

Guía de la asignatura curso 2015-16

Asignatura: Ecuaciones diferenciales

Curso: Segundo

Semestre: Primero

Carácter: Obligatoria. Módulo básico

Créditos teóricos: 3

Créditos prácticos: 3

Departamento: Matemáticas e Informática Aplicadas a las Ingenierías Civil y Naval

Profesorado

Profesor coordinador: Leonardo Fernández Jambrina (60 horas)

Contacto: leonardo.fernandez@upm.es

URL: <http://dcain.etsin.upm.es>

Asignaturas previas

- Álgebra lineal y geometría
- Cálculo I
- Cálculo II

Descripción de la asignatura

Las ecuaciones diferenciales son la forma que tenemos para modelizar el comportamiento o evolución de magnitudes que dependen de variables como el tiempo o la posición, o de ambas a la vez. Son ecuaciones, por tanto, en las que aparece no sólo una magnitud, sino también sus derivadas con respecto al tiempo (velocidades, aceleraciones...) y/o a coordenadas espaciales.

Este curso es una primera toma de contacto con este tipo de ecuaciones, por lo cual se han escogido tan sólo unos pocos temas, dejando de lado otros. Por ejemplo, los sistemas dinámicos o los métodos numéricos son objeto de otros cursos dentro de la oferta OCW de esta universidad, así que no los abordaremos aquí.

Sí que se han incluido aquí algunos temas, por su relación con las ecuaciones diferenciales, pero que guardan estrecha relación con otros ámbitos de las matemáticas, como son las transformadas integrales de Fourier y de Laplace y

las series trigonométricas de Fourier. Se echarán en falta, por contra, temas de funciones especiales o de cálculo de extremos.

Las ecuaciones diferenciales pueden ser ordinarias (si las magnitudes que queremos conocer dependen de una variable tan sólo, como el tiempo o una coordenada espacial) o ecuaciones en derivadas parciales (si las magnitudes dependen de varias variables, ya sean espaciales o el tiempo y coordenadas espaciales).

La asignatura arranca con el caso más sencillo: ecuaciones ordinarias de primer orden (dependientes a lo sumo de primeras derivadas) para ir avanzando en diversas direcciones:

- Podemos aumentar el número de ecuaciones y estudiar los *sistemas de ecuaciones ordinarias de primer orden*.
- O bien seguir con una sola ecuación ordinaria y estudiar las *ecuaciones de orden superior al primero*.

- Finalmente, otra generalización que abordaremos será pasar de una sola variable (ecuaciones ordinarias) a varias variables (ecuaciones en derivadas parciales), para las cuales seguiremos el mismo proceso:
 - Ecuaciones de primer orden.
 - Ecuaciones de segundo orden, con especial énfasis en las ecuaciones de la física matemática.

Resultados del aprendizaje

- Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y sus problemas de valores iniciales.
- Resolver sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes y sus problemas de valores iniciales.
- Resolver ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes y sus problemas de valores iniciales.
- Resolver problemas de valores iniciales por transformada de Laplace.
- Resolver problemas de valores iniciales para ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de primer orden.
- Clasificar las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de segundo orden y reducirlas a sus formas canónicas.
- Resolver problemas de valores iniciales y mixtos para la ecuación de la cuerda vibrante.
- Resolver problemas de contorno para la ecuación de Laplace.
- Resolver problemas de valores iniciales y mixtos para la ecuación del calor.
- Resolver problemas para ecuaciones diferenciales en derivadas parciales por separación de variables.

Materiales del curso

Para poder realizar el curso disponemos de una serie de materiales, adaptados a las preferencias y nivel de profundización del alumnado:

- *Parte teórica:*
 - Píldoras educativas (vídeos): Los vídeos son autocontenidos. Es decir, no son *clases* grabadas, sino presentaciones de aspectos concretos del curso, con duración alrededor de los diez minutos. Es el nivel fundamental para seguir el curso como en el aula, con la ventaja de poder interrumpir las explicaciones, volver hacia atrás. Los alumnos del curso presencial los prefieren a las clases de pizarra.
 - Resúmenes de los temas en PDF: Cada tema está resumido a nivel de formulario en una hoja o dos, ideal para realizar los ejercicios. De hecho, es el único material autorizado para las pruebas presenciales.
 - Capítulos de libro en formato PDF: Para quien desee profundizar algo más o aclarar demostraciones que no se ven en las presentaciones.
 - Bibliografía: Para un nivel mayor de profundidad, se puede acudir a los libros que se indican en dicha sección.
- *Parte práctica:*
 - Píldoras educativas: Entre los vídeos hay ejemplos prácticos. Pero, para poder practicar lo aprendido, hay también:
 - Hojas de problemas de cada tema en formato PDF.
 - Soluciones de las hojas en formato PDF.
 - Un ejemplo de prueba práctica, con su solución.

Cronograma

El curso está estructurado para ser impartido (tanto en su modalidad presencial como en la no presencial) como asignatura de 6 ECTS en quince semanas, con cuatro horas *presenciales* (clases en el aula o píldoras educativas + clases prácticas de trabajo en aula). Esto supone un total de 60 horas *presenciales*. Estimamos que por hora *presencial* requiere otra hora de trabajo personal o en grupo del alumno. Por tanto, cada ECTS supone un total de 20 horas de trabajo.

El plan de trabajo que seguimos normalmente en esta asignatura es el siguiente, estructurado por semanas, en cuatro sesiones por semana:

1. Semana:
 - Presentación.
 - Terminología.
 - Soluciones. Existencia y unicidad.

- Ecuaciones separables y homogéneas.

2. Semana:

- Ecuaciones con dependencia lineal. Ecuaciones exactas.
- Ecuaciones lineales.
- Ecuaciones de Bernoulli y Ricatti.
- Sistemas y ecuaciones de orden superior. Existencia y unicidad.

3. Semana:

- Clase práctica.
- Clase práctica.
- Exponencial matricial. Sistemas constantes.
- Dos ecuaciones. Ejemplo autovalores distintos. Autovalores iguales.

4. Semana:

- Ejemplos.
- Coeficientes indeterminados. Ejemplo.
- Ejemplos. Resonancia.
- Ecuaciones de orden n . Reducción del orden. Lineales.

5. Semana:

- Clase práctica.
- Ecuaciones lineales de orden superior con coeficientes constantes.
- Ejemplos.
- Clase práctica.

6. Semana:

- Ecuaciones de Euler. Transformada de Laplace.
- Transformada de Laplace.
- Convolución.
- Resolución de sistemas y ecuaciones por Laplace.

7. Semana:

- Problema. Distribuciones.
- Delta de Dirac. Derivadas. Ejemplos de ecuaciones.
- Ecuaciones con fuerza impulsiva o a trozos.
- Clase práctica.

8. Semana:

- Transformada de Fourier.
- Problemas de Fourier. PVI para la ecuación del calor.
- Introducción a las EDP. EDP de primer orden.
- Características. Problemas de valores iniciales.

9. Semana:

- Clase práctica.
- Problemas.
- Clase práctica.
- Ecuaciones de orden dos. Características.

10. Semana:

- Ecuaciones de orden dos. Clasificación. Formas normales.
- Ecuación de ondas. Problema de Cauchy. Ley del paralelogramo.
- Cuerda vibrante finita. Zonas. Separación de variables
- Problemas de Sturm-Liouville. Problema de contorno de extremos fijos.

11. Semana:

- Problema de contorno de velocidad nula.
- Problema de contorno periódico. Series de Fourier: justificación.
- Serie de Fourier de senos. Cuerda finita.
- Serie de Fourier de senos y cosenos.

12. Semana:

- Paridad. Series de Fourier de cosenos.
- Series de Fourier de exponenciales imaginarias.
- Relación serie-transformada de Fourier.
- Clase práctica.

13. Semana:

- Cuerda vibrante con velocidad nula en extremos.
- Ecuación de Laplace. Problemas de contorno.
- Separación de variables en el rectángulo: Dirichlet
- Separación de variables en el rectángulo: Neumann.

14. Semana:

- Separación de variables en el disco.
- Ecuación del calor.
- Ecuación del calor: separación de variables. Problema inhomogéneo.
- Clase práctica.

15. Semana:

- Clase práctica
- Función error. Ecuación del calor en anillo.
- Ecuación de Helmholtz. Ecuación del calor en placa rectangular.
- Ecuación de ondas en estanque rectangular. Ecuación del calor con flujo nulo en los extremos.

Bibliografía

1. J.M. Aguirregabiria, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias para Estudiantes de Física, Universidad del País Vasco, Bilbao (2000)
2. J.I. Aranda, Apuntes de Ecuaciones Diferenciales, Universidad Complutense de Madrid, Madrid (2014)
3. J.I. Aranda, Apuntes de Métodos Matemáticos II, Universidad Complutense de Madrid, Madrid (2014)
4. F. Ayres, *Teoría y problemas de ecuaciones diferenciales*, Schaum-McGraw-Hill, Madrid (1969)
5. D. Bleeker, G. Csordas, Basic Partial Differential Equations, Van Nostrand Reinhold (1992)
6. W.E. Boyce, R.C. di Prima, *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*, 4 edición, Limusa, México (1998)
7. M. Braun, *Differential Equations and Their Applications*, Fourth Edition, Springer-Verlag, New York (1993)
8. L.C. Evans, Partial Differential Equations, Graduate Studies in Mathematics, Volume 19, AMS (1998)
9. L. Fernández-Jambrina, *Ecuaciones Diferenciales*, ETSIN, Madrid (2012)
10. L. Fernández-Jambrina, *Problemas de Ecuaciones Diferenciales*, ETSIN, Madrid (2012)
11. M. Fogiel, (Dir.), *The Differential Equations Problem Solver*, Research and Education Association, REA, New York (1987)

12. A. García, F. García, A. López, G. Rodríguez, A. de la Villa, *Ecuaciones diferenciales ordinarias. Teoría y problemas*, CLAGSA, Madrid (2006)
13. M.W. Hirsch, S. Smale, *Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra*, Academic Press, San Diego (1974)
14. F. John, *Partial Differential Equations*, 4th Edition, Springer-Verlag (1991)
15. R.K. Nagle, E.B. Saff, *Fundamentals of Differential Equations*, Benjamin-Cummings, Redwood City, Cal. (1989)
16. J.M. Sánchez, *Ecuaciones Diferenciales*, ETSIN, Madrid (2005)
17. J.M. Sánchez, *Ecuaciones en Derivadas Parciales*, ETSIN, Madrid (2007)
18. G.F. Simmons, *Ecuaciones Diferenciales, con Aplicaciones y Notas Históricas*, McGraw-Hill, Madrid (1995)
19. H.F. Weinberger, *Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales: con métodos de variable compleja y de transformaciones integrales*, Reverte, México (1988)
20. D.G. Zill, *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado*, 7 edición, Thomson, México (2001)

Temario

La asignatura consta de dos partes diferenciadas:

1. Ecuaciones diferenciales ordinarias. (30 horas, 15 teóricas y 15 prácticas).
2. Ecuaciones en derivadas parciales. (30 horas, 15 teóricas y 15 prácticas).

Ecuaciones diferenciales ordinarias

1. **Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:** Definiciones. Ecuaciones separables, homogéneas, exactas, lineales, Bernoulli, Ricatti. Métodos aproximados y numéricos de resolución. Problemas de valores iniciales. Existencia y unicidad de soluciones.
2. **Sistemas de ecuaciones lineales y ecuaciones de grado superior:** Existencia y unicidad de soluciones. Métodos de resolución de ecuaciones. Sistemas de ecuaciones lineales. Ecuaciones lineales y de Euler.
3. **Transformadas de Laplace y de Fourier:** La transformación de Laplace y sus propiedades. La transformación de Fourier y sus propiedades. Aplicación a la resolución de problemas de valores iniciales. Aplicación a problemas físicos.

Ecuaciones en derivadas parciales

4. **Ecuaciones en derivadas parciales de primer orden:** Definiciones. Ecuaciones lineales y cuasilineales. Problemas de valores iniciales. Resolución por el método de las características.
5. **Ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden:** Problema de valores iniciales: teorema de Cauchy-Kowaleski. Clasificación de ecuaciones de segundo orden. Formas canónicas de las ecuaciones.
6. **Ecuación de la cuerda vibrante:** Propiedades. Formula de D'Alembert. Método de las imágenes o de reflexión. Ecuación inhomogénea.
7. **Separación de variables:** Teoría de Sturm-Liouville Aplicación a problemas de ecuaciones de segundo orden. Series de Fourier.
8. **Ecuación de Laplace:** Funciones armónicas. Soluciones fundamentales. Potenciales newtonianos. Soluciones integrales del problema de Dirichlet.
9. **Ecuación del calor:** Problema de valores iniciales. Problema mixto para la ecuación del calor.