



EJERCICIO Nº 9

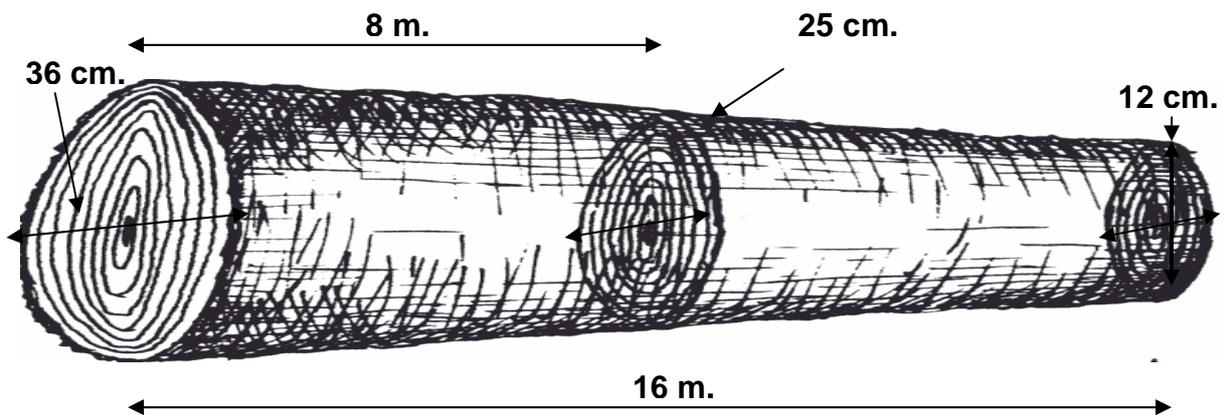
Del fuste de un árbol se han medido las siguientes magnitudes: Su longitud, 16 mts.; su diámetro en la base, 36 cmts.; su diámetro en punta delgada, 12 cmts.; y su diámetro a mitad del fuste, 25 cmts.

Se pide:

- 1º/ Calcular su volumen en dm³, considerandolo como una única troza por las fórmulas de Huber, Smalian y Newton.
- 2º/ Calcular la altura total y la altura directriz en metros de un paraboloides, circunscrito en sus secciones extremas.
- 3º/ Calcular el diámetro a mitad del fuste, supuesto el perfil parabólico.
- 4º/ Determinar el volumen del paraboloides y del tronco del paraboloides en dm³.

RESOLUCIÓN:

1º/ No es una manera precisa de cuantificar la cantidad de madera, el aplicar estas fórmulas a la totalidad de un fuste, para obtener suficiente exactitud en la cubicación con estas, deberíamos aplicarlas al fuste dividido en trozas no mayores de dos metros, pero es frecuente que en muchos lugares se apliquen estas fórmulas directamente sobre la totalidad de la longitud de la madera en rollo que se quiera cubicar. Cuando procedemos así, la fórmula de Huber, nos dará resultados por defecto y la de Smalian por exceso.



Aplicando la fórmula de Huber, el volumen del fuste citado sería:

$$V_{\text{Huber}} (\text{dm}^3) = S_M \cdot l = \frac{\pi}{4} \cdot d_m^2 \cdot l = \frac{\pi}{4} \cdot 2,5^2 \cdot 160 = 785,4 \text{ dm}^3$$

Aplicando la fórmula de Smalian, el volumen del fuste sería:

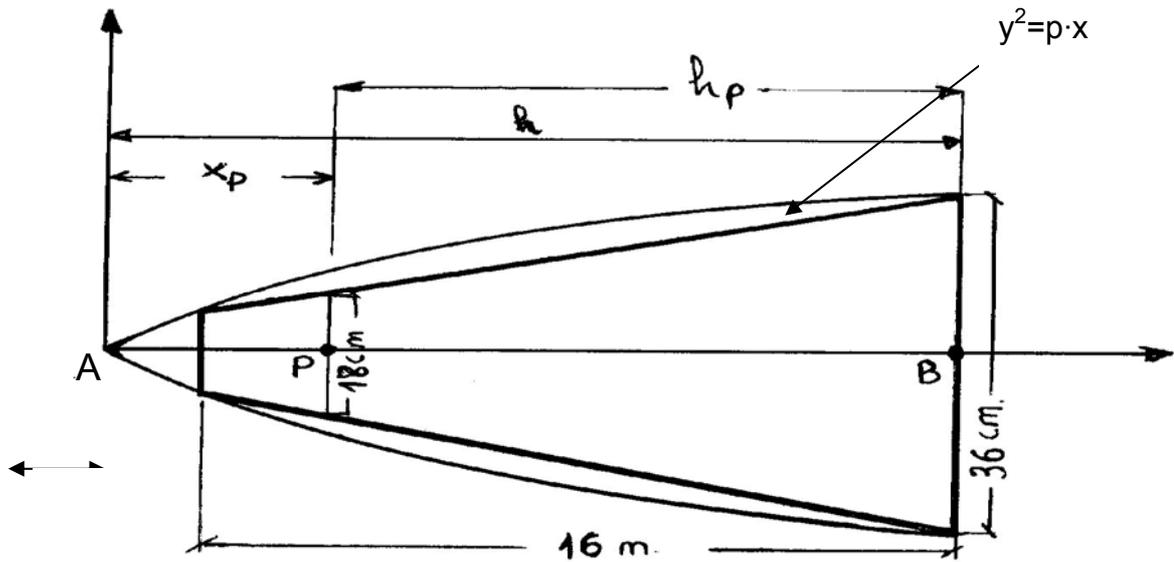
$$V_{\text{Smalian}} (\text{dm}^3) = \frac{S_1 + S_2}{2} \cdot l = \frac{\pi}{8} \cdot 160 \cdot (3,6^2 + 1,2^2) = 904,78 \text{ dm}^3$$

Aplicando la fórmula de Newton, el volumen del fuste sería:

$$V_{\text{Newton}} (\text{dm}^3) = \frac{l}{6} (S_1 + S_2 + 4 \cdot S_M) = \frac{160}{6} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (3,6^2 + 1,2^2 + 4 \cdot 2,5^2) = 825,2 \text{ dm}^3$$



2º) El paraboloides circunscrito en las secciones del fuste será el de la figura



Tendremos:

$$\begin{aligned} \text{En A} \quad y^2 &= p \cdot x_A \Rightarrow \left(\frac{12}{2}\right)^2 = p \cdot x_A && 6^2 = p \cdot x_A \\ \text{En B} \quad y^2 &= p \cdot x_B \Rightarrow \left(\frac{36}{2}\right)^2 = p \cdot (16 + x_A) && 18^2 = p \cdot h = p \cdot (16 + x_A) \end{aligned}$$

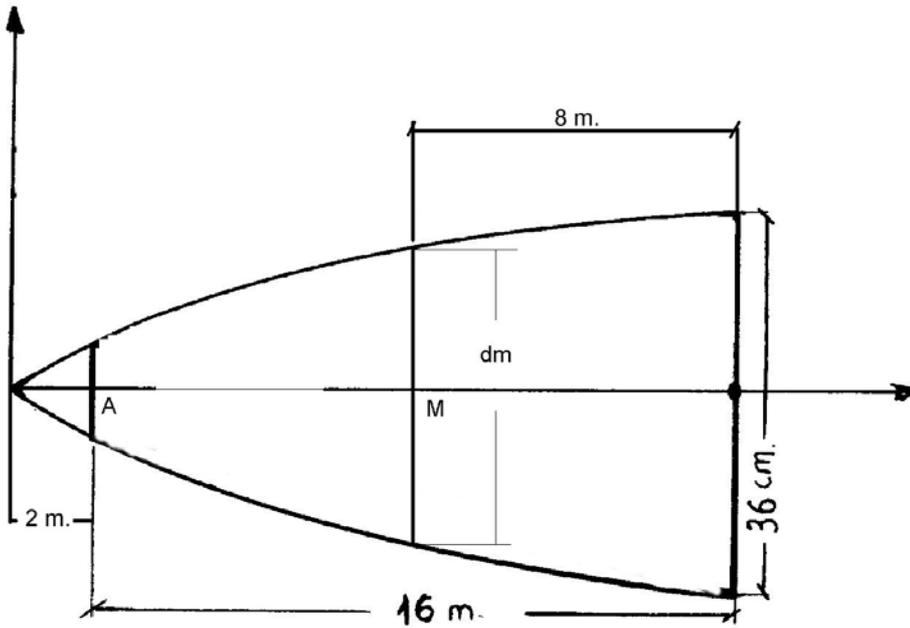
$$\left(\frac{18^2}{16 + x_A}\right) = \frac{6^2}{x_A} \Rightarrow 18^2 \cdot x_A = 36 \cdot 16 + 36 \cdot x_A \Rightarrow x_A = \frac{576}{288} = 2 \text{ m.}$$

La altura del paraboloides será: $h = 16 + 2 = 18 \text{ m.}$

$$\text{En P} \quad \left(\frac{18 \text{ cm.}}{2}\right)^2 = p \cdot x_p \text{ m.} \quad 81 = p \cdot x_p \quad p = \frac{81}{x_p} = \frac{36}{2} \Rightarrow x_p = 4,5 \text{ m.}$$

$$\text{En A} \quad \left(\frac{12 \text{ cm.}}{2}\right)^2 = p \cdot 2 \text{ m.} \quad 36 = p \cdot 2 \quad h_p = h - 4,5 \text{ m.} = 18 \text{ m.} - 4,5 \text{ m.} = 13,5 \text{ m.}$$

3º) El diámetro a mitad del fuste supuesto de perfil parabólico sería:



En M $\left(\frac{d_M}{2}\right)^2 = p \cdot 10m.$

En A $6^2 = p \cdot 2m.$



$$p = \frac{36}{2} = \frac{d_M^2}{40} \Rightarrow d_M = 26,83 \text{ cm.}$$

4º El volumen del paraboloides será:

$$V_{\text{paraboloides}} (\text{dm}^3) = \frac{S_B \cdot H}{3} = \frac{\pi}{4} \cdot 3,6^2 \cdot 180 = 916,1 \text{ dm}^3$$

El volumen del tronco de paraboloides será:

$$V_{\text{truncado}} = V_{\text{paraboloides}} - V_{\text{pequeño}} = 916,1 \text{ dm}^3 - \frac{\pi}{4} \cdot 1,2 \cdot 20 = 916,1 \text{ dm}^3 - 11,31 \text{ dm}^3 = 904,8 \text{ dm}^3$$