PROBLEMA

Una zona industrial se asienta sobre una parcela definida por cuatro vértices A, B, C y D.

Los vértices A y B coinciden con vértices geodésicos, y se sabe que la distancia entre ellos es exactamente de 5 km, y que el azimut de A a B es de 110,00 grados centesimales. Las coordenadas (X, Y) del vértice A son (10000; 10000).

Los vértices C y D tienen coordenadas planimétricas desconocidas y para determinarlas se estacionó un teodolito en ambos vértices, tomándose la siguiente libreta de campo:

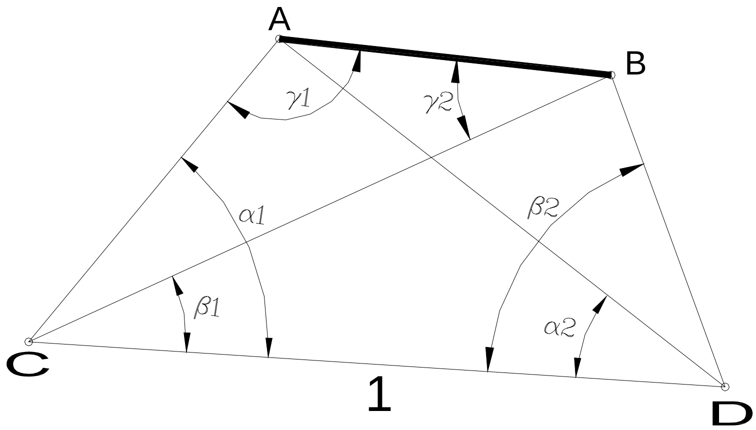
ESTACIÓN	**Punto visado**	**Lectura acimutal (g)**
C	A	0,0038
	B	84,9238
	D	120,4238
D	B	171,1220
	C	30,1170
	A	83,3670

Calcular las coordenadas planimétricas de los vértices B, C y D.

CROQUIS

En este problema solo intervienen ángulos, por lo que el planteamiento es similar a la intersección inversa de tipo Hansen, en la que solo intervienen ángulos.

Construyendo una figura semejante en la que CD tenga una longitud igual a 1, se tendrá:



$$\alpha_1 = L_C^D - L_C^A = \quad 120{,}4238 - 0{,}0038 = 120{,}42$$

$$\alpha_2 = L_D^A - L_D^C = \quad 83{,}3670 - 30{,}1170 = 53{,}25$$

$$\beta_1 = L_C^D - L_C^B = \quad 120{,}4238 - 84{,}9238 = 35{,}5000$$

$$\beta_2 = L_D^B - L_D^C = \quad 171{,}1220 - 30{,}1170 = 141{,}005$$

En la figura semejante se tiene:

1. En el triangulo ACD

$$\frac{AC}{\operatorname{sen}\alpha_2} = \frac{AD}{\operatorname{sen}\alpha_1} = \frac{1}{\operatorname{sen}(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$AC = \frac{\operatorname{sen}53{,}2500}{\operatorname{sen}173{,}6700} = 1{,}8469 \qquad AD = \frac{\operatorname{sen}120{,}4200}{\operatorname{sen}173{,}6700} = 2{,}3613$$

2. En el triangulo BCD

$$\frac{BC}{\operatorname{sen}\beta_2}=\frac{BD}{\operatorname{sen}\beta_1}=\frac{1}{\operatorname{sen}(\beta_1+\beta_2)}$$

$$BC=\frac{\operatorname{sen}141{,}005}{\operatorname{sen}176{,}505}=2{,}2167 \qquad BD=\frac{\operatorname{sen}35{,}5000}{\operatorname{sen}176{,}505}=1{,}4669$$

Aplicando el teorema del coseno

$$AB=\sqrt{AC^2+BC^2-2*AC*BC*\cos(\alpha_1-\beta_1)}=2{,}5305$$

3. En el triangulo ABC

$$\frac{AB}{\operatorname{sen}(\alpha_1-\beta_1)}=\frac{AC}{\operatorname{sen}\gamma_2}=\frac{BC}{\operatorname{sen}\gamma_1}$$

$$\gamma_1=\operatorname{arcsen}\left[\frac{BC}{AB}*\operatorname{sen}(\alpha_1-\beta_1)\right]=arc\operatorname{sen}0{,}8515=64{,}8655$$

$$\gamma_2=200-[\gamma_1+(\alpha_1-\beta_1)]=50{,}2145$$

En la realidad

$$D_A^B=5000\,m$$

$$D_C^D=\frac{5000}{2{,}5305}=1975{,}924\,m$$

$$D_A^C=1{,}8469*1{,}975{,}924=3649{,}332\,m$$

$$\Delta X_A^B=D_{reducida}*\operatorname{sen}\vartheta_A^B=5000*\operatorname{sen}110{,}00=4938{,}442\,m$$

$$\Delta Y_A^B=D_{reducida}*\cos\vartheta_A^B=5000*\cos110{,}00=-782{,}172\,m$$

$$X_B=10000+4938{,}442=14938{,}442m$$

$$Y_B=10000-782{,}172=9217{,}828m$$

$$\theta_A^C = \theta_A^B + \gamma_1 = 110{,}0000 + 64{,}8655 = 174{,}8655\ m$$

$$\Delta X_A^C = D_{reducida} * \text{sen}\ \theta_A^C = 3649{,}332 * \text{sen}\ 174{,}8655 = 1403{,}659\ m$$

$$\Delta Y_A^C = D_{reducida} * \cos\theta_A^C = 3649{,}332 * \cos 174{,}8655 = -3368{,}585\ m$$

$$X_C = 10000 + 1403{,}659 = 11403{,}659 m$$

$$Y_C = 10000 - 3368{,}585 = 6631{,}415 m$$

$$\theta_C^D = \theta_C^A + \alpha_1 = 374{,}8655 + 120{,}4200 = 95{,}2855\ m$$

$$\Delta X_C^D = D_{reducida} * \text{sen}\ \theta_C^D = 1975{,}924 * \text{sen}\ 95{,}2855 = 1970{,}508\ m$$

$$\Delta Y_C^D = D_{reducida} * \cos\theta_C^D = 1975{,}924 * \cos 95{,}2855 = 146{,}194\ m$$

$$X_D = 11403{,}659 + 1970{,}508 = 13374{,}167 m$$

$$Y_D = 6631{,}415 + 146{,}194 = 6777{,}609 m$$