POLITÉCNICA

EJERCICIO Nº 6

Se ha procedido al análisis epidométrico de un "árbol tipo" de la especie Pinus sylvestris de 32 cmtrs de diámetro normal y 16 metros de altura total. Del apeo del pie citado se ha obtenido un fuste maderable, de 14 metros de longitud, el cual para su cubicación se ha dividido en 10 trozas de un metro y en dos trozas de dos metro, siendo los diámetros y espesores de corteza de sus secciones resultantes los reflejados en el cuadro adjunto.

Longitud fuste (mtrs.)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14
Diámetro en mms.	360	320	283	270	265	254	235	213	170	140	133	122	100
Espesor diametral corteza mms.	40	33	28	24	20	15	13	12	11	9	7	3	3

1º / Determinar el volumen del fuste con corteza por el método gráfico de Meyer.

2º/ Determinar el porcentaje de corteza por el mismo procedimiento.

3º/ Obtener el volumen c.c. del fuste considerado por la fórmula de Smalian.

4º/ Volumen c.c. del fuste que obtendríamos aplicando la fórmula base de Pressler.

5º/ Volumen c.c. obtenido mediante la fórmula de Pressler aplicable a la cubicación del árbol en pie, (al apear el árbol quedo un tocón de 30 cmtrs. de altura)

6º/ Cual sería la longitud del fuste si el diámetro en punta delgada fuera de 20 cmtrs.

7º/ Determinar el coeficiente mórfico (f) y la altura reducida (hr), tomando como referencia el volumen del fuste c.c. obtenido por Meyer y la altura total del árbol.

8º/ Supuesto un sólido de revolución correspondiente al Tipo Dendrométrico neiloide, de igual volumen c.c. que el obtenido por Meyer y con la misma dimensión en la base que la del fuste considerado, determinar cual sería la dimensión de su diámetro normal y a que altura su diámetro en la base se reduciría a la mitad.

9º/ Idem para el caso de un Tipo Dendrométrico Cono con idénticas características a las señaladas en el apartado anterior.

Resolución: *(nota: los gráficos no están a escala)*

1º/ Procederemos a la representación gráfica según el método gráfico, del planímetro o de Meyer: Para ello determinamos las secciones supuestas circulares a las distintas longitudes del fuste:

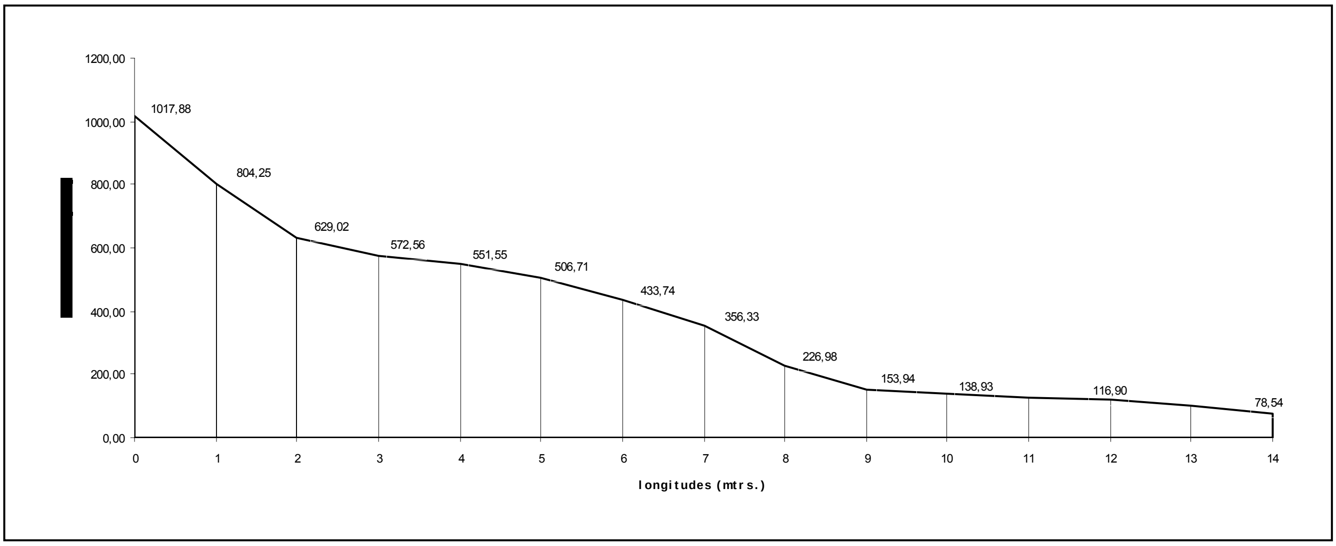
$S_{0cc} = \frac{\pi}{4} \cdot 3{,}6^2 = 1017{,}88 cm^2$; $S_{1cc} = 804{,}25\ cm^2$; $S_{2cc} = 629{,}02\ cm^2$;

$S_{3cc} = 572{,}56\ cm^2$; $S_{4cc} = 551{,}55\ cm^2$; $S_{5cc} = 506{,}71\ cm^2$; $S_{6cc} = 433{,}74\ cm^2$;

$S_{7cc} = 356{,}33\ cm^2$; $S_{8cc} = 226{,}98\ cm^2$; $S_{9cc} = 153{,}94\ cm^2$; $S_{10cc} = 138{,}93\ cm^2$;

$S_{12cc} = 116{,}90\ cm^2$; $S_{14cc} = 78{,}54\ cm^2$;

Representamos en el eje de las “Y” las secciones con corteza respectivas y en el eje de las “X” las longitudes a las que se encuentran de la base del fuste.



Tendremos así que la superficie, delimitada por la evolución de la línea de perfil de las secciones y los ejes de coordenadas, es equivalente al volumen del fuste

Según vemos en el “gráfico nº 1”, que es donde vamos a proceder a planimetrar, en 22,78 cmts. hemos representado 14 metros de longitud, y en 11,17 cmts.1000 cm^2 de superficie.

Esto hace que en 254,45 cm^2 de superficie ≈ 1400 dm^3 de volumen

Podemos pues deducir el coeficiente de transformación o de equivalencia K

Tendremos que $K \cdot S\ (cm^2) = V\ (dm^3) \Longrightarrow K \cdot 254{,}45\ cm^2 = 1400\ dm^3$

$$\Longrightarrow \boxed{\mathbf{K} = \frac{1400\ dm^3}{254{,}45\ cm^2} = \mathbf{5{,}5}\ \mathbf{dm^3/cm^2}}$$

La superficie correspondiente al Volumen con corteza, planimetrada en el gráfico nº 1 es de **94,9 cm^2**, lo que implica que el volumen con corteza obtenido mediante el método gráfico de Meyer del fuste considerado ha sido:

$$\boxed{\mathbf{V}_{\mathbf{Meyer\ c.c.}} = 5{,}5\frac{dm^3}{cm^2} \cdot 94{,}9cm^2 = \mathbf{522dm^3}}$$

2º/ De igual manera que en el apartado anterior procedemos a representar la gráfica correspondiente a la evolución de la sección sin corteza del fuste, para ello deducimos sus respectivos valores a partir del diámetro sin corteza en cada sección.

$S_{0sc} = \frac{\pi}{4} \cdot (36-4)^2 = 804{,}25\,cm^2$; $S_{1sc} = 646.93 cm^2$; $S_{2sc} = 510{,}71 cm^2$

$S_{3sc} = 475{,}29\ cm^2$; $S_{4sc} = 471{,}44\ cm^2$; $S_{5sc} = 448{,}63\ cm^2$; $S_{6sc} = 387{,}08\ cm^2$;

$S_{7sc} = 317{,}31\ cm^2$; $S_{8sc} = 198{,}56\ cm^2$; $S_{9sc} = 134{,}78\ cm^2$; $S_{10sc} = 124{,}69\ cm^2$;

$S_{12sc} = 111{,}22\ cm^2$; $S_{14sc} = 73{,}90\ cm^2$

Según vemos en el “gráfico nº 2”, que es donde vamos a proceder a planimetrar, la superficie equivalente al volumen sin corteza, el coeficiente de transformación o de equivalencia K, sería el mismo que en el “gráfico 1”

$$\boxed{\mathbf{K = 5{,}5\ {}^{dm^3}\!/\!_{cm^2}}}$$

La superficie correspondiente al Volumen sin corteza, planimetrada en el “gráfico nº 2” resulta **79,12 cm²**, lo que implica que el volumen sin corteza obtenido mediante el método gráfico de Meyer del fuste considerado es :

$$\boxed{V_{\text{Meyer s.c.}} = 5{,}5\frac{dm^3}{cm^2} \bullet 79{,}12 cm^2 = \mathbf{435{,}16\ dm^3}}$$

El porcentaje de corteza será:

$$\boxed{\mathbf{P\%_{corteza}} = \frac{V_{cc} - V_{sc}}{V_{cc}} \cdot 100 = \frac{522 dm^3 - 435{,}16 dm^3}{522 dm^3} \cdot 100 = \mathbf{16{,}64\%}}$$

3º/ La fórmula de Salían a aplicar a un tronco dividido en trozas de igual longitud es:

$$\boxed{V_{Smalian} = \frac{\pi}{8} \cdot l\left[d_1^{\ 2} + 2 \cdot d_2^{\ 2} + 2 \cdot d_3^{\ 2} + 2 \cdot d_4^{\ 2} + \cdots\cdots + 2 \cdot d_n^{\ 2} + d_{n+1}^{\ 2}\right]}$$

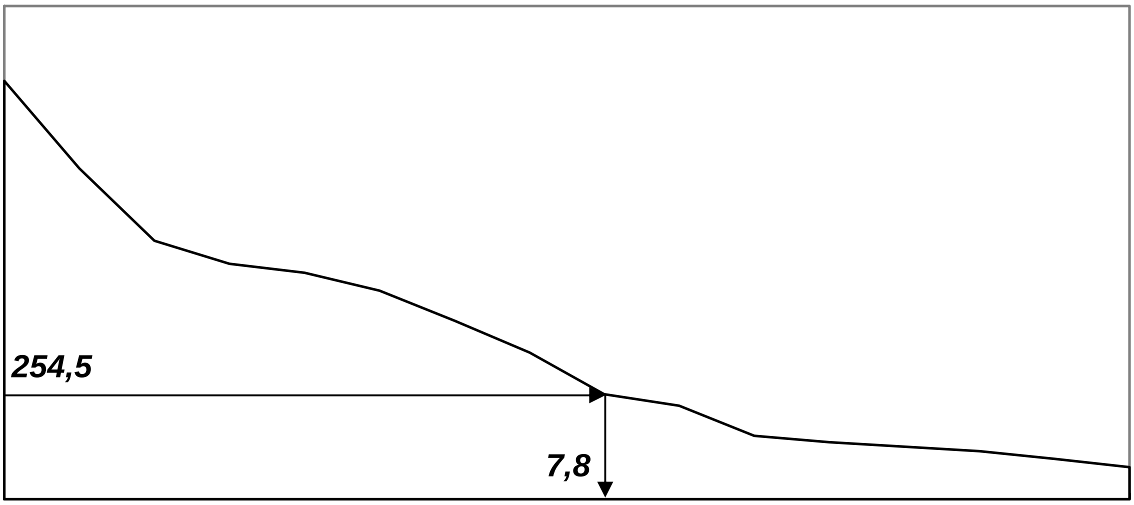
El fuste esta dividido en 10 trozas de un metro y dos trozas de dos metros, tendremos así

$$V_{Smalian}(dm^3) = \frac{\pi}{8} \cdot 10 \begin{bmatrix} 3{,}6^2 + 2 \cdot 3{,}2^2 + 2 \cdot 2{,}83^2 + 2 \cdot 2{,}7^2 + 2 \cdot 2{,}65^2 + \\ 2 \cdot \end{bmatrix} + \frac{\pi}{8} \cdot 20 \cdot \begin{bmatrix} 1{,}33^2 + \\ 2 \cdot 1{,}22^2 + 1^2 \end{bmatrix} =$$

$$\boxed{V_{\ Smalian} = 481{,}35\ dm^3 + 45{,}12\ dm^3 = \mathbf{526{,}47\ dm^3}}$$

4º/ La fórmula base de Pressler toma como referencia el diámetro en la base para definir el punto directriz, $V_{Pressler} = \frac{2}{3} S_B \cdot h_p$, h_p corresponde a $\frac{d_B}{2} = 18$cms.

$\Longrightarrow$ S_B= 254, 47 cm^2 , si en el "gráfico nº 1" de Meyer, entramos con ese valor en el eje de las "Y", obtendremos en el eje de las "X", el valor que corresponde a la altura del punto directriz del fuste es de **h_P=7,8** metros.



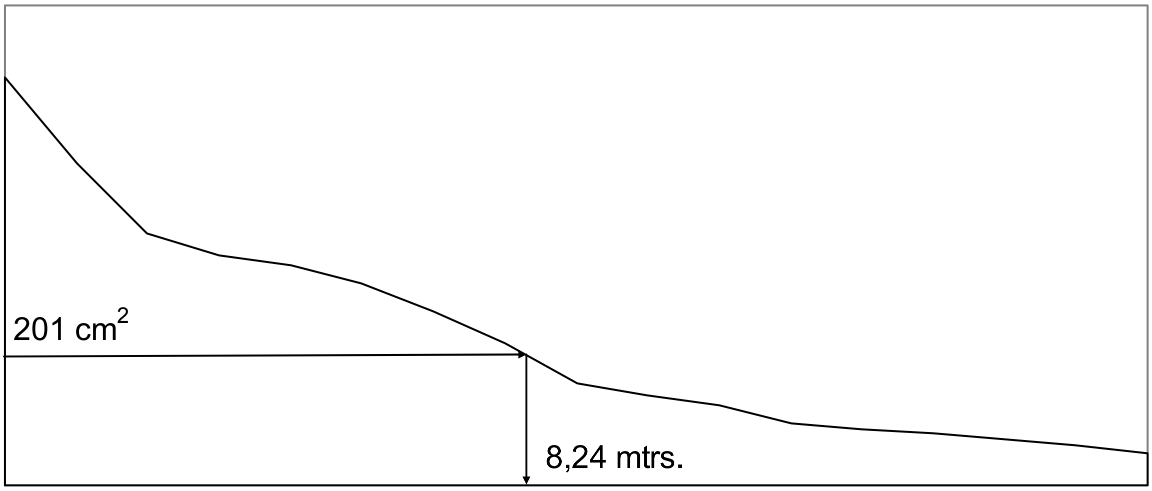
Tendremos así que el $\boxed{\mathbf{V_{Pressler\ Base}(dm^3)} = \frac{2}{3}\frac{\pi}{4} \cdot 3{,}6^2 \cdot 78 = \mathbf{529{,}30\ dm^3}}$

5º/ La fórmula de Pressler que se aplica para la cubicación del árbol en pie, toma como referencia el diámetro normal para definir el punto directriz, $V_{Pressler} = \frac{2}{3} S_n \cdot h_p$, $\Longrightarrow$ h_p corresponde a $\frac{dn}{2} = 16$cms. $\Longrightarrow$ S_n= 201cm^2 , si en el "gráfico nº 1" de Meyer, entramos con ese valor en el eje de las "Y", obtendremos en el eje de las "X", el valor que corresponde a la altura del punto directriz en el fuste que es de
$h_{P del\ fuste}$=8,24 metros.

A la que tendríamos que sumar, los 30 cmtrs. del tocón y así obtendríamos la altura del punto directriz medida en el árbol en pie **h_P=8,54 mtrs.**

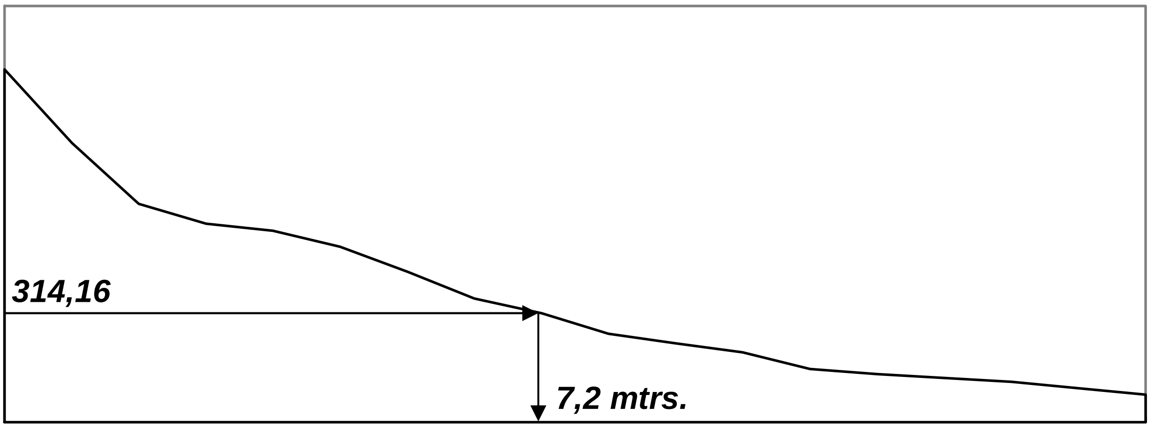
De esta manera tendríamos como volumen según la fórmula de Pressler que se aplica para la cubicación del árbol en pie:

$$\boxed{V_{Pressler}(dm^3) = \frac{2}{3}\frac{\pi}{4} \cdot 3{,}2^2 \cdot 85{,}4 = 457{,}90\ dm^3}$$



En el resultado obtenido se confirma, como hemos visto en la parte teórica de la asignatura, que esta fórmula nos da resultados ligeramente por defecto respecto al volumen real del tronco que coincidirán sensiblemente con el volumen maderable del árbol así cubicado.

6º/ Para un diámetro en punta delgada de 20 cmtrs., le corresponde una sección de 314,16 cm^2. Si en el "gráfico nº 1" de Meyer, entramos con ese valor en el eje de las "Y", obtendremos en el eje de las "X", la longitud del fuste correspondiente. $\boxed{\mathbf{L_{fuste}=7,20\ metros}}$.



7º/

$$\boxed{\mathbf{f} = \frac{V}{S_n \cdot h} = \frac{522\text{dm}^3}{\frac{\pi}{4}\cdot 3{,}2^2 \cdot 160} = \mathbf{0{,}41}}$$

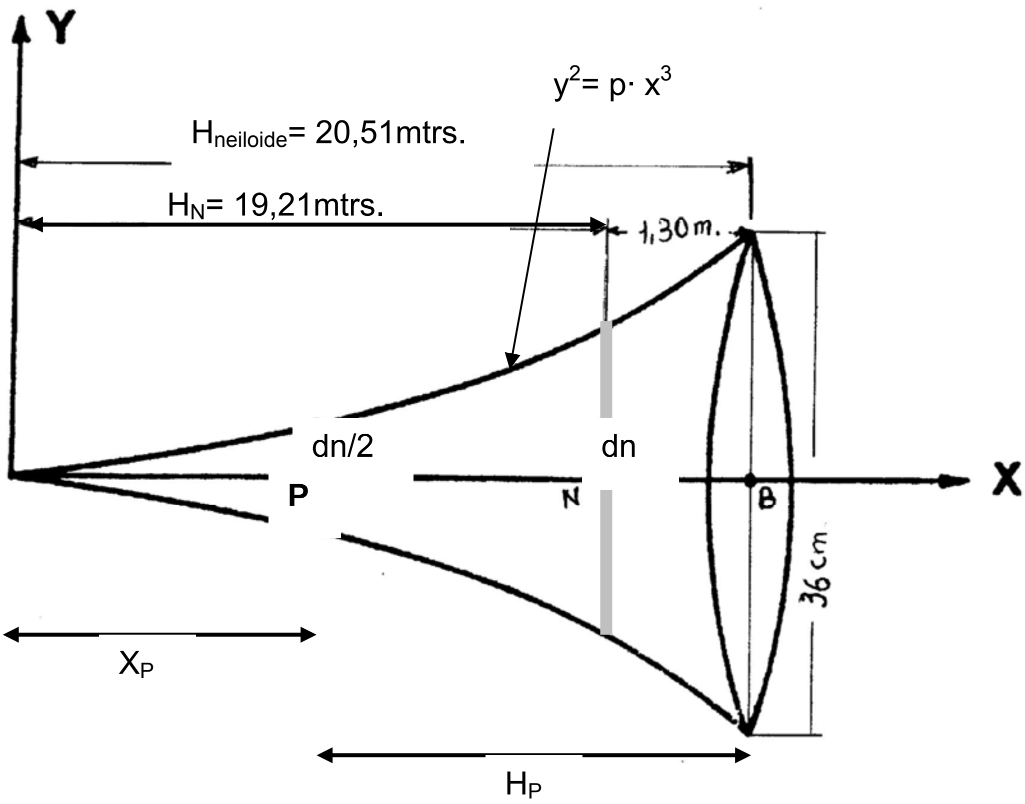
$$\boxed{\mathbf{h_r} = f \cdot h = 0{,}41 \cdot 16 = \mathbf{6{,}51mtrs.}}$$

8º/

a)Se trata de un neiloide cuyo volumen es de 522 dm^3, y cuyo diámetro en la base es 36 cmtrs.

La altura de ese neiloide ($H_{neiloide}$) la obtendremos, sabiendo que su volumen es:

$$V_{neiloide} = \frac{S_B \cdot H}{4} \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 3.6^2 . H_{neiloide}}{4} = 522 dm^3 \Rightarrow \mathbf{H_{neiloide}} = \frac{4^2 \cdot 522}{\pi \cdot 3.6^2} = 205{,}1 dm. = \mathbf{20{,}51 mtrs.}$$



Estableciendo el siguiente sistema de ecuaciones de manera sencilla tenemos:

En B $\quad 18^2 = p \cdot 20{,}51^3$

En A $\quad \left(\frac{d_N}{2}\right)^2 = p \cdot 19{,}21^3$

$$p = \frac{18^2}{20{,}51^2} = \frac{\left(\frac{d_N}{2}\right)^2}{19{,}21^3} \Rightarrow \mathbf{dn = 32{,}63 cmtrs.}$$

b) De igual manera

En B $\quad 18^2 = p \cdot 20{,}51^3$

$$\frac{18^2}{20{,}51^3} = \frac{9^2}{x_p^{\ 3}} \Rightarrow x_p = 12{,}92 mtrs.$$

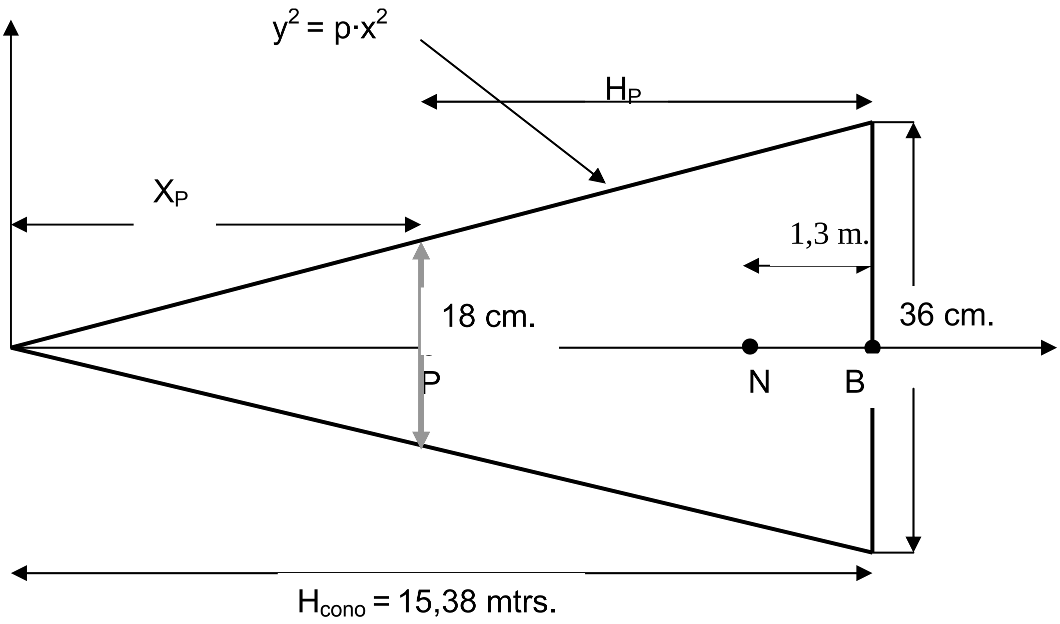
En P $\quad 9^2 = p \cdot x_P{}^3$ $\qquad\qquad$ $\mathbf{H_P} = 20{,}51 - 12{,}92 = \mathbf{7{,}59mtrs.}$

9º/

a) Ahora Se trata de un cono cuyo volumen es de 522 dm^3, y cuyo diámetro en la base es 36 cmtrs.

La altura de este cono (H_{cono}) la obtendremos, sabiendo que su volumen es:

$$V_{cono} = \frac{S_B \cdot H}{3} \Rightarrow \frac{\frac{\pi}{4} \cdot 3.6^2 . H_{cono}}{3} = 522dm^3 \Rightarrow \mathbf{H_{cono}} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 522}{\pi \cdot 3.6^2} = 153{,}85dm. = \mathbf{15{,}38mtrs.}$$



En B $\quad 18^2 = p \cdot 15{,}38^2$

En N $\quad \left(\frac{d_N}{2}\right)^2 = p \cdot 14{,}08^2$

$$p = \frac{18^2}{15{,}38^2} = \frac{\left(\frac{d_N}{2}\right)^2}{14{,}08^2} \Rightarrow \mathbf{dn = 32{,}96cmtrs.}$$

b) De igual manera

En B $\quad 18^2 = p \cdot 15{,}38^2$

En P $\quad 9^2 = p \cdot X_P{}^2$

$$p = \frac{18^2}{15{,}38^2} = \frac{9^2}{X_P{}^2} \Rightarrow \mathbf{X_P = 7{,}69mtrs.}$$

Tenemos pues que en este caso $\boxed{\mathbf{H_P} = 15{,}38 \text{ m.} - 7{,}69 \text{ m.} = \mathbf{7{,}69 \text{ m.}}}$

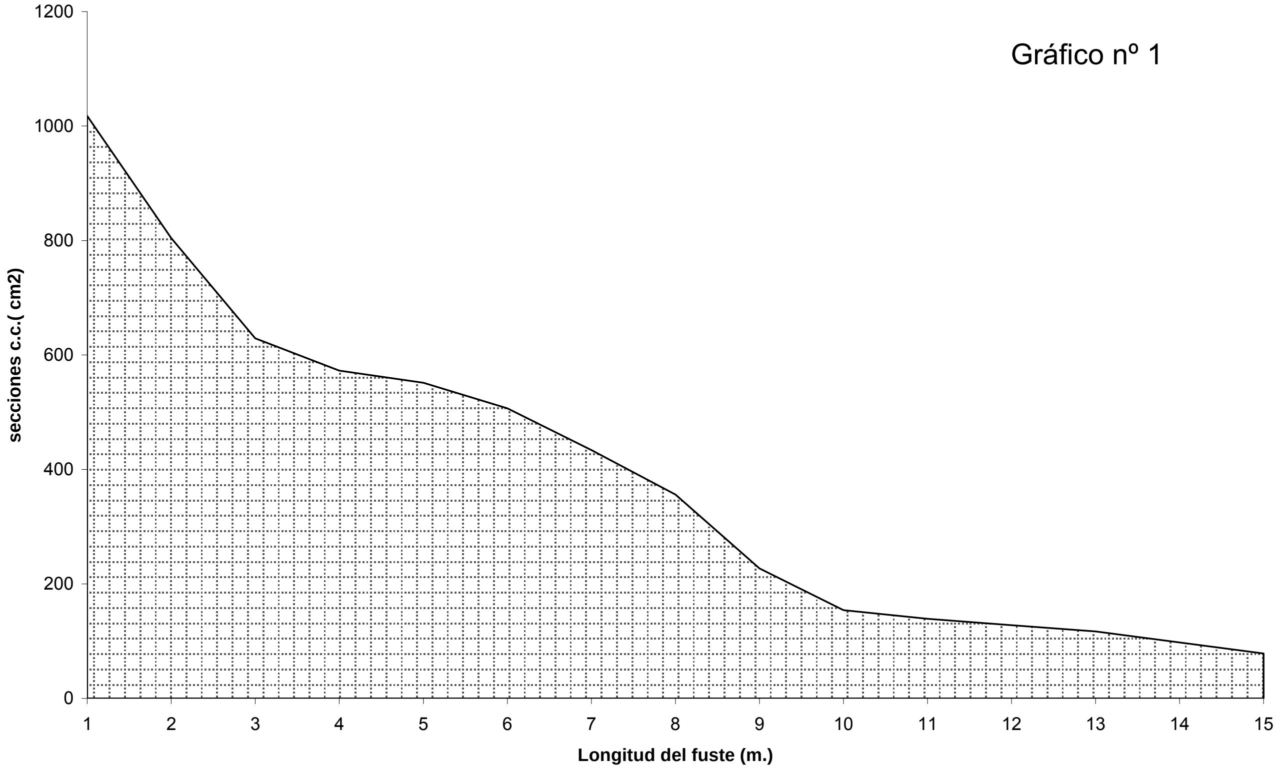


Gráfico nº 1
secciones c.c.(cm2)
Longitud del fuste (m.)
0
200
400
600
800
1000
1200
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

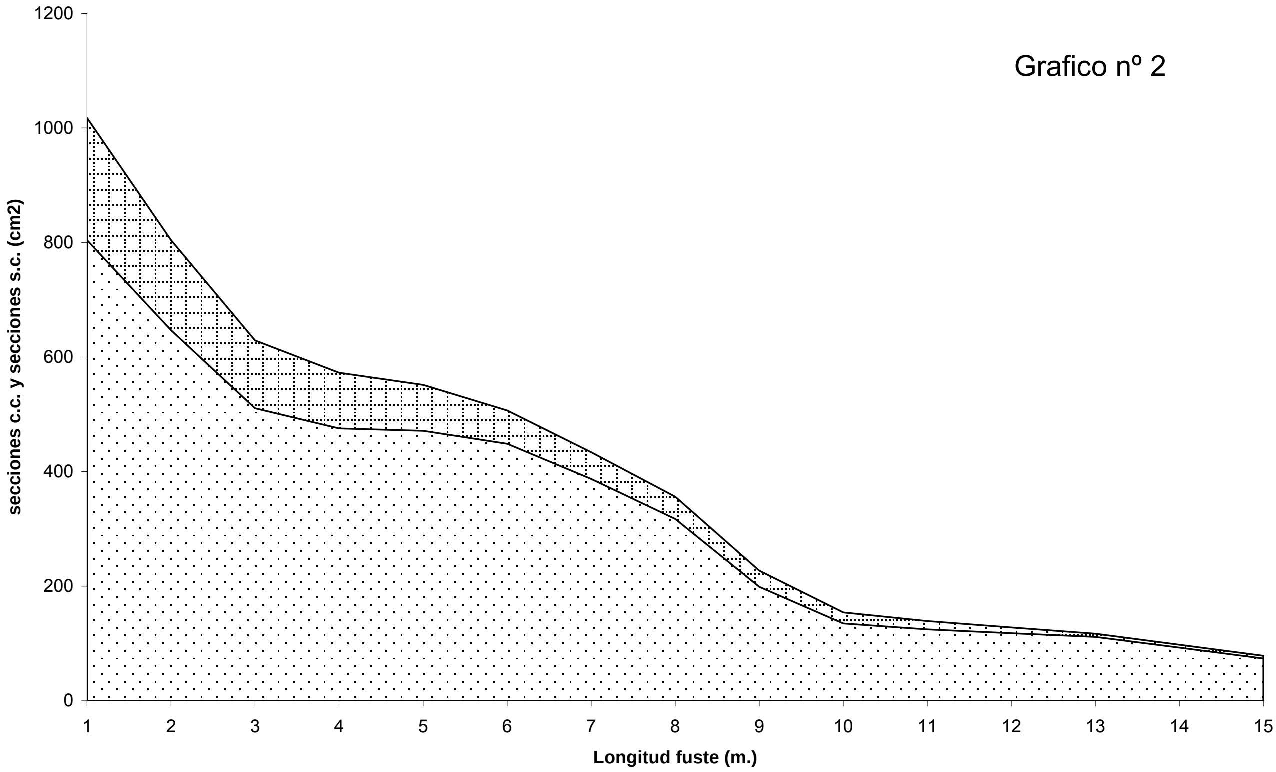


Grafico nº 2
secciones c.c. y secciones s.c. (cm2)
Longitud fuste (m.)
0
200
400
600
800
1000
1200
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15