

## Problemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

### Sistemas y ecuaciones de orden superior

1. Hallar las exponenciales de las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Resolver la ecuación  $x'' + 2tx' = 0$ .
3. Resolver la ecuación  $tx'' + x' = t$ .
4. Resolver la ecuación  $x'' \cos t + x' \sin t = \sin t$ .
5. Resolver la ecuación  $xx'' + x'^2 = 0$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 1$ ,  $x'(0) = 0$  y la que verifica  $x(0) = 0$ ,  $x'(0) = 1$ .
6. Resolver la ecuación  $x'' = 2xx'$ .
7. Resolver el sistema  $x' = x + 2y + 2e^t$ ,  $y' = -2x + y$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$ .
8. Resolver el sistema  $x' = x - 2y + 2$ ,  $y' = 5x - y + 1$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0 = y(0)$ .
9. Resolver el sistema  $x' = 3x + y$ ,  $y' = -x + y + 4t$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$ .
10. Resolver el sistema  $x' = -y + te^{2t}$ ,  $y' = 9x + 6y$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = -1$ ,  $y(0) = 0$ .
11. Resolver el sistema  $x' = 3x + 2y$ ,  $y' = -6x - 4y + \cos t$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$ .
12. Resolver el sistema  $x' = x - 2y - t$ ,  $y' = 2x - 3y - t$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$ .
13. Resolver el sistema  $x' = -x - y$ ,  $y' = 4x - y + 10 \sin t$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$ .
14. Resolver el sistema  $x' = x + 2y - 5t$ ,  $y' = -x + 3y + 5t$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$ .
15. Resolver el sistema  $x' = x - 2y + 10te^{-t}$ ,  $y' = 5x - y$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = -4$ .
16. Resolver el sistema  $x' = 3x - 4y$ ,  $y' = 2x - 3y + 2e^t$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$ .
17. Resolver el sistema  $x' = -x + 4y + 2 \cos t$ ,  $y' = -x + 3y + 2 \cos t$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$ .

18. Resolver el sistema  $x' = -2x + 9y + 16 \cos 4t$ ,  $y' = -4x + 10y$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 7$ ,  $y(0) = 0$ .
19. Resolver el sistema de ecuaciones  $x' = 2y + 5e^t$ ,  $y' = -2x + 3 \sin t$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$ .
20. Resolver el sistema de ecuaciones  $x' = -3x + 50t \cos t$ ,  $y' = -3y + 6t^2 e^{-3t}$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$ .
21. Resolver el sistema  $x' = 3x$ ,  $y' = 2x + 3y$ ,  $z' = x + y + 3z$ .
22. Resolver el sistema de ecuaciones  $x' = 4x + 4y + 36$ ,  $y' = -x + 8y + 9$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 1$ .
23. Resolver el sistema de ecuaciones  $x' = 7x - 4y - e^t$ ,  $y' = 2x + y + e^t$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$ .
24. Resolver el sistema  $x' = 2x + y$ ,  $y' = 3x + 4y + e^t$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$ .
25. Resolver el sistema  $x' = x + y$ ,  $y' = x + y + t$ .
26. Resolver el sistema  $x' = 2x + y$ ,  $y' = 3x + 4y + e^t$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$ .
27. Resolver el sistema de ecuaciones  $x' = -x + 3y + 5e^t$ ,  $y' = 3x - y + 8$ . Hallar la solución que verifica  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 1$ . Despejar  $y$  de la primera ecuación y sustituirla en la segunda ecuación. Derivar la primera ecuación respecto a  $t$  y sustituirla la  $y'$  que hemos obtenido para obtener una ecuación de segundo orden para  $x$  solamente. Hallar la solución general de dicha ecuación. Acabar de resolver el sistema sustituyendo la solución general que acabamos de obtener en la expresión de  $y$ .
28. Estudiar si  $x(t) = t$  es solución de la ecuación  $t^2 x'' - t(t+2)x' + (t+2)x = 0$ . Usar el resultado para reducir el orden de la ecuación y resolverla.
29. Estudiar si  $x(t) = 1/t$  es solución de la ecuación  $tx'' + (t+2)x' + x = 0$ . Usar el resultado para reducir el orden de la ecuación y resolverla.
30. Resolver la ecuación  $x'' - 2x' + x = 1$ . Obtener la solución que verifica  $x(0) = 0 = x'(0)$ .
31. Resolver la ecuación  $x'' + 4x = \cos t$ .
32. Resolver la ecuación  $x'' - x = t^2 e^t$ .
33. Resolver la ecuación  $x'' + x = \sec t$ .
34. Resolver la ecuación  $t^2 x'' + tx' - x = 0$ .
35. Resolver la ecuación  $tx'' - tx' + x = t$ .
36. Resolver la ecuación  $x^{IV} - 4x' + 3x = \cos t$ .
37. Resolver la ecuación  $x^{IV} - x = t^3 + t^2 + t + 1$ .
38. Resolver la ecuación  $x''' - 6x'' + 9x' = 1$ .

39. Resolver la ecuación  $x''' - x = e^t$ .
40. Resolver la ecuación  $x^{IV) + 2x'' + x = e^{-t}$ .
41. Resolver la ecuación  $x^{IV) - 5x'' + 4x = 6e^t$ .
42. Resolver la ecuación  $x^{IV) + 4x = 10 \cos t - 15 \sin t$ .
43. Resolver la ecuación  $t^2 x'' - 3tx' + 3x = t^2$ .
44. Estudiar las soluciones de la ecuación del oscilador armónico con rozamiento,  $mx'' + \mu x' + kx = f(t)$ , en ausencia de fuerzas externas,  $f(t) = 0$ , donde  $m$  es la masa del resorte,  $\mu \geq 0$  es el coeficiente de rozamiento y  $k > 0$  es la constante elástica del oscilador. Estudiar el caso de oscilaciones forzadas,  $f(t) = A \sin \Omega t$ .