 + \pi/4 \cdot 3{,}6^2}{2} \times 40 = 301{,}75\ dm^3$$

$$\boxed{\boldsymbol{V\ tronco}_{\boldsymbol{Smalian}} = 15{,}707 + 341{,}65 + 301{,}75 = \boldsymbol{659{,}1 dm^3}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{f} = \frac{V\ fuste_{Smalian}}{sn \cdot h_{total}} = \frac{659{,}1 - 15{,}70}{\frac{\pi}{4} \cdot 3{,}2^2 \cdot 200} = \boldsymbol{0{,}4}}$$

4º) Coeficiente mórfico (f)

altura reducida (h_r)

$$\boxed{sn \cdot hr = 643{,}4\, dm^3 \Rightarrow \boldsymbol{hr} = \frac{643{,}4\, dm^3}{8{,}042\, dm^2} = 80\, dm. = \boldsymbol{8\, m}.}$$