

Problemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Ecuaciones de primer orden

1. Hallar la solución general de la ecuación $txx' + 1 + x^2 = 0$. Hallar la solución que verifica $x(0) = 0$ y la que verifica $x(1) = 0$.
2. Hallar la solución general de la ecuación $(x^2 + tx^2)x' + t^2 - t^2x = 0$.
3. Resolver la ecuación $t^2x' = tx + 3x^2$. Hallar la solución que verifica $x(0) = 0$, la que verifica $x(0) = 1$ y la que verifica $x(1) = 0$.
4. Resolver la ecuación $(x + 3t + 1)x' = x - t - 3$.
5. Resolver la ecuación $x' = (x + 2t)^{-2} - 2$. Hallar la solución que verifica $x(0) = 1$.
6. Resolver la ecuación $(x + t)^2x' = a^2$, $a > 0$.
7. Hallar la solución general de la ecuación $(x + t - 2)x' + 2x + 2t - 1 = 0$.
8. Resolver la ecuación $(6t^2x + 4x^3)x' + 3t^2 + 6tx^2 = 0$. Hallar la solución que verifica $x(0) = 1$.
9. Resolver la ecuación $x(t^2 + 2x^2)x' + t(2t^2 + x^2) = 0$.
10. Resolver la ecuación $(t - t^2x)x' = x$.
11. Resolver la ecuación $x' = e^t - x/t$. Hallar la solución que verifica $x(1) = 1$.
12. Resolver la ecuación $x' + 2x = t^2 + 2t$.
13. Resolver la ecuación $x' = x \tan t + \cos t$.
14. Resolver la ecuación $x' = -x + e^{-t}x^2$.
15. Resolver la ecuación $3tx' - 2x = t^3/x^2$.
16. Resolver la ecuación $x' = t\sqrt{x} + 4x/t$. ¿Para qué valores t_0 , x_0 tiene solución única el problema de valores iniciales $x(t_0) = x_0$? Hallar la solución del problema de valores iniciales correspondiente a $x(1) = 0$.
17. Resolver la ecuación $(1 + t^3)x' + 2tx^2 + t^2x + 1 = 0$.
18. Resolver la ecuación $x' = x^2 + (1 - 2t)x + t^2 - t + 1$.
19. Hallar la solución general de la ecuación $t^2x' = x^2$ por tres métodos distintos. ¿Para qué valores $x_0 = x(t_0)$ el problema de valores iniciales tiene solución única? Hallar las soluciones de la ecuación que verifican, respectivamente, $x(0) = 0$, $x(0) = 1$, $x(1) = 0$, $x(1) = 1$. Buscar soluciones de la forma $x(t) = A$. Buscar soluciones de la forma $x(t) = Bt$. ¿Alguna de ellas es una integral singular?
20. Hallar la solución general de la ecuación $x^2x' = t^2$ por tres métodos distintos. ¿Para qué valores $x_0 = x(t_0)$ el problema de valores iniciales tiene solución única? Hallar las soluciones de la ecuación que verifican $x(0) = 0$, $x(1) = 0$, $x(0) = 1$. Buscar soluciones de la forma $x(t) = A$. Buscar soluciones de la forma $x(t) = Bt$. ¿Alguna de ellas es una integral singular?

21. Resolver por tres métodos al menos la ecuación $2txx' + x^2 + t^2 = 0$. ¿Para qué valores t_0, x_0 tiene solución única el problema de valores iniciales $x(t_0) = x_0$? Buscar soluciones lineales $x(t) = At$. Hallar la solución del problema de valores iniciales correspondiente a $x(1) = 1$.
22. Resolver por dos métodos al menos la ecuación $(x + 2t)x' + 2x + 4t + 2 = 0$. ¿Para qué valores t_0, x_0 tiene solución única el problema de valores iniciales $x(t_0) = x_0$? Hallar la solución del problema de valores iniciales correspondiente a $x(0) = 1$.
23. Resolver la ecuación $tx' + x + 2t = 0$ por tres métodos distintos.
24. Resolver la ecuación $tx'/x^2 - 1/x - 1 = 0$. Buscar soluciones constantes de la ecuación. ¿Hay alguna integral singular?, ¿para qué valores tiene solución única el problema de valores iniciales $x(t_0) = x_0$ para esta ecuación? Resolver el problema de valores iniciales para $x(0) = 0, x(0) = 1, x(0) = -1, x(1) = 0, x(1) = 1$.
25. Resolver la ecuación $2e^{-t}xx' - e^{-t}x^2 - 4t^3$ por dos métodos. ¿Para qué valores t_0, x_0 tiene solución única el problema de valores iniciales $x(t_0) = x_0$? Resolver los problemas de valores iniciales $x(0) = 1, x(0) = 0$.
26. Sabiendo que $x_1(t) = t^2 + t$ y $x_2(t) = t^2 + 2t$ son soluciones de una ecuación lineal $x' = a(t)x + f(t)$, obtener la solución general de la ecuación. Obtener $a(t), f(t)$.
27. Resolver la ecuación $(t + x^2e^x)x' = x$ para $t(x)$ en lugar de para $x(t)$.
28. Hallar la ecuación diferencial que verifican las circunferencias de ecuación $x^2 + y^2 = R^2$. ¿Y la de las hipérbolas equiláteras $xy = k$?
29. Demostrar que la ecuación lineal $x' = a(t)x + f(t)$ admite un factor integrante que sólo depende de t . Usar este hecho para obtener la solución general de la ecuación.
30. Sean $h_1(t), h_2(t)$ dos soluciones de una ecuación de Ricatti, $x' = a(t)x^2 + b(t)x + f(t)$. Demostrar que $x = h_1(t) + 1/y$ es un cambio de variable que reduce la ecuación a una lineal. Demostrar que $1/(h_2(t) - h_1(t))$ es una solución de dicha ecuación lineal.
31. Problema de la isócrona: Consideremos una partícula descendiendo por la gráfica de una función $z(x)$ de modo que la velocidad vertical de caída es constante. ¿Cuál es la función $z(x)$?
32. Problema de la tractriz: ¿Cuál es la función $y(x)$ cuya tangente en cada punto de su gráfica tiene longitud constante a entre el punto de tangencia y el eje X ?