

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS NAVALES**  
**ECUACIONES DIFERENCIALES**

**EXAMEN FINAL**

**14 ENERO 2015**

**EDO**

**PUNTUACIÓN: 10 PUNTOS**

**TIEMPO: 1h**

**APELLIDOS:**

**NOMBRE:**

1. Obtener la solución general del sistema  $x' = x + y + 2$ ,  $y' = -x - y$ . (3 puntos)
2. Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$ . (1 punto)
3. Resolver el apartado anterior por transformada de Laplace. (2 puntos)
4. Resolver la ecuación  $x^{IV} - 4x' + 3x = \cos t$ . (2 puntos)
5. Hallar la solución general de  $x'' + x = \delta'(t - \pi)$ . Aplicarlo al caso  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 0$ . (2 puntos)

**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS NAVALES**  
**ECUACIONES DIFERENCIALES**

**EXAMEN FINAL**

**14 ENERO 2015**

**EDP**

**PUNTUACIÓN: 10 PUNTOS**

**TIEMPO: 1h**

**APELLIDOS:**

**NOMBRE:**

Sea el problema mixto para  $u(x, y)$ ,  $y > 0$ ,  $x \in (0, L)$ , que verifica la ecuación  $\Delta u = 0$ , con condiciones  $u(0, y) = 0$ ,  $u(L, y) = 0$ ,  $u(x, 0) = f(x)$ ,  $u_y(x, 0) = g(x)$ , siendo  $L > 0$  constante.

1. Hallar la solución del problema en forma de serie. *(4 puntos)*
2. Aplicarlo al caso  $L = \pi$ ,  $u(x, 0) = 0$ ,  $u_y(x, 0) = N^{-1} \sin Nx$ , donde  $N$  es un número natural. Tomar el límite de la solución cuando  $N$  tiende a infinito. Interpretar el resultado. *(1 punto)*
3. Aplicarlo al caso  $L = \pi$ ,  $u(x, 0) = 0$ ,  $u_y(x, 0) = x$ . *(2 puntos)*
4. ¿Presenta fenómeno de Gibbs el desarrollo de la función anterior?, ¿dónde? *(1 punto)*
5. Hallar la solución de la ecuación  $3x^2 u_y + u_x = 6x^5$ , que satisface  $u(x, 0) = h(x)$ . Particularizar para el caso en el que  $u(x, 0) = x^3$ . *(2 puntos)*