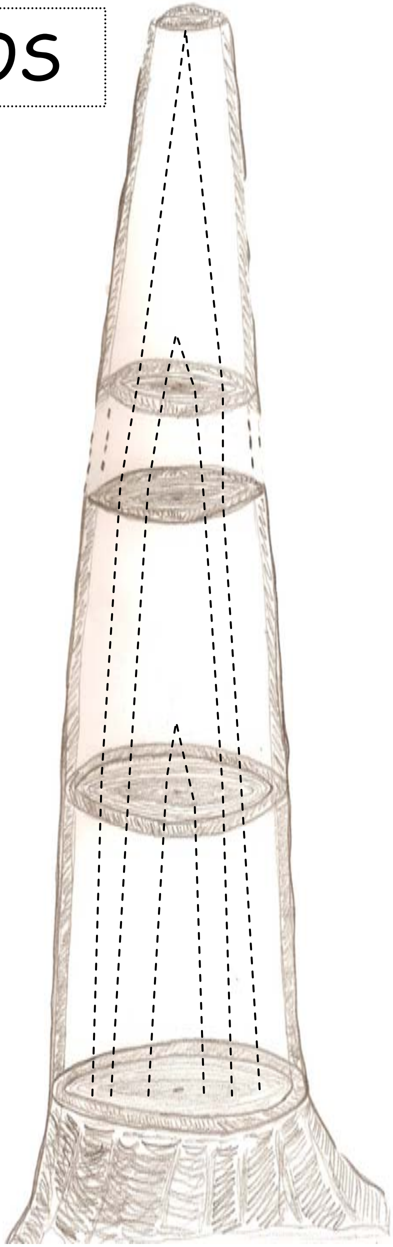
TEMA Nº 22: EPIDOMETRÍA (II)

ANÁLISIS EPIDOMÉTRICO DE TRONCOS

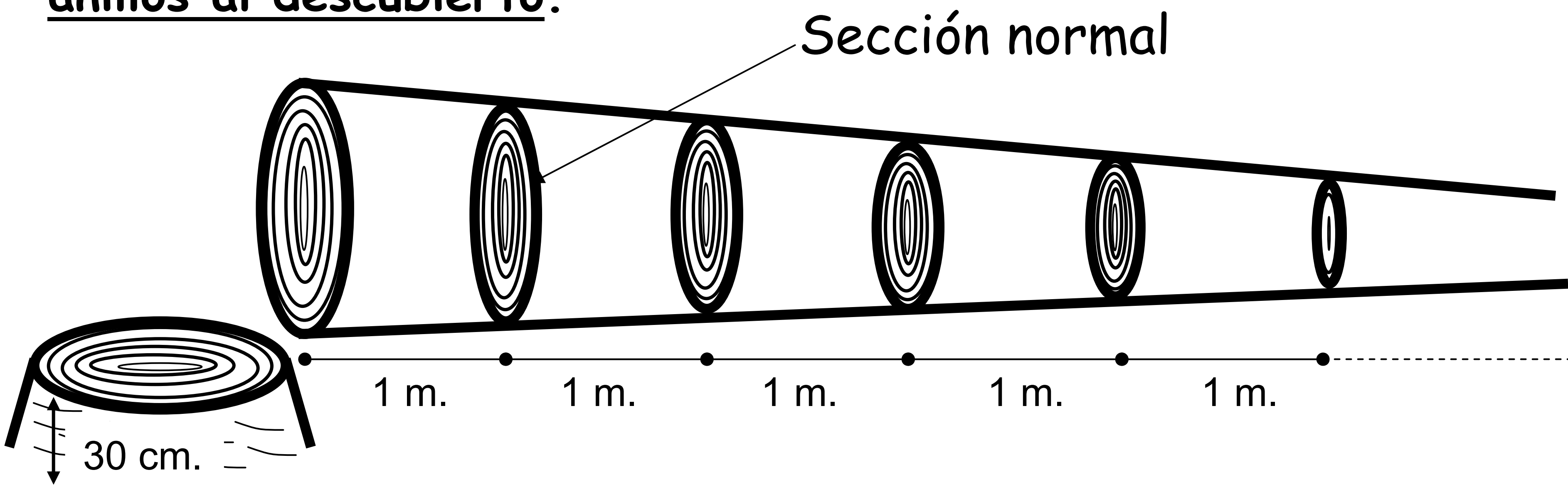
Se trata de un procedimiento de estudio del árbol, en un determinado momento de su existencia, que nos permite conocer la evolución de sus dimensiones (diámetros, altura, volumen,..) a lo largo de su vida.



Las variables que se analizan son los diámetros y alturas del árbol desde su nacimiento y a través de estos se deduce la evolución de sus volúmenes y secciones.

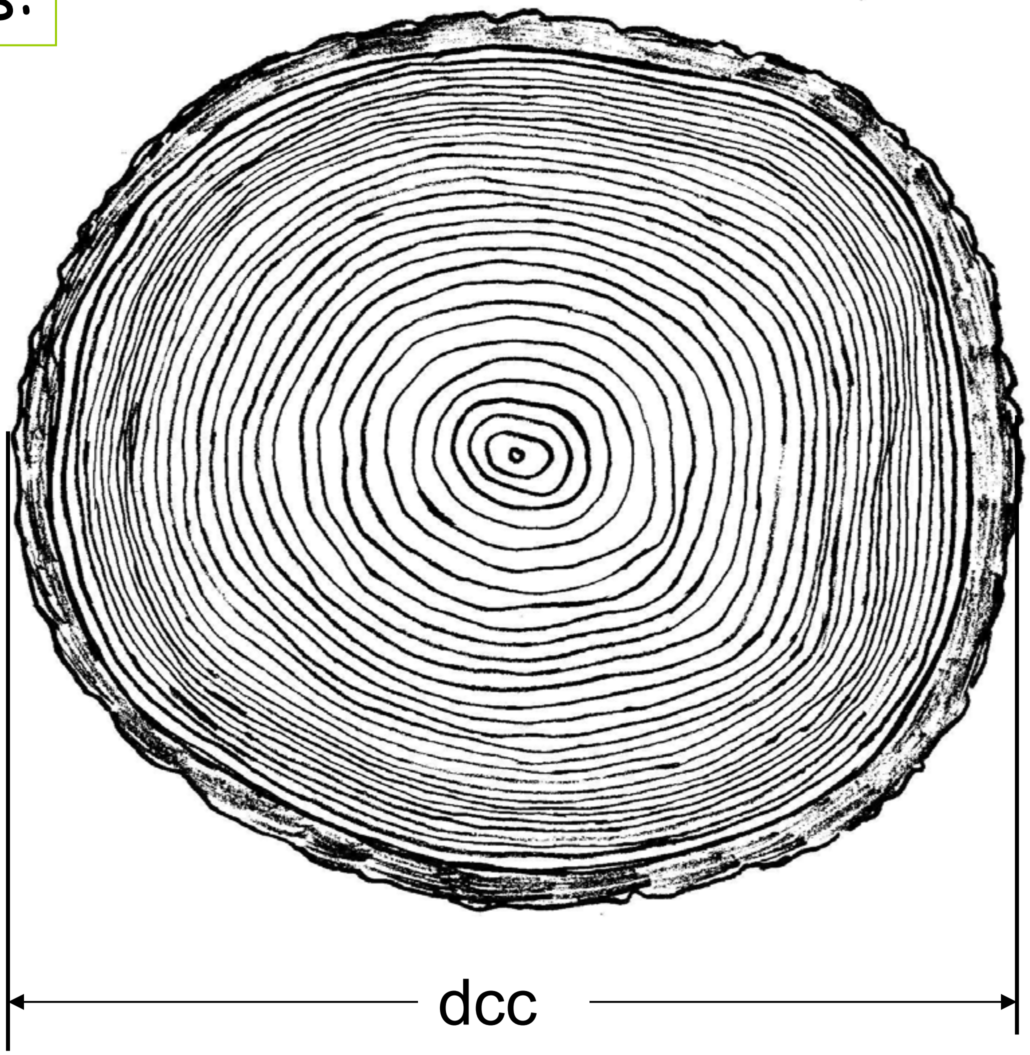
El proceso de un Análisis epidométrico de troncos es el siguiente:

1. Se apea el árbol, dejando un tocón de 30 cm.
2. Se le divide en trozas de uno o dos metros de longitud, (frecuente las diez primeras de un metro). **Siempre la primera debe ser de 1 m.→ Así tendremos <u>la sección normal con su formación de anillos al descubierto</u>.**



3. En cada sección medimos:

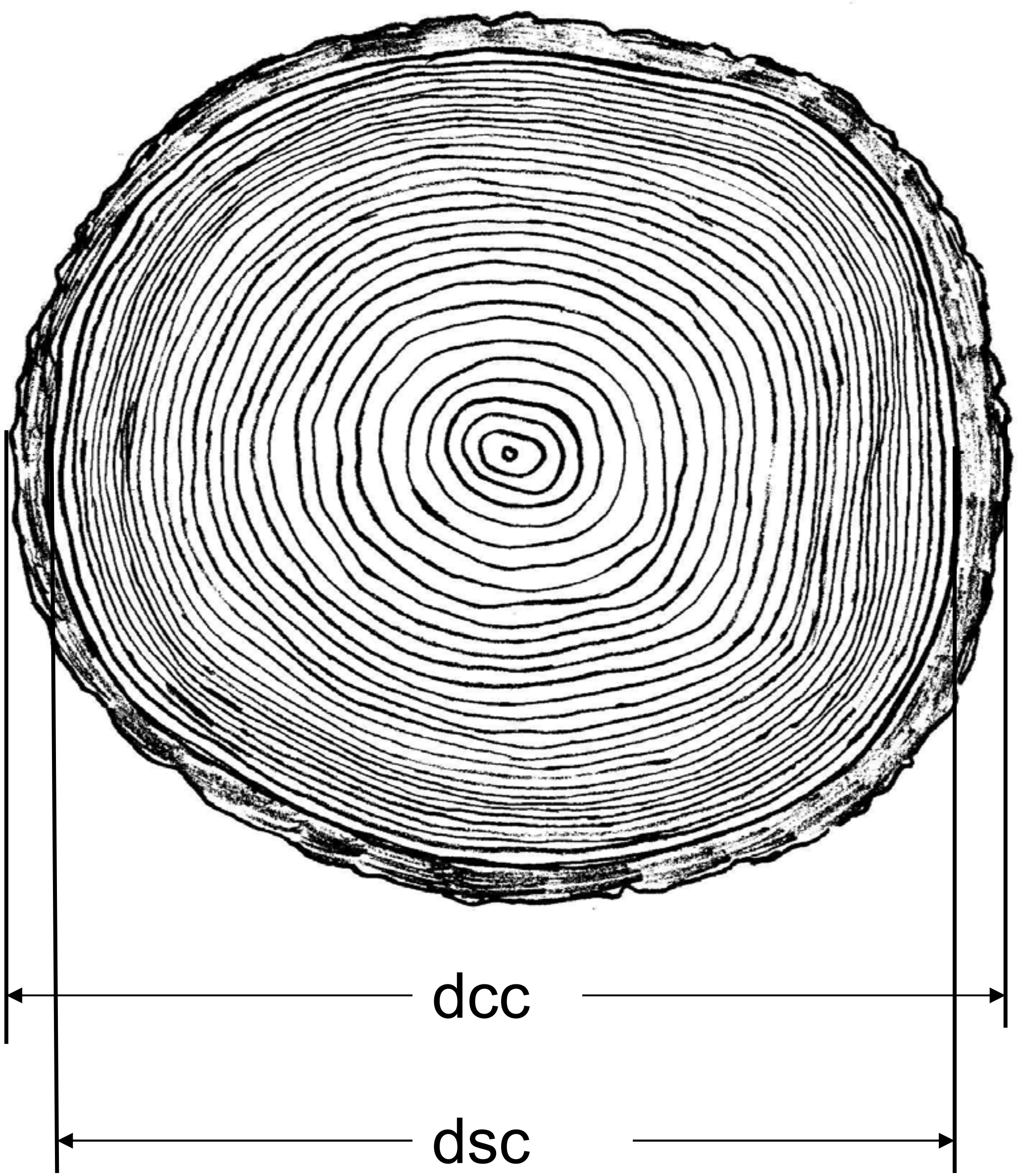
a) Diámetro con corteza dcc en el momento actual.



3. En cada sección medimos:

a) Diámetro con corteza dcc en el momento actual.

b) Diámetro sin corteza dsc en el momento actual.

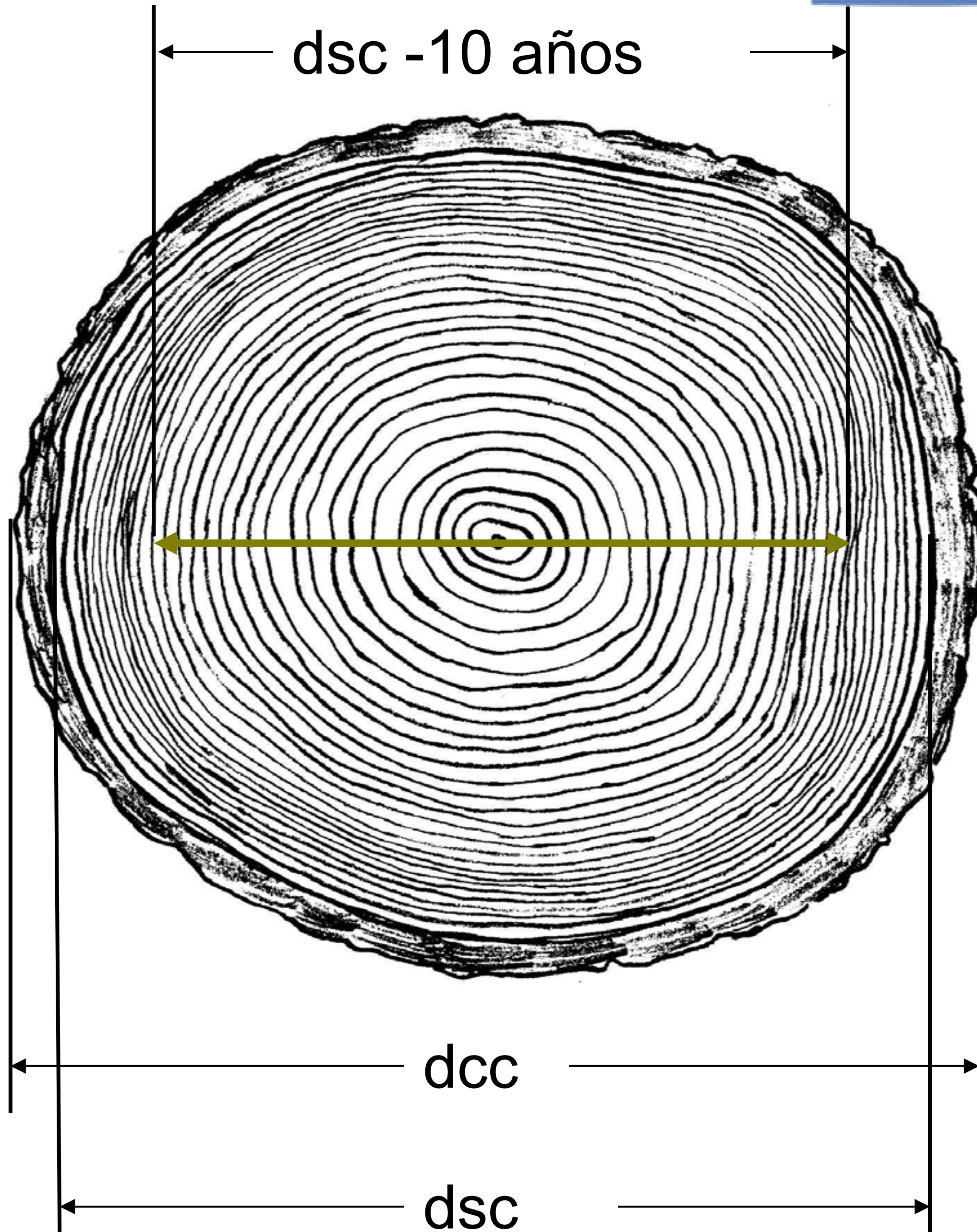


3. En cada sección medimos:

a) Diámetro con corteza dcc en el momento actual.

b) Diámetro sin corteza dsc en el momento actual.

c) Diámetro sin corteza dsc en épocas anteriores, (generalmente cada cinco o diez años)

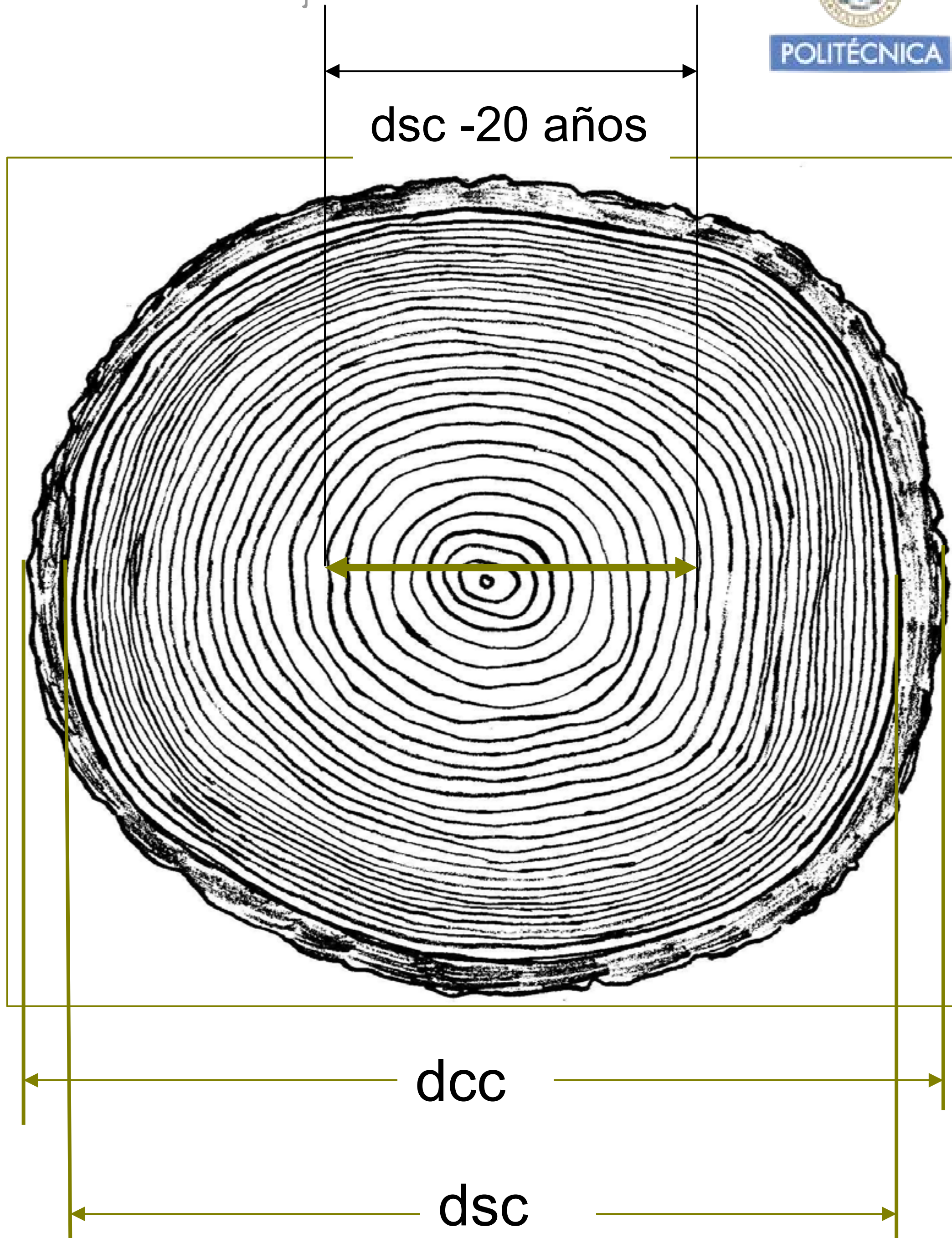


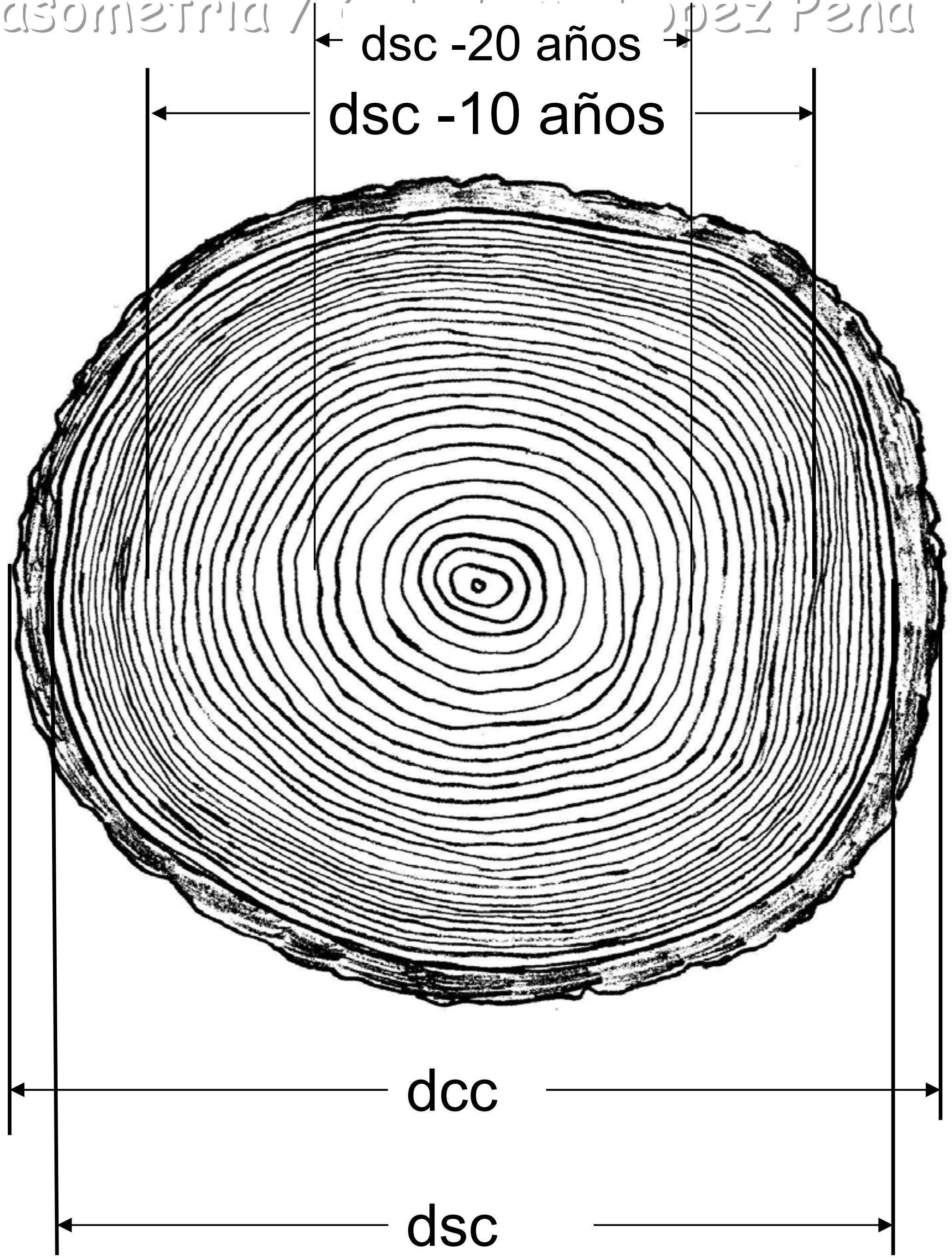
3. En cada sección medimos:

a) Diámetro con corteza dcc en el momento actual.

b) Diámetro sin corteza dsc en el momento actual.

c) Diámetro sin corteza dsc en épocas anteriores, (generalmente cada cinco o diez años)

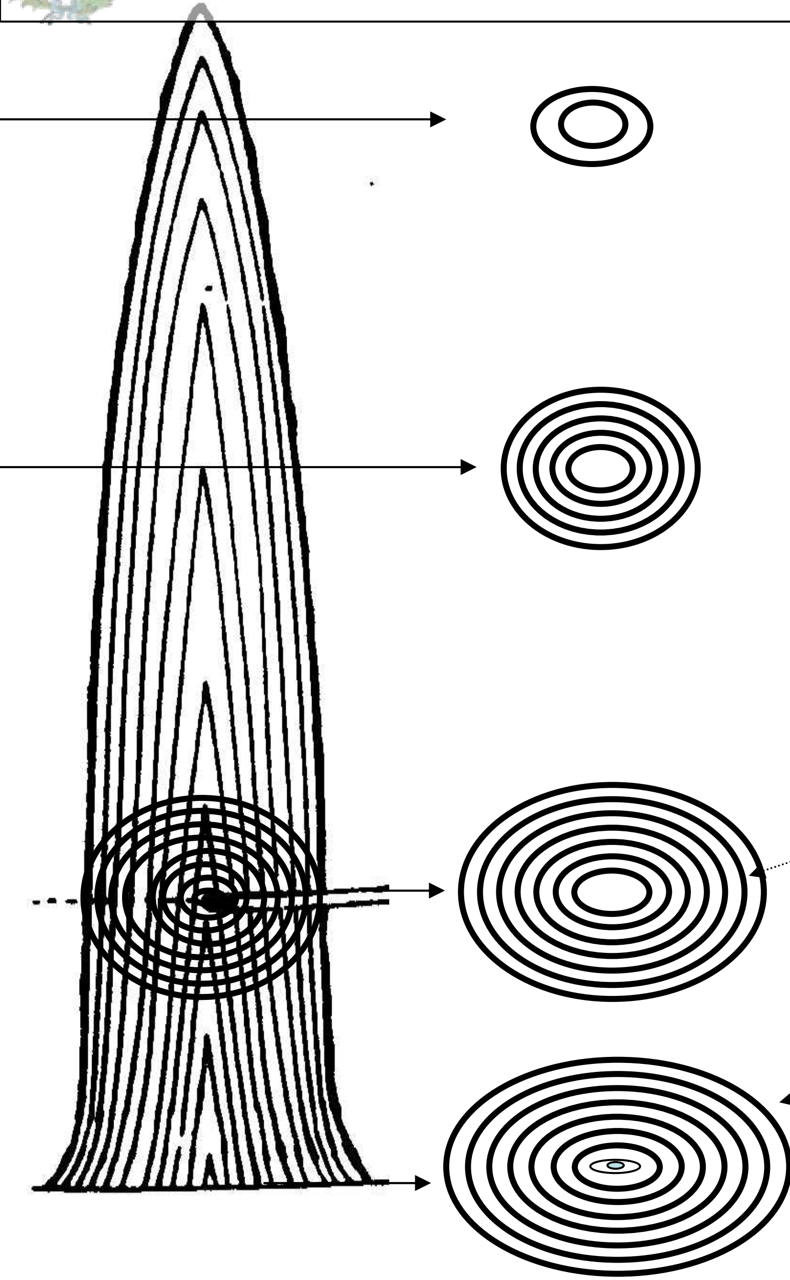



dsc -20 años
dsc -10 años
dcc
dsc

4. Número de años que el árbol, tardó en alcanzar la altura de las distintas secciones al descubierto

Esto se consigue determinar de la siguiente manera:

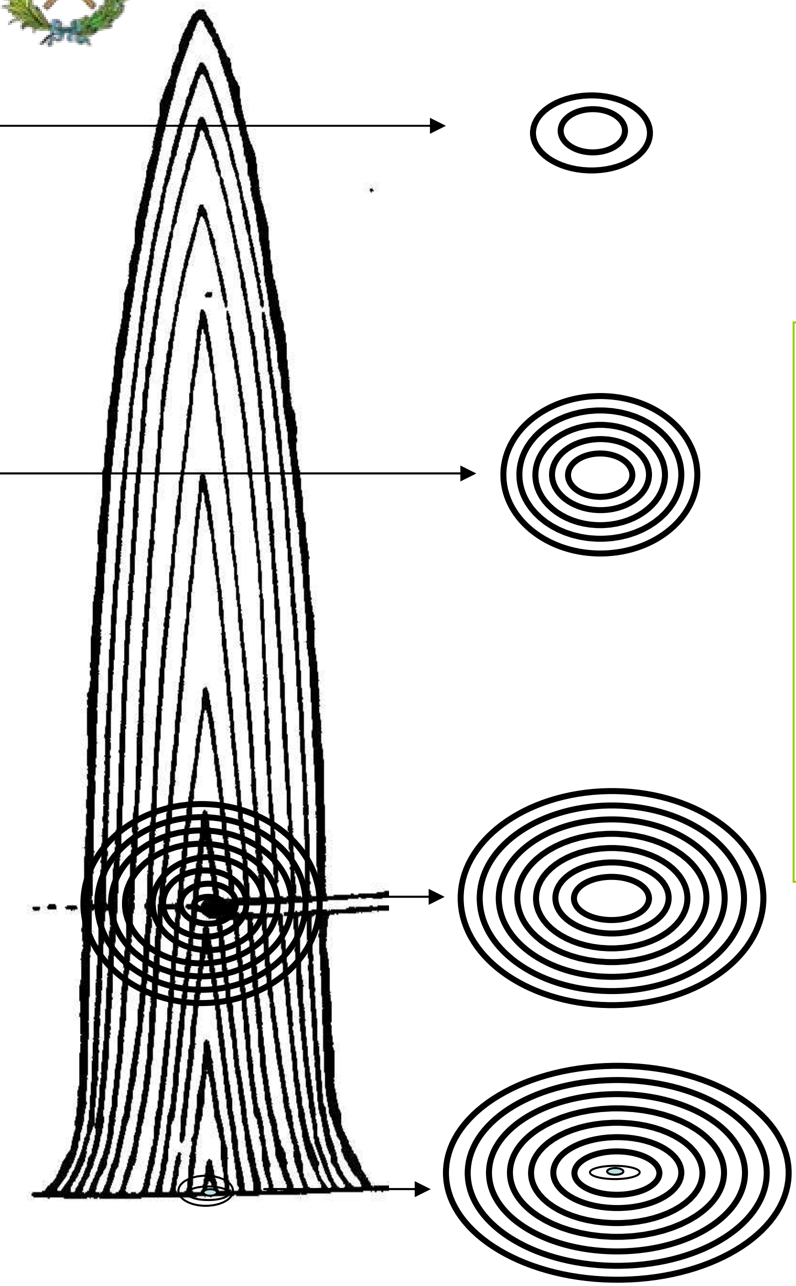
4. Número de años que el árbol, tardó en alcanzar la altura de las distintas secciones al descubierto



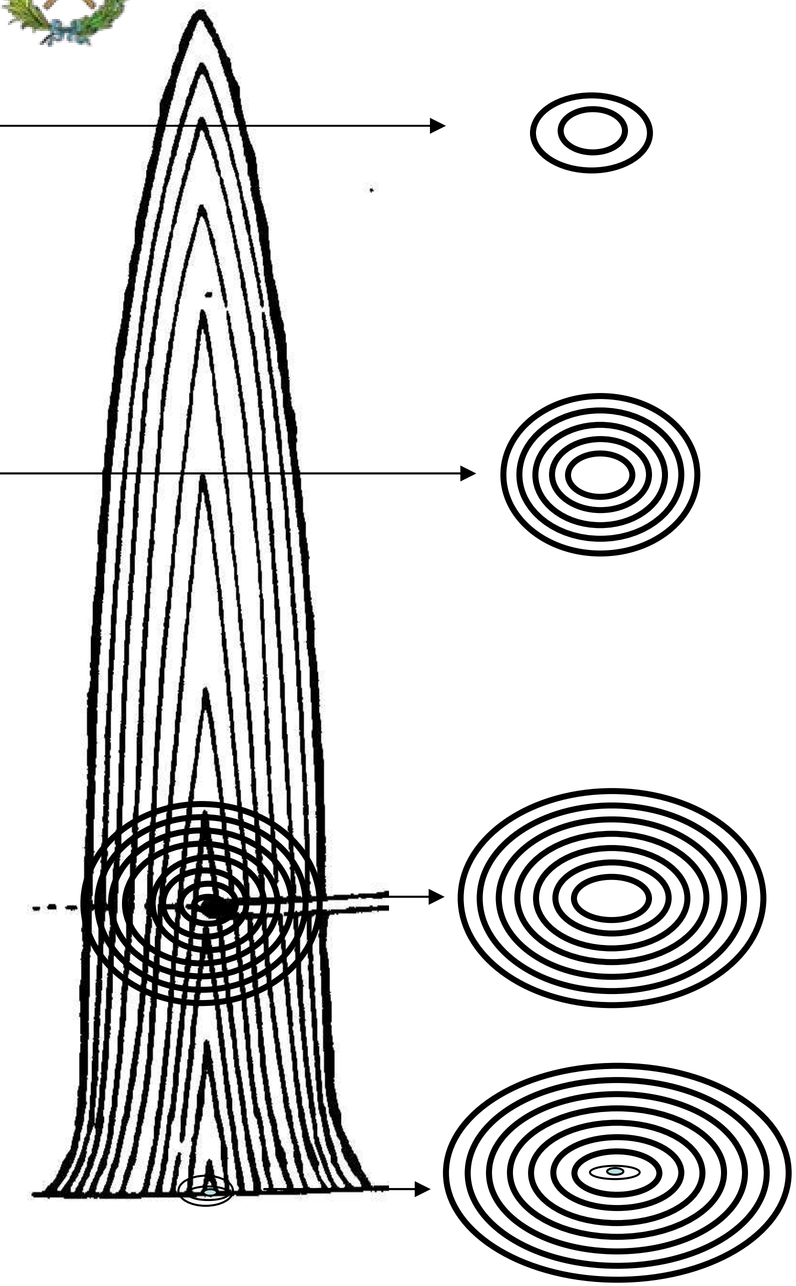
El número de anillos de otoño que aparece en cada sección, nos determina el número de años que han pasado, desde que el árbol alcanza esa altura.

Esta sección nos dará el número de años que han pasado desde que alcanzó esa altura

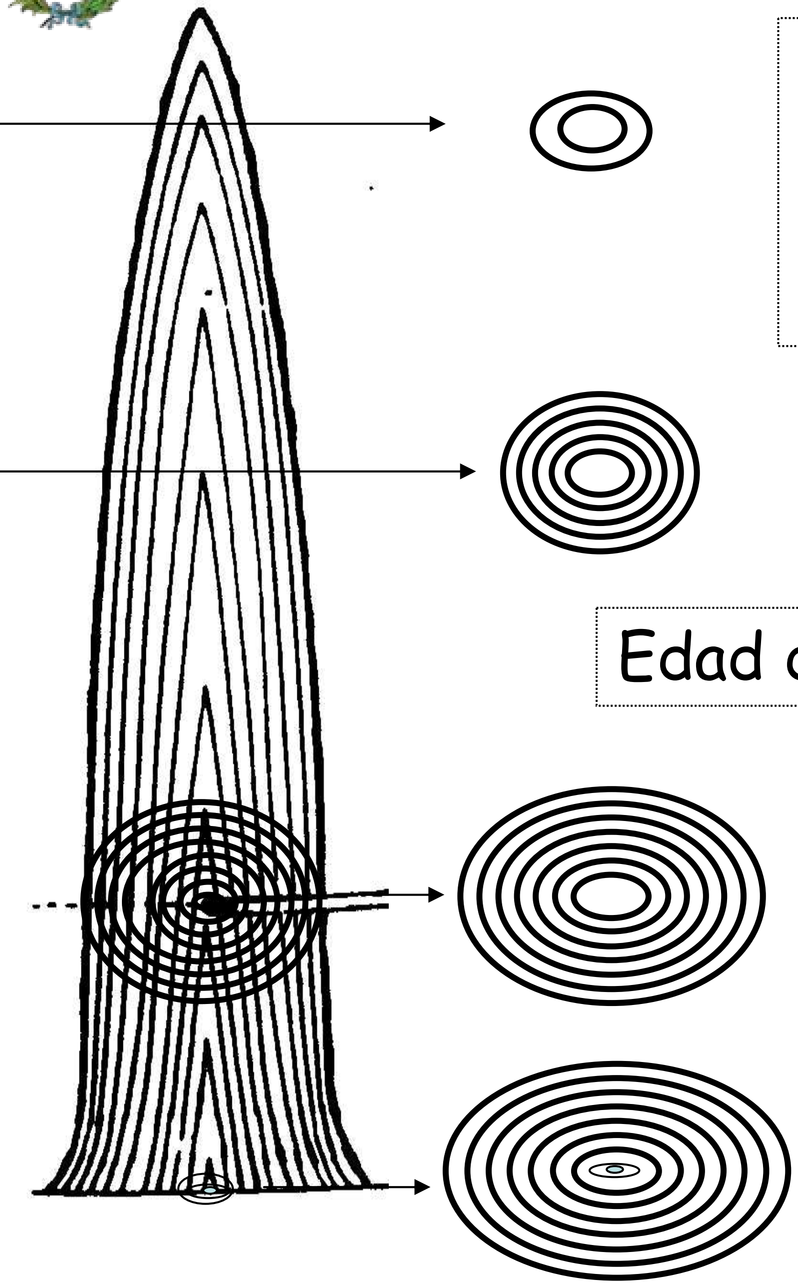
Esta sección en la base nos dará la edad del árbol



Si conozco la edad del árbol, (anillos del tocón +2-3 años), puedo determinar a que edad el árbol alcanzó la altura de cada una de las secciones al descubierto.



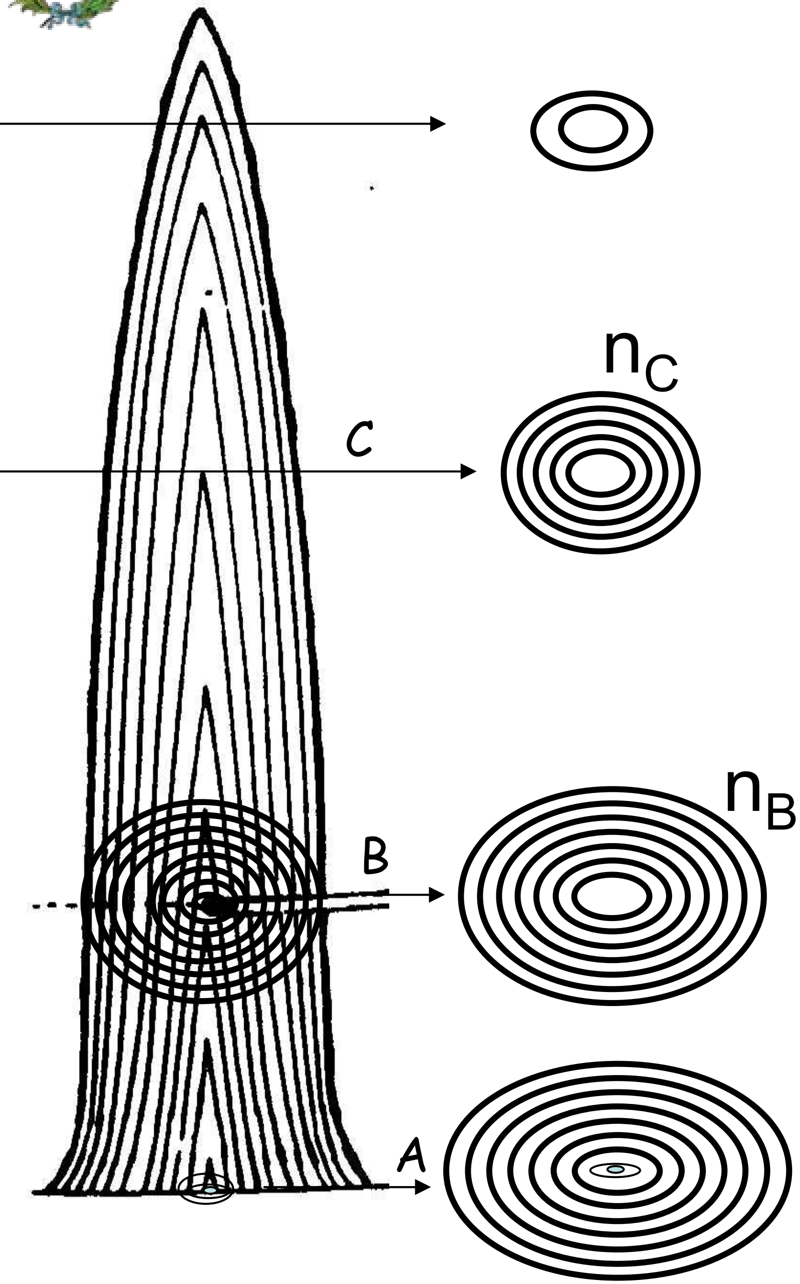
Si hice secciones de 1 metro a partir de 30 cm., puedo ver a que edad el árbol alcanzó la altura de 1,30 m. de 2,30 m.,……..de 8,30 m….



Para ello tendré que restar a la edad del árbol el número de anillos de otoño de la sección considerada

Edad del árbol – nº de anillos de la sección

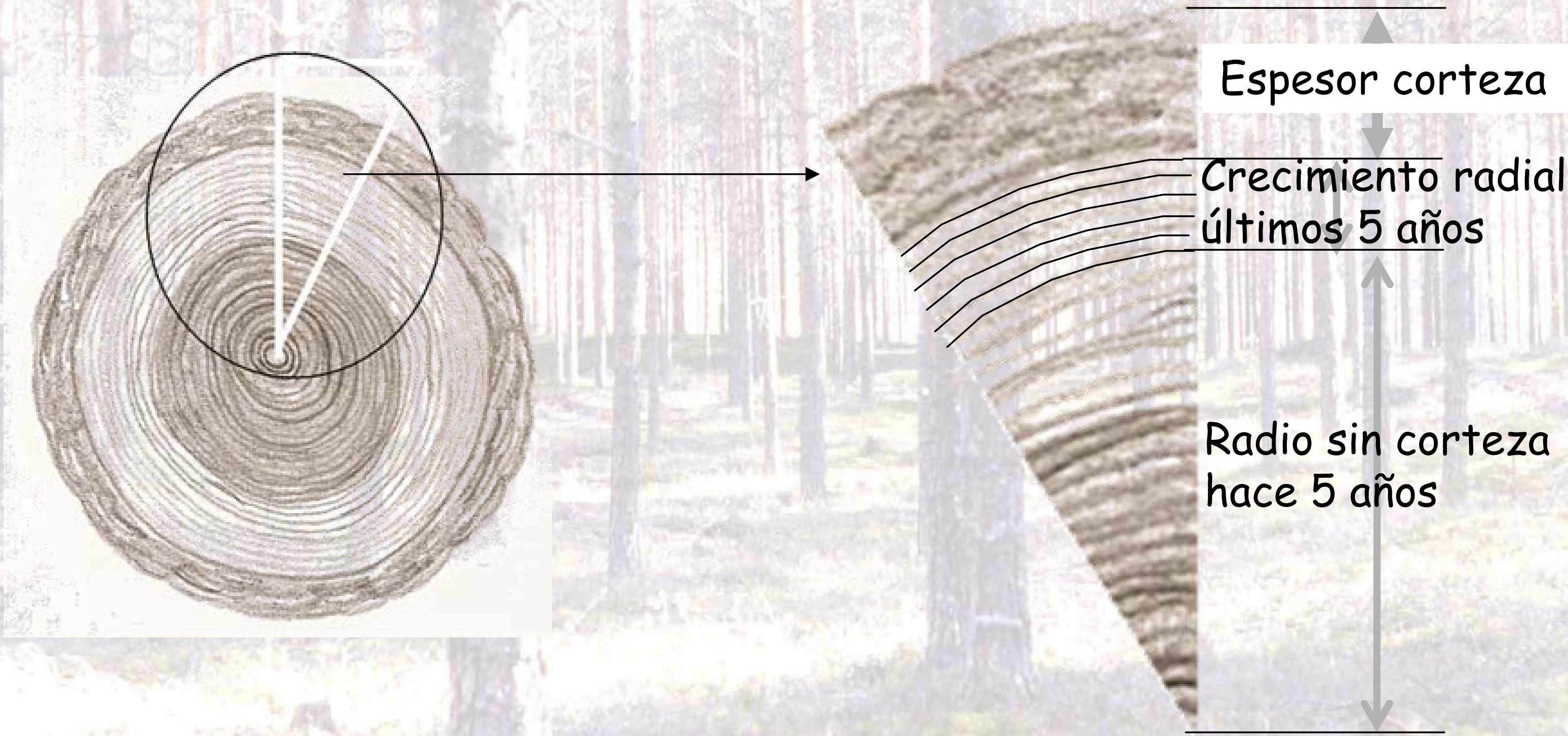
POLITÉCNICA



Directamente puedo ver el número de años que un árbol tarda en crecer la longitud que separa dos secciones, restando al número de anillos de la sección inferior el nº de anillos de la superior.

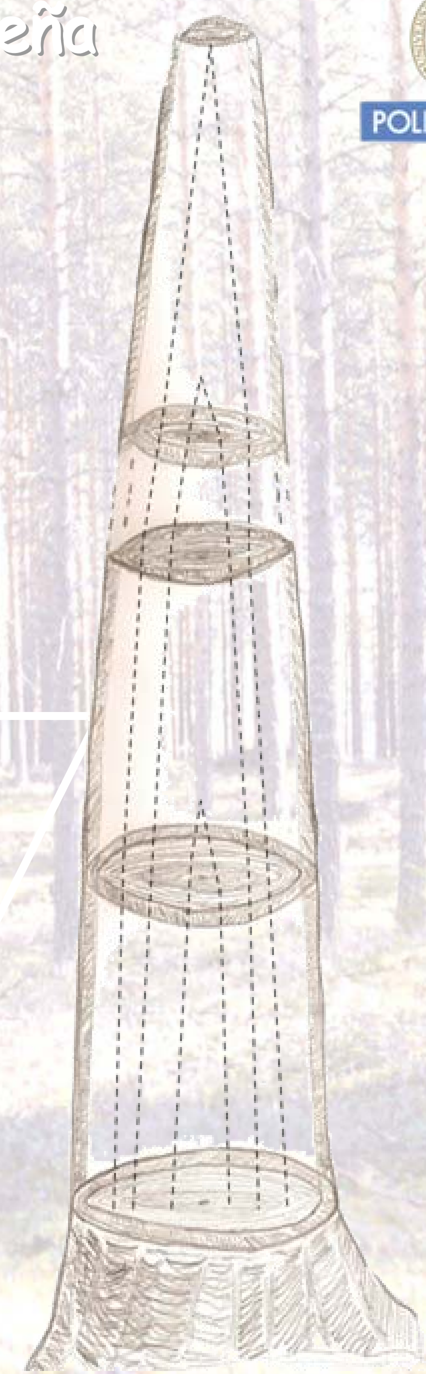
Nº de años en crecer AB

$n_A - n_B$


Espesor corteza
Crecimiento radial
últimos 5 años
Radio sin corteza
hace 5 años

De esta manera podemos ir viendo a que edad el árbol alcanzó la altura de las distintas secciones y como evolucionó el diámetro sin corteza a lo largo del tiempo.

Conocido como ha evolucionado el diámetro y la altura del árbol en el tiempo podemos ver como han evolucionado su secciónes a distinta alturas y su volumen sin corteza.



Se pueden representar graficamente la evolución del perfil del árbol a lo largo de su vida.

h

En la publicación DASOMETRÍA, del Ingeniero de montes Enrique Mackay, (1964), se refleja dicha representación de un árbol de 83 años, que ha sido apeado y despiezado en trozas de 2 metros desde el tocón, salvo la primera que siempre debe ser de un metro como se ha señalado con anterioridad.

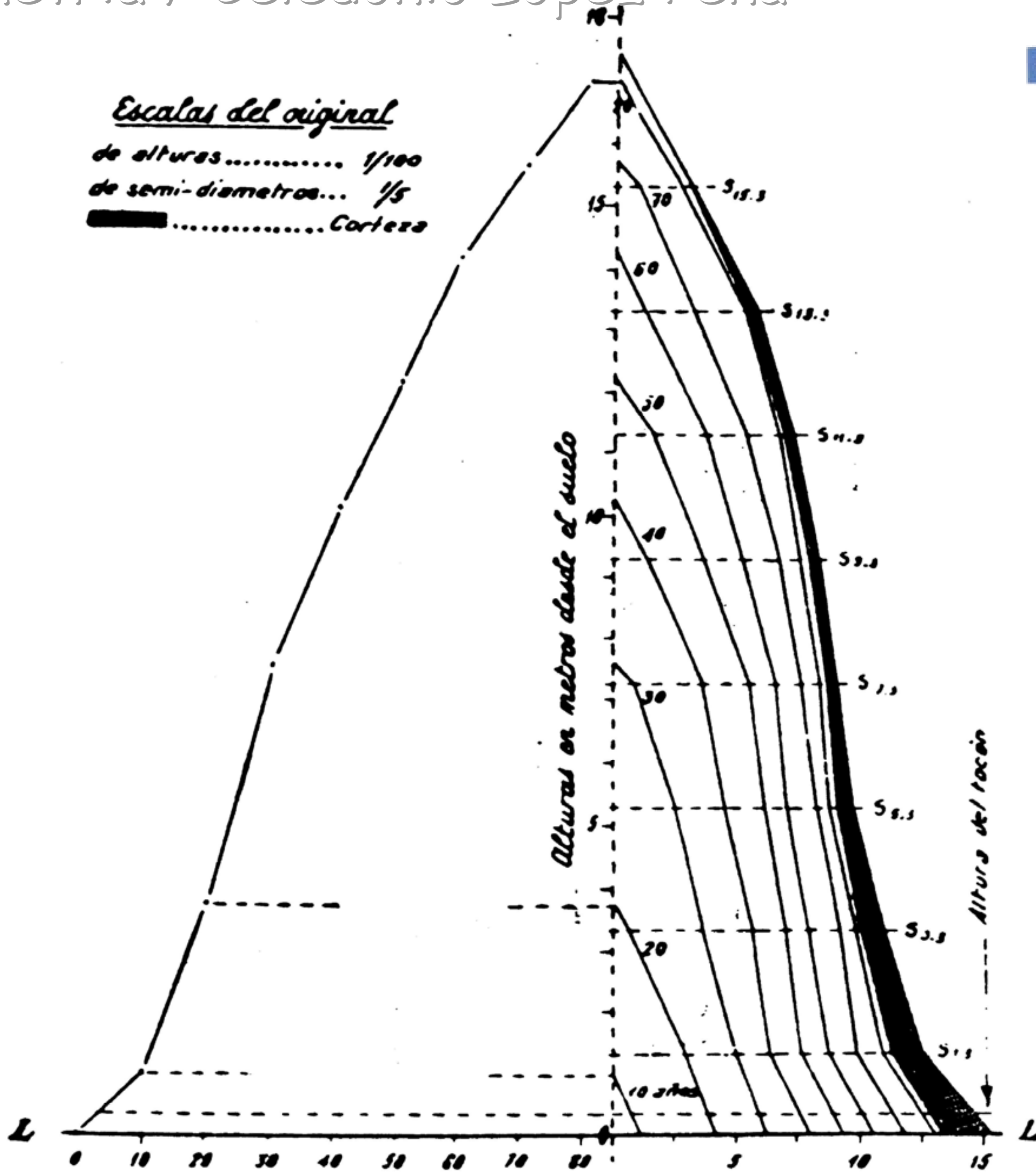
d/2

Árbol de 83 años, la 1ª troza de 1 m. el resto de 2 m. a partir del tocón

b) Estado-resumen de las mediciones de diámetros (cm.).

Altura de la sección (m)	Núm. de anillos	Diámetros de cuadratura, por secciones a las edades (años)									Diámetro de la sección con corteza
		10	20	30	40	50	60	70	80	83	
0,3	78	1,60	7,55	11,95	15,03	17,86	20,06	22,75	22,18	25,61	29,50
1,3	72		5,70	9,76	12,68	15,30	17,43	19,83	21,83	22,21	25,10
3,3	65		1,15	7,25	11,32	14,05	15,94	18,36	19,86	20,34	21,80
5,3	60			4,88	9,00	12,28	14,26	16,56	17,58	18,15	19,30
7,3	54			1,45	7,12	11,05	13,02	15,42	16,95	17,64	18,00
9,3	48				2,55	7,20	10,60	13,55	15,66	16,20	16,40
11,3	37					1,82	7,45	10,84	13,52	13,92	14,10
13,3	28						1,96	6,35	10,68	11,32	11,50
15,3	16							1,54	5,02	5,86	6,00

DASOMETRÍA, Enrique Mackay, (1964),



DASOMETRÍA, Enrique Mackay, (1964), años semidiámetros cm.

DISTINTOS CONCEPTOS DE CRECIMIENTO

El crecimiento o desarrollo del árbol o de la masa forestal se manifiesta en la evolución de sus dimensiones con el tiempo.

Veremos una serie de definiciones para evaluar el crecimiento aplicable a cualquiera de las variables del árbol, dn, h, sn, v o de la masa G, H, V

Crecimientos absolutos

1. <u>Crecimiento periódico:</u> Incremento de la magnitud de la variable considerada en un periodo de tiempo de la vida del árbol o de la masa formado por un número determinado de años.

DEFINICIONES DE CRECIMIENTO

Crecimientos absolutos

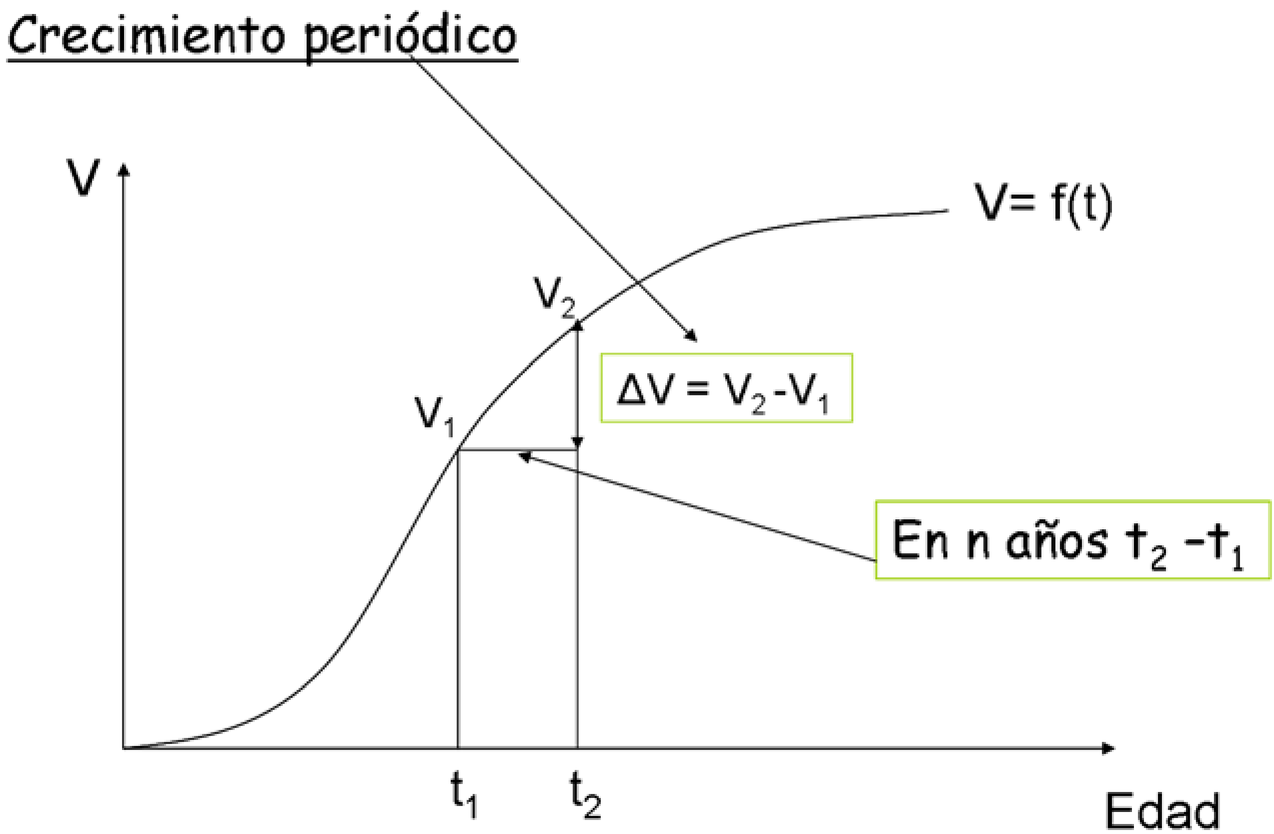
1. Crecimiento periódico
2. Crecimiento corriente anual (ica)
3. Crecimiento medio anual (ima)

Crecimientos relativos

1. Crecimiento relativo sobre el valor inicial:
2. Crecimiento relativo sobre el valor medio o de Pressler
3. Crecimiento relativo sobre el valor final o de Breymann
4. Fórmula completa

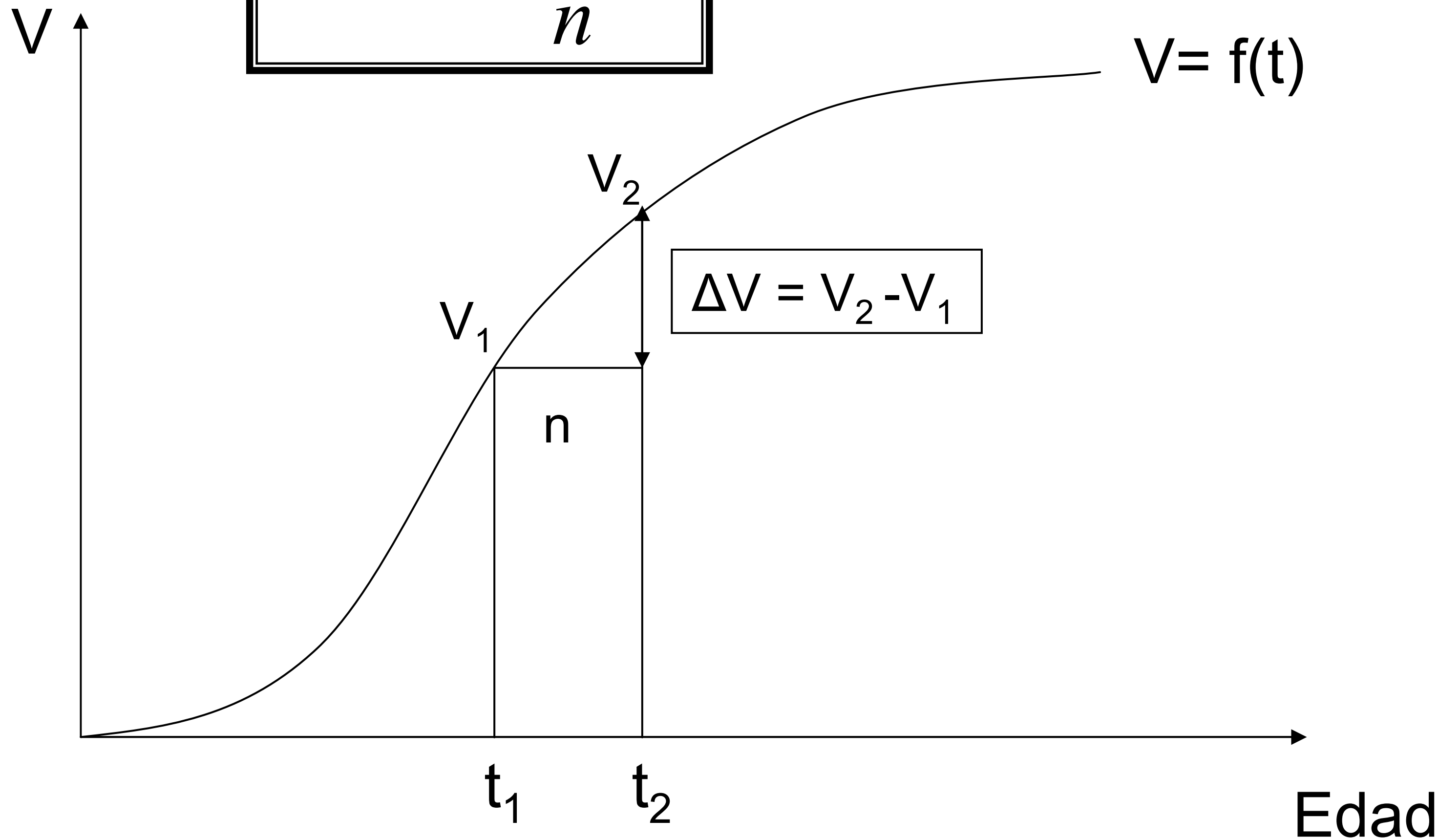
1. <u>Crecimiento periódico:</u> Incremento de la magnitud de la variable considerada, en un periodo de tiempo de la vida del árbol o de la masa formado por un número determinado de años.

Supongamos el volumen de una masa y su evolución.

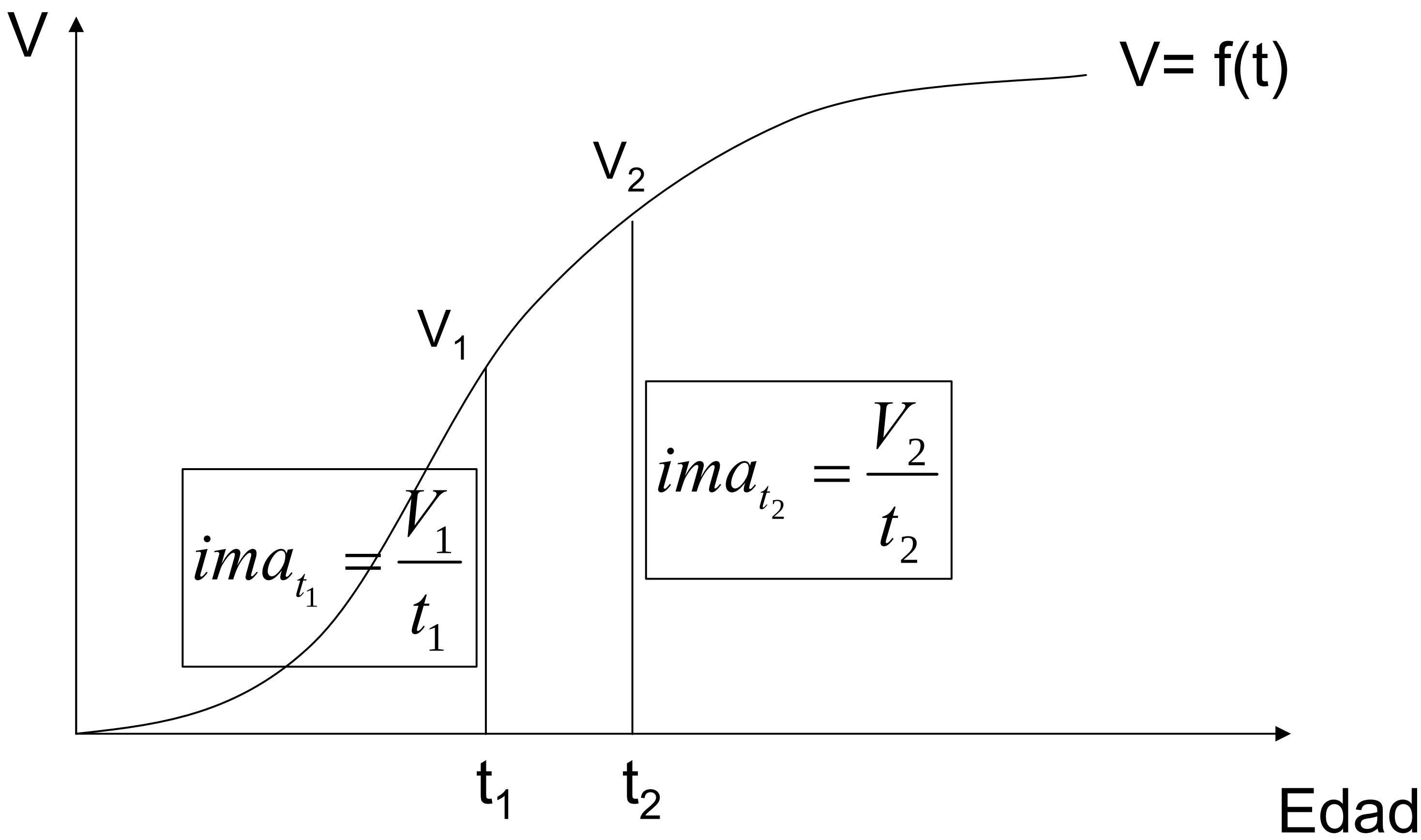


2. <u>Crecimiento corriente anual (ica):</u> Expresión del crecimiento anual que resulta del cociente entre el crecimiento periódico y el número de años del periodo. *Los anglosajones lo denominan crecimiento periódico anual*

$$\boxed{ica = \frac{V_2 - V_1}{n}}$$



3. <u>Crecimiento medio anual (ima):</u> Expresión del crecimiento anual, que resulta del cociente entre el valor total acumulado de la variable considerada, en un determinado tiempo de su evolución desde su origen, y su edad en dicho momento.



$$ima_{t_1} = \frac{V_1}{t_1}$$

$$ima_{t_2} = \frac{V_2}{t_2}$$

Crecimientos relativos

Expresan en % el crecimiento anual de la variable considerada respecto a un valor referencia de la misma.

Suponiendo que la evolución del crecimiento entre los valores inicial y final de la magnitud de la variable considerada se produce según la ley del interés simple:

inicio	1° año	2° año	....	año n
C	C (1+i)	C(1+2i)	....	C(1+ni)

Existen las siguientes definiciones:

Supuesto el Volumen como variable a estudiar en un periodo concreto de tiempo $V_1 \leftarrow \ldots\ldots (n\ \text{años}) \ldots\ldots \rightarrow V_2$

1. Crecimiento relativo sobre el valor inicial:

$$p\%_i = \frac{i_{ca}}{V_1} \cdot 100 = \frac{\frac{V_2 - V_1}{n}}{V_1} \cdot 100 = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \cdot \frac{100}{n}$$

2. Crecimiento relativo sobre el valor medio o de Pressler:

$$p\%_{PRESSLER} = \frac{i_{ca}}{\frac{V_1 + V_2}{2}} \cdot 100 = \frac{\frac{V_2 - V_1}{n}}{\frac{V_1 + V_2}{2}} \cdot 100 = \frac{V_2 - V_1}{V_1 + V_2} \cdot \frac{200}{n}$$

3. Crecimiento relativo sobre el valor final o de Breymann:

$$p\%_i = \frac{i_{ca}}{V_2} \cdot 100 = \frac{\frac{V_2 - V_1}{n}}{V_2} \cdot 100 = \frac{V_2 - V_1}{V_2} \cdot \frac{100}{n}$$

El Crecimiento relativo sobre el valor inicial nos da los valores más altos, (valido para etapas juveniles).

El Crecimiento de Pressler, nos da valores inferiores al anterior (para etapas intermedias del desarrollo) y mayores que el crecimiento de Breymann, (el más apropiado para etapas avanzadas del desarrollo del árbol o la masa).

Suponiendo que la evolución del crecimiento entre los valores inicial y final de la magnitud de la variable considerada se produce según la ley del interés compuesto:

inicio	1° año	2° año	……….	año n
C	C (1+i)	$C(1+i)^2$	……….	$C(1+i)^n$

(Esto solo asimilable en las etapas juveniles)

Inicio periodo	1° año	2° año	……….	final periodo año n
V_1	V_1 (1+p/100)	$V_1(1+p/100)^2$	……….	$V_1(1+p/100)^n$

$$V_2 = V_1\left(1+\frac{p\%}{100}\right)^n \Rightarrow p\% = \left(\sqrt[n]{\frac{V_2}{V_1}} - 1\right)100$$

Fórmula completa

V_2

Las fórmulas habitualmente más utilizadas como expresión del crecimiento relativo para estimar la evolución cara al futuro del crecimiento del árbol o de la masa son las fórmulas de Pressler y de Breymann

Ejercicio en pizarra de todos los crecimientos en evolución edad árbol

Relación entre el crecimiento corriente (i_{ca}) y el crecimiento medio anual (i_{ma}).

Existe una importante propiedad que relaciona ambos crecimientos. Es la siguiente:

"El crecimiento corriente anual y el crecimiento medio anual coinciden en un determinado momento de la vida del árbol o de la masa, en el cual el crecimiento medio anual es máximo"

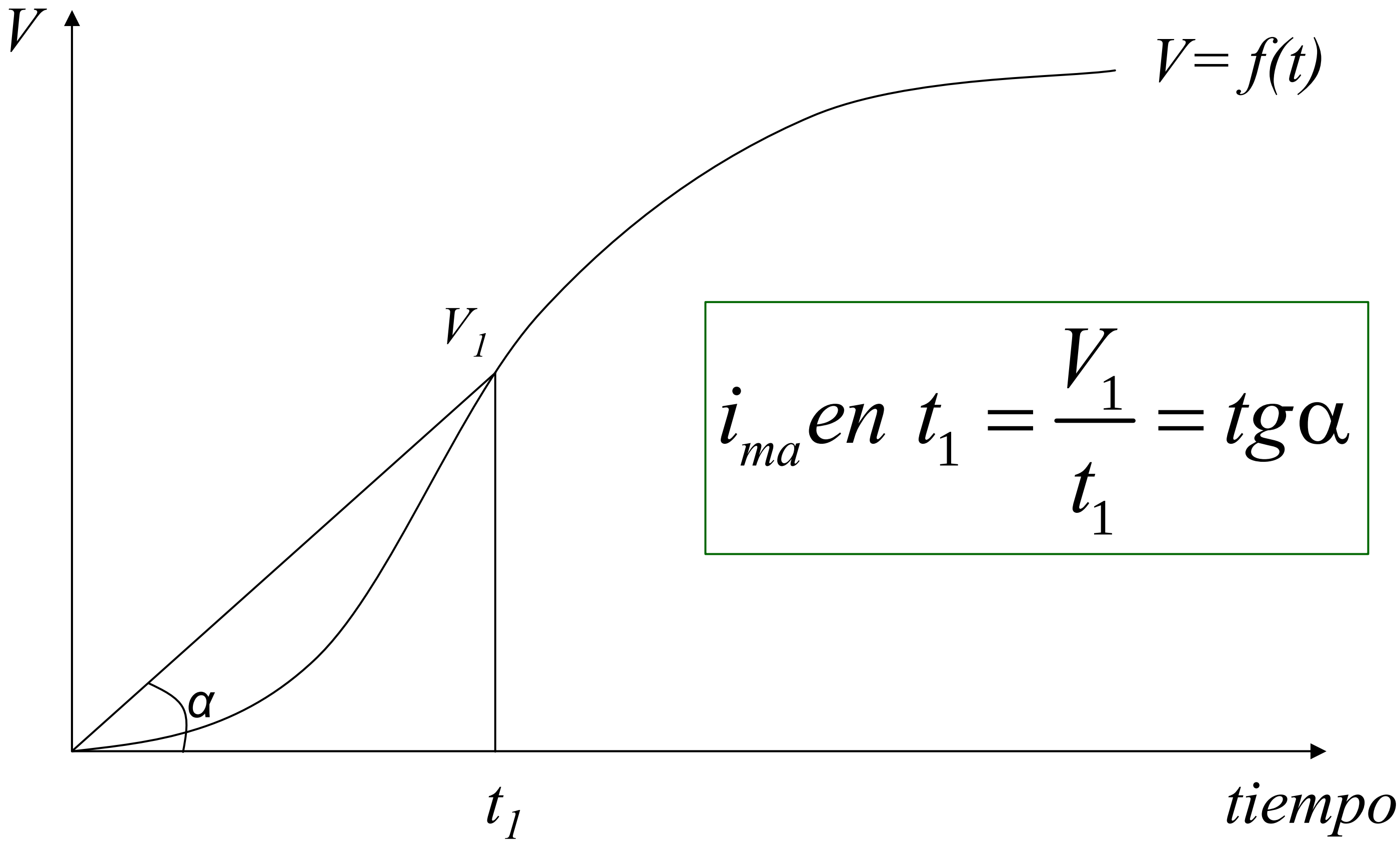
$$ica \equiv ima \Rightarrow cuando\ \boxed{ima}\ es\ máximo$$

El mayor interés de esta propiedad, resulta cuando la aplicamos al crecimiento del volumen de la masa.

En ocasiones se utiliza como criterio para definir el "Turno de corta" en la gestión forestal.

La evolución a lo largo del tiempo del volumen de la masa correspondería a una función sigmoide V=f(t)

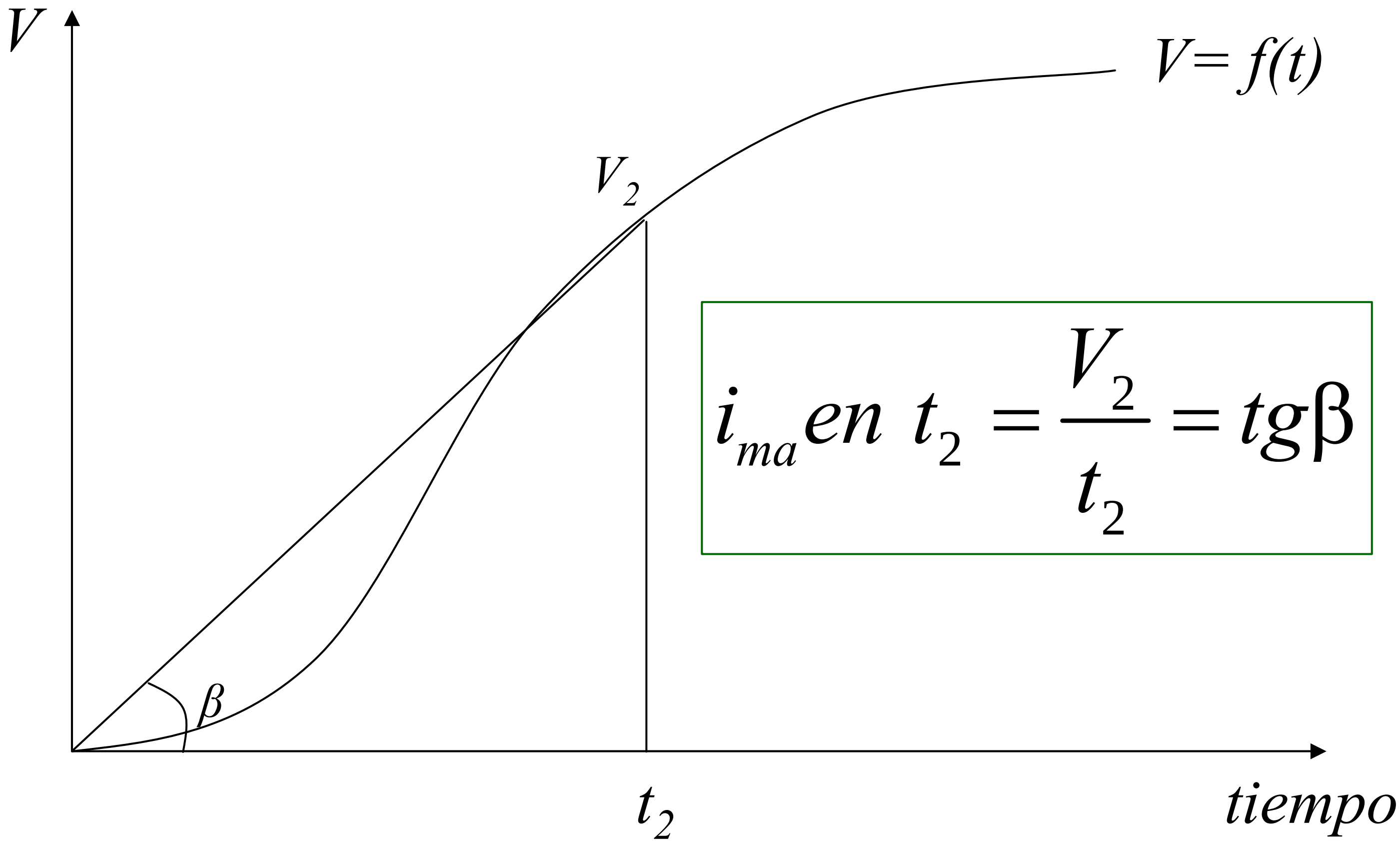
En cualquier momento de su desarrollo, el crecimiento medio anual i_{ma}, corresponderá al cociente entre el valor acumulado del volumen, y el tiempo (nº de años), que tardó en alcanzar ese valor.



$$i_{ma} en\ t_1 = \frac{V_1}{t_1} = tg\alpha$$

La evolución a lo largo del tiempo del volumen de la masa correspondería a una función sigmoide V=f(t)

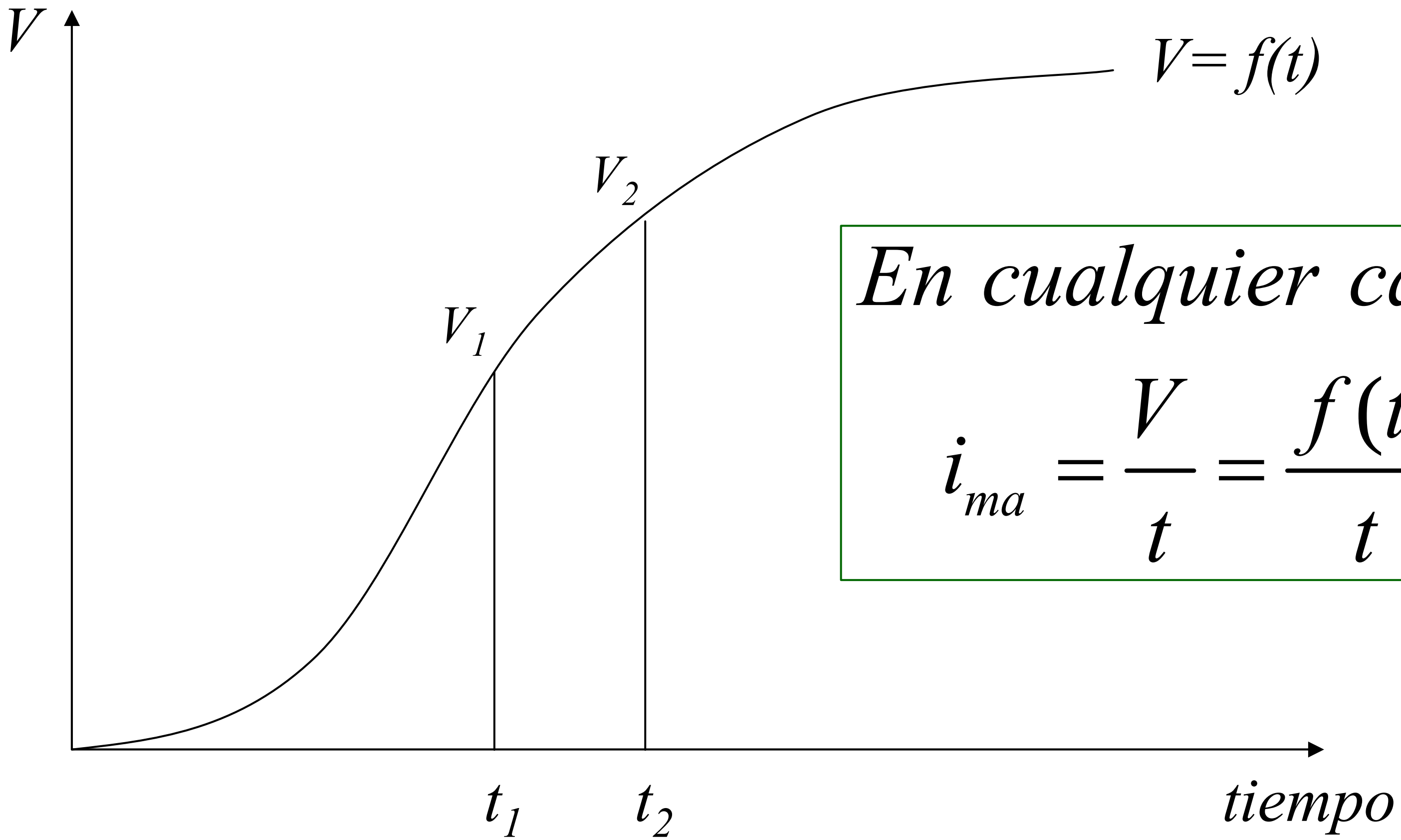
En cualquier momento de su desarrollo, <u>el crecimiento medio anual i_{ma}</u>, corresponderá al cociente entre el valor acumulado del volumen, y el tiempo (nº de años), que tardó en alcanzar ese valor.



$$i_{ma} en\ t_2 = \frac{V_2}{t_2} = tg\beta$$

La evolución a lo largo del tiempo del volumen de la masa correspondería a una función sigmoide V=f(t)

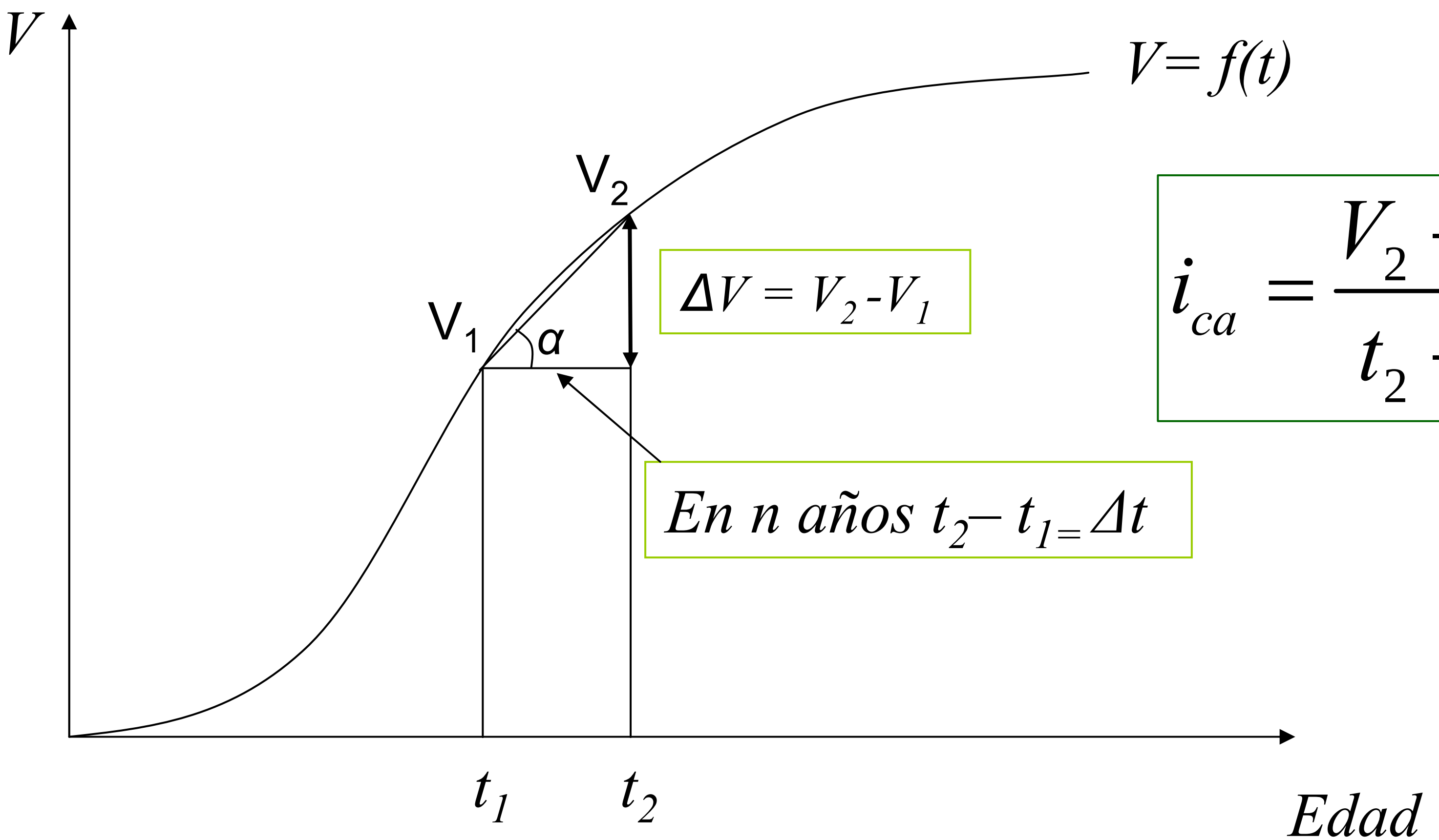
En cualquier momento de su desarrollo, el crecimiento medio anual i_{ma}, corresponderá al cociente entre el valor acumulado del volumen, y el tiempo (nº de años), que tardó en alcanzar ese valor.



En cualquier caso

$$i_{ma} = \frac{V}{t} = \frac{f(t)}{t}$$

El crecimiento corriente anual i_{ca}, en un periodo de tiempo considerado $(t_i - t_{i+n})$ corresponderá al cociente entre el crecimiento en ese periodo y el número de años del mismo.



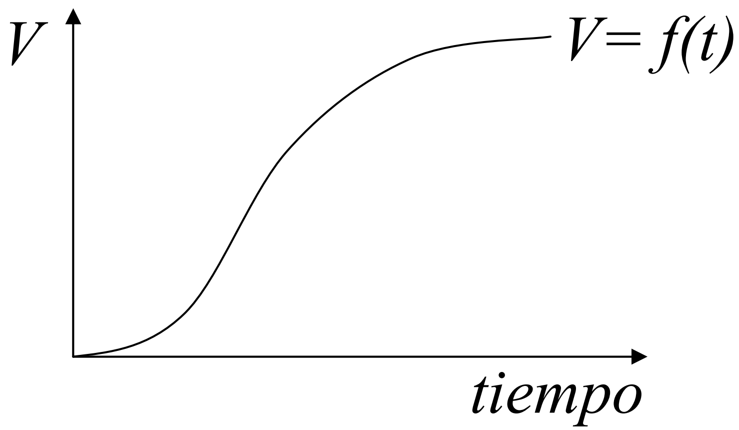
$$i_{ca} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

El crecimiento corriente anual i_{ca}, en el periodo comprendido entre las edades t_1 y t_2, será la pendiente de la recta que une los puntos correspondientes en la curva de desarrollo.

$$i_{ca} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = tg\alpha$$

Haciendo este periodo de tiempo (t_2 - t_1), tan pequeño como sea posible, en el límite cuando ese periodo tiende a cero es decir en un momento concreto, la pendiente de la recta que une los dos puntos de la curva, coincide con la tangente a la curva, y por lo tanto con la derivada primera de la función V=f(t), particularizada en ese instante.

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = V' = f'(t) = i_{ca}$$



Tenemos pues, que conocido el modelo matemático de la curva sigmoidal que nos define la evolución en el tiempo de la magnitud de la variable considerada (en este caso el volumen de la masa V = f(t)),

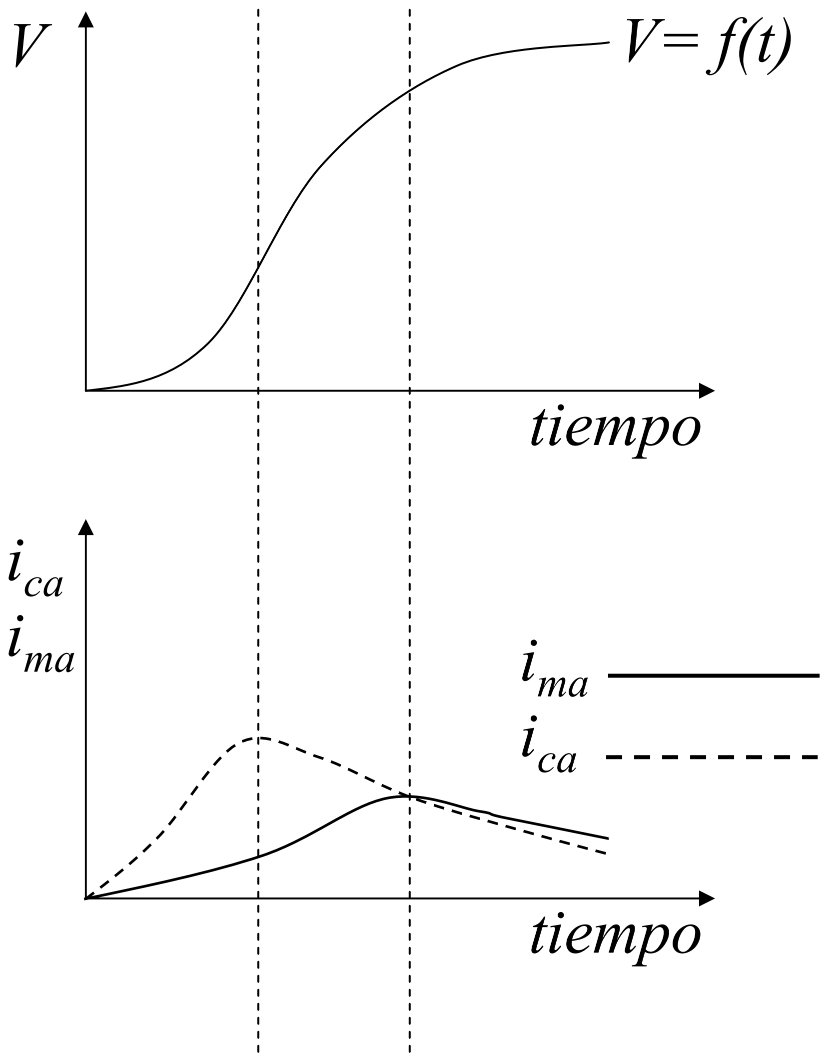
podemos determinar en cualquier instante los valores del crecimiento medio anual i_{ma} y del crecimiento corriente anual i_{ca}

$$\boxed{i_{ma} = \frac{f(t)}{t}}$$

$$\boxed{i_{ca} = f'(t)}$$

POLITÉCNICA

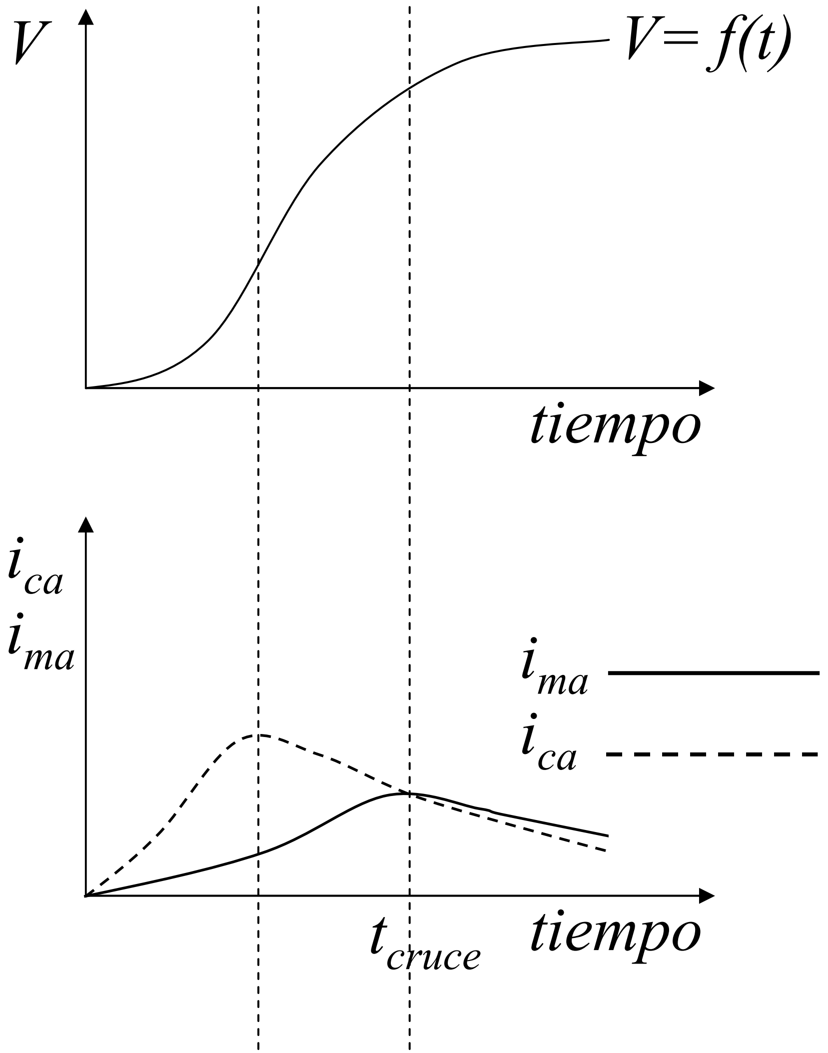
Si representamos la evolución en el tiempo de i_{ma} y de i_{ca}



Observamos que el "i_{ca}" sube rapidamente y alcanza un máximo coincidiendo con el punto de inflexión de la sigmoide, luego decrece y se cruza con la curva del "i_{ma}" en el máximo de esta.

La curva del "i_{ma}" evoluciona más lentamente por el efecto regulador y acumulativo de todos los crecimientos anuales.

Si representamos la evolución en el tiempo de i_{ma} y de i_{ca}



La propiedad señalada de ambas curvas, que definen ambos crecimientos, se demuestra facilmente ya que el máximo del crecimiento medio anual

$$\boxed{i_{ma} = \frac{f(t)}{t}}$$

Se producirá, en un momento, (a una edad) "t_{cruce}", cuando la derivada primera de la funcion que lo define sea igual a cero.

Si derivamos la función que define el i_{ma} respecto al tiempo tendremos:

$$\boxed{\frac{d\left(i_{ma}\right)}{dt} = \frac{d\left(\frac{f(t)}{t}\right)}{dt} = 0}$$

$$\boxed{\frac{f'(t)\cdot t - f(t)}{t^2} = 0}$$

$$\boxed{\frac{f'(t_{CRUCE})\cdot t_{CRUCE} - f(t_{CRUCE})}{t_{CRUCE}{}^2} = 0}$$

$$\boxed{f'(t_{CRUCE})\cdot t_{CRUCE} - f(t_{CRUCE}) = 0}$$

De donde:

ima

ica

$$\boxed{\frac{f(t_{CRUCE})}{t_{CRUCE}} = f'(t_{CRUCE})}$$

Vemos pues que a la edad en que ambas curvas coinciden "t_{cruce}", es cuando el crecimiento medio anual es máximo

Esta circunstancia que relaciona ambos crecimientos, es en ocasiones tomada como referencia para fijar el turno de corta en procesos de gestión de las masas forestales.