

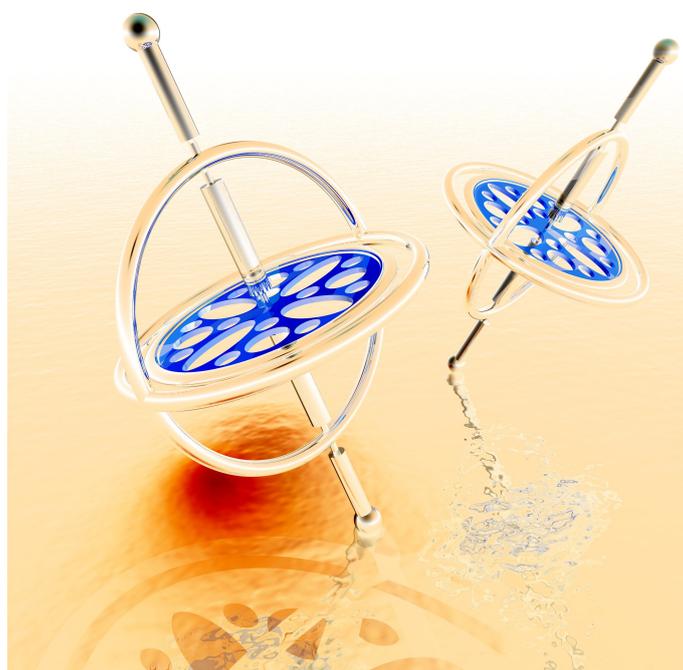


POLITÉCNICA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA  
AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

# FÍSICA I

TEORÍA  
Mecánica





**POLITÉCNICA**

## **ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO**



### **TEMA 0.- MAGNITUDES Y UNIDADES**

*José Carlos JIMÉNEZ SÁEZ*

*Pablo PALACIOS CLEMENTE*

*Santiago RAMÍREZ DE LA PISCINA MILLÁN*

## ÍNDICE MAGNITUDES Y UNIDADES

---

<b>0. Magnitudes y Unidades</b>	<b>1</b>
0.1. Introducción	1
0.2. El Método Científico	1
0.3. Magnitudes	4
0.3.1. Magnitudes Escalares y Vectoriales	5
0.3.2. Magnitudes Extensivas e Intensivas	5
0.4. El Problema de la Medida	6
0.5. Sistemas de Unidades	7
0.6. Sistema Internacional de Unidades (SI)	9
0.6.1. Unidades Básicas o Fundamentales	9
0.6.2. Unidades Suplementarias	10
0.6.3. Unidades Derivadas	12
0.6.4. Múltiplos y Submúltiplos Decimales	13
0.6.5. Normas Generales	13
0.6.6. Constantes Universales	14
0.7. Sistema Cegesimal (CGS)	15
0.7.1. Unidades Derivadas	15
0.8. Sistema Técnico (MKgfS)	16
0.8.1. Unidades Básicas o Fundamentales	16
0.8.2. Unidades Derivadas	16
0.9. Análisis de los Sistemas de Unidades	17
0.10. Órdenes de Magnitud	18
0.11. Cambio de Unidades	18
0.12. Ecuaciones de Dimensión	20

# 0

## Magnitudes y Unidades

---

### 0.1. Introducción

El objeto de una ciencia natural es el conocimiento de la naturaleza entendido éste como el conocimiento de sus leyes fundamentales. La reconstrucción del mundo mediante ideas y la verificación de las mismas es una tarea infinita. En su día a día la ciencia persigue el perfeccionamiento continuo de sus teorías y modelos, así como la incorporación de nuevas áreas de conocimiento a su ámbito de influencia.

El desarrollo del conocimiento científico viene impulsado por la exigencia de un conocimiento más profundo de la naturaleza, ya sea debido a su propia evolución o a los cambios que el hombre produce en ella. A su vez, el avance en el conocimiento científico crea nuevas necesidades tanto de índole técnico (instrumentos de medida) como de índole científico (la explicación de nuevos fenómenos).

*Ciencia y tecnología* se distinguen entre sí por el tipo de objetivos. Esta última emplea el mismo método general de conocimiento que la ciencia, pero aplicándolo a fines prácticos. Así, mientras que el objetivo de la ciencia natural es mejorar nuestro conocimiento del mundo de los hechos, el objetivo de la tecnología es mejorar el control del hombre sobre éstos. Si se persigue un fin puramente cognoscitivo hablaremos de ciencia, si se persiguen objetivos utilitarios hablaremos de tecnología.

### 0.2. El Método Científico

Una ciencia está integrada por un conjunto de conocimientos estructurados de acuerdo a una serie de elementos básicos entrelazados por un nexo lógico. Los distintos elementos básicos mediante los cuales una ciencia se ordena y sistematiza son:

1º) Los *conceptos*, que son la expresión de las ideas o conocimientos, y en mucho casos, pueden ser magnitudes operativas cuantificables.

2º) Los *principios*, que son postulados indemostrables de carácter general que se encuentran en la base de la explicación de los fenómenos.

3º) Las *leyes*, que son reglas de comportamiento invariables de los fenómenos, y que se formulan convenientemente haciendo uso de las correspondientes herramientas matemáticas.

4º) Las *teorías*, que explican en forma lógica una serie de fenómenos, y que se encuentran formadas por un conjunto de leyes y principios.

5º) Los *modelos*, que explican los fenómenos observados reduciéndolos a estructuras más simples sobre las que se aplican las leyes y principios, y las cuales conservan sus características más relevantes. Tienen, por tanto, un mayor grado de subjetividad que las teorías.

Cualquier ciencia constituye un cuerpo organizado y sistematizado de conocimientos en cuya base se hallan las leyes o principios, y en cuyo eslabón superior se encuentran las teorías y modelos. Una teoría o un modelo son válidos cuando sus predicciones son comprobadas experimentalmente. La historia de la ciencia está llena de teorías desechadas por no haber podido superar la prueba de la experiencia. La evolución y continua acumulación de conocimientos hace que en el transcurso de unas pocas generaciones una determinada rama de la ciencia adquiera un aspecto diferente, adoptando su cuerpo de conocimientos una estructura más elegante y más simple.

La propia necesidad humana de tener seguridad en algo objetivo que le permita avanzar conduce a la necesidad de un método. La ciencia es, en sí misma, un sistema de investigación, ya que trabaja con una metodología específica, el *método científico*. Este método parte de la base de que todos los científicos comparten un lenguaje y unos criterios comunes para la justificación de presuntos conocimientos; y por tanto, su uso permite alcanzar acuerdos universales en los diferentes campos del saber. El método científico puede decirse que nace con Galileo cuyo racionalismo matemático sentó las bases de esta metodología, y fue continuado posteriormente por autores como Boyle o Newton.

Como rasgos o *características esenciales* del método científico podemos citar tres: en primer lugar el apoyo constante en la *experimentación*; en segundo lugar, la utilización intensiva de las *matemáticas*; y en tercer lugar, el análisis de un sistema físico por *descomposición en sistemas más simples*. Al investigar un sistema, se analizan los factores que influyen en su comportamiento, de forma que se puedan aislar una serie de subsistemas más simples. Cada subsistema poseerá un menor número de variables que controlen su comportamiento, de forma que se puedan entender más fácilmente sus propiedades. Una vez explicado el comportamiento de cada subsistema, se seguirá un proceso de reconstrucción hasta caracterizar las propiedades del sistema de partida.

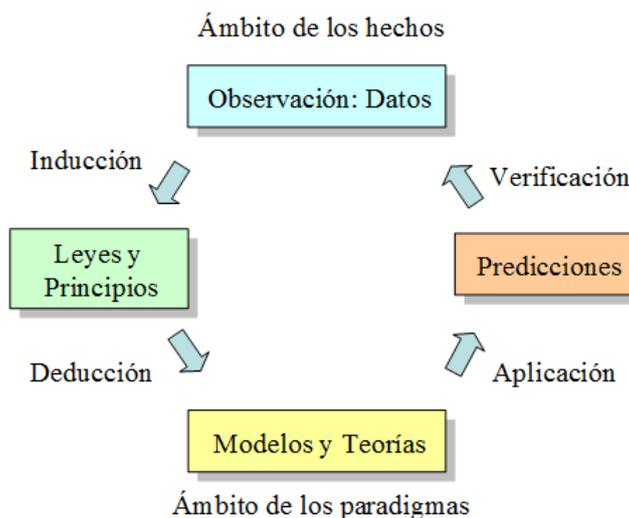
Exponemos a continuación los *procesos básicos* que conforman el método científico:

1º) *El proceso empírico de observación de sucesos y hechos*. La raíz de una ciencia natural se encuentra en la observación de fenómenos naturales. Dos son las características distintivas de los fenómenos susceptibles de interpretación científica: la posibilidad de ser observados y su repetibilidad o replicabilidad. Un aspecto íntimamente ligado al proceso empírico es la utilización de instrumentos de observación y medida, ya que, es de suma importancia disponer de medios que aumenten la capacidad de observación de nuestros sentidos. Los datos obtenidos de observaciones científicas, que podrían limitarse a aspectos cualitativos, requieren de un análisis cuantitativo. En la base de este análisis se encuentran las operaciones de inferencia o inducción que preceden a la elaboración de leyes o principios

2º) *El proceso de inferencia o inducción de leyes y principios*. Este proceso supone pasar de la etapa descriptiva al nivel lógico-formal de elaboración de conceptos y formulación de leyes

y principios que relacionan a éstos. Constituye un salto de lo particular y concreto (datos y observaciones sobre el comportamiento de un fenómeno natural), hacia lo general y abstracto (conceptos, leyes y principios). Establecer un concepto científico conlleva realizar un proceso de generalización y extrapolación. Los conceptos tienen una amplia utilidad, dado que gracias a las leyes y a los modelos se podrán realizar predicciones relativas a éstos. Las leyes y principios establecen relaciones dentro del conjunto de conceptos, y se inferen siempre de un número finito de medidas experimentales, aunque su validez abarca a un número infinito de situaciones hipotéticas.

3º) *El proceso de deducción de modelos y teorías.* El objetivo fundamental de la ciencia es la construcción de un conjunto de teorías y modelos (paradigmas), que interpreten las diferentes observaciones experimentales. El paso de leyes y principios a teorías y modelos se realiza mediante un proceso deductivo. El proceso de deducción científica es un proceso de naturaleza lógico-matemática y, por tanto, se encuentra en el nivel lógico-formal de la ciencia. Es importante hacer notar que los modelos y teorías no tienen sentido en sí mismos, sino en cuanto que interpretan fenómenos, realizan predicciones, y el hombre se sirve de éstas para realizar aplicaciones. Por este motivo, su validez estriba en tanto en cuanto las predicciones numéricas que realizan se ajustan a las observaciones realizadas.



**Figura 0.1:** Diagrama que esquematiza los procesos que constituyen el método científico.

4º) *El proceso de realización y verificación de predicciones.* Como aplicación de los modelos interpretativos podríamos extrapolar sus resultados a situaciones no contempladas en nuestras observaciones originales. Este proceso de elaboración de predicciones no dejaría de ser también un proceso de tipo deductivo, aunque enfocado a la utilización práctica de los sucesos predichos, es decir, poseería un componente tecnológico. Por otra parte, los resultados novedosos obtenidos deben ser verificados experimentalmente. Este es nuevamente un proceso empírico en el que las predicciones de nuestro modelo deben adecuarse a nuevas observaciones realizadas sobre el sistema bajo estudio, sirviendo además de prueba adicional para constatar la bondad y calidad del modelo.

El diagrama de la Fig. 0.1 esquematiza los procesos que constituyen el método científico. La ciencia, a partir de observaciones experimentales, induce leyes y principios, y con éstos construye modelos y teorías interpretativos. Estos modelos permiten la realización de una serie de predicciones. Estas, a su vez, deben ser verificadas convirtiéndose además en un nuevo punto de apoyo para nuestro modelo.

### 0.3. Magnitudes

A medida que se aplica el método científico se van elaborando conceptos. El *concepto* surge, por tanto, de la observación de algún fenómeno natural. Según el diccionario, concepto es la expresión de un pensamiento por medio de la palabra. En el contexto de la física clásica, hay conceptos primarios de muy difícil definición, tales como espacio y tiempo, que se hallan en la base de todas nuestras disquisiciones.

Existen también conceptos que corresponden a idealizaciones o modelos que realizamos, a partir de la observación de algún fenómeno, para conseguir una descripción matemática lo más simple posible de éste, aunque simplicidad y exactitud no siempre van unidas. Entre estos conceptos abstractos dentro de la Física podemos citar el punto, la partícula material, el sólido rígido, el gas perfecto, el hilo de corriente infinito, los contactos y apoyos entre cuerpos, etc. Estos conceptos no son medibles.

Hay otros conceptos que necesitamos a la hora de describir un cierto fenómeno. Esta necesidad conduce a la definición de los mismos. Veamos un ejemplo sencillo que nos puede servir para fijar ideas.

Soltamos un objeto desde lo alto de un edificio. Observamos que el objeto cae (conceptos: movimiento, desplazamiento). Va más deprisa cerca del suelo que cuando la soltamos (conceptos: velocidad, aceleración). Estos últimos surgen de la observación simultánea del espacio recorrido y del tiempo empleado en recorrerlo. En este ejemplo, hemos manejado varios conceptos: movimiento, desplazamiento o espacio recorrido, velocidad, aceleración, tiempo. Todos ellos, excepto el movimiento, son conceptos físicos susceptibles de ser medidos. En este tipo de conceptos profundizaremos a continuación.

En una ciencia natural se opera con entes que se ponen de manifiesto a través de determinados efectos *observables*. Dos observables se dice que son *comparables* entre sí cuando se puede establecer el concepto de *razón* entre ellos, es decir, se puede afirmar que un observable es  $r$  veces mayor que el otro:  $C_1/C_2 = r$ . Este concepto de razón se debe caracterizar por dos propiedades: primero, debe ser *operacional*, es decir, se debe especificar el proceso de medida y los aparatos utilizados, lo cual nos asegura además su repetibilidad; y segundo, debe ser *universal*, es decir, independiente de la naturaleza y de la constitución de los aparatos de medida. Definida la razón entre observables queda definida inmediatamente la igualdad y la suma. La primera se define cuando:  $r = 1$ ; y la segunda como:  $C_1/C_0 = r_1$ ,  $C_2/C_0 = r_2$ , entonces  $C_3/C_0 = (C_1 + C_2)/C_0 = r_1 + r_2$ . Este postulado se cumple también a la inversa, de manera que razón se hace equivalente a igualdad y suma.

En general, se denomina *magnitud* a todo concepto abstracto caracterizado por los conceptos de igualdad y suma. Como es sabido, en álgebra el concepto de igualdad viene expresado

por los caracteres simétrico, recíproco y transitivo, mientras que la suma se caracteriza por las propiedades uniforme, conmutativa, asociativa y modular. Un conjunto de observables comparables entre sí dos a dos son *cantidades* de una misma magnitud. Así podemos decir, por ejemplo, que la duración de un día y la duración de un proceso son cantidades de la magnitud tiempo. De esta manera, se puede aseverar que las *magnitudes* son conceptos abstractos creados para referirse a aspectos concretos como son las cantidades. Las magnitudes adquieren de este modo la característica de cuantificabilidad.

Denominamos *magnitud física* (o *química*) a cualquier concepto físico (o químico) cuantificable y, por tanto, susceptible de aumento o disminución. A cada uno de los estados de la magnitud se le puede asignar por comparación un valor que se denomina cantidad. Esta cantidad recibirá el nombre de *medida* si se fija para la magnitud una determinada cantidad denominada *unidad*  $C_U$ , y se obtiene la razón entre la cantidad y la unidad:  $C/C_U = c$ .

En cualquier ciencia, el resultado de todo proceso de medida o de cálculo debe ser expresado mediante un número que indique la cantidad de la magnitud correspondiente seguido inexcusablemente de la unidad utilizada.

### 0.3.1. Magnitudes Escalares y Vectoriales

Las magnitudes que aparecen en Física o en Química se pueden clasificar en dos grandes grupos: magnitudes escalares y magnitudes vectoriales. Esta clasificación es necesaria debido al comportamiento y a las operaciones diferentes que en cada grupo se definen.

Llamamos *magnitudes escalares* a aquellas en las que puede establecerse una relación de orden. El resultado de la medición de cualquier magnitud escalar se expresa mediante un número real seguido de la unidad correspondiente. La operación de suma de magnitudes escalares es formalmente idéntica a la suma de números reales. Ejemplos de magnitudes escalares son la masa, presión, superficie, energía, etc.

Llamamos *magnitudes vectoriales* a aquellas que, además de venir expresadas por un número real y sus unidades, necesitan, para quedar perfectamente definidas, una dirección y un sentido. No admiten la relación de orden y las operaciones que se definen con este tipo de magnitudes son esencialmente diferentes a las operaciones con magnitudes escalares. Solo el módulo de una magnitud vectorial tiene el mismo tratamiento que el de una magnitud escalar. Ejemplos de magnitudes vectoriales son la velocidad, aceleración, fuerza, campo eléctrico, densidad de corriente eléctrica, desplazamiento, campo magnético, etc.

### 0.3.2. Magnitudes Extensivas e Intensivas

Una *magnitud extensiva* es aquella que depende de la extensión del sistema, o la cantidad de masa presente. Si el sistema se divide en  $n$  partes, el valor de la magnitud extensiva será igual a la suma de las contribuciones de cada una de las  $n$  partes individuales. La masa, el volumen o la energía son magnitudes extensivas ya que verifican la propiedad anterior. Para representar este tipo de magnitudes se suelen utilizar letras mayúsculas.

Una *magnitud intensiva* es independiente de la extensión del sistema, o de la cantidad de masa presente. Si un sistema en equilibrio termodinámico de una sola fase se divide en  $n$  partes lo suficientemente grandes comparadas con el recorrido libre medio de sus moléculas, se tendrá que el valor de cualquier magnitud intensiva es el mismo en cada una de las  $n$  subdivisiones. Son magnitudes de este tipo la presión o la temperatura. También se obtiene una magnitud intensiva al dividir una magnitud extensiva entre la masa del sistema (*magnitud específica*), o entre su número de moles (*magnitud molar*). Para representar las magnitudes intensivas se suelen utilizar letras minúsculas.

## 0.4. El Problema de la Medida

La Física y la Química, como ciencias experimentales, son un compendio de leyes basadas en la observación de la Naturaleza. Las leyes se inducen a partir de un número suficiente de mediciones realizadas sobre un experimento en el que se pone de manifiesto un determinado fenómeno. Estas leyes se expresan mediante relaciones o ecuaciones que ligan entre sí las magnitudes que intervienen en el fenómeno. Además, su validez ha de ser siempre contrastada mediante experimentos adicionales, los cuales a su vez, implican de nuevo la medición de las magnitudes que en ellos intervienen.

Así pues, todas las leyes experimentales conllevan, para su comprobación o realización, la medida de distintas magnitudes. Es decir, se trata de cuantificar un estado concreto de una magnitud comparándolo con otro de la misma naturaleza que se toma como unidad; en definitiva, de medir.

La realización de mediciones experimentales no es un proceso simple. Por el contrario, en él se utilizan gran número de instrumentos, intervienen diferentes sujetos, se realiza en múltiples circunstancias, etc. Estos hechos lo convierten en algo suficientemente complejo como para pensar en la necesidad de *diseñarlo antes de efectuarlo*.

Dado que los aparatos con los que realizamos las mediciones no son perfectos, nunca podremos aseverar la exactitud completa de una ley, ya que el grado de aproximación quedará siempre vinculado a la mayor o menor *perfección de los aparatos utilizados*. La *experiencia del investigador* que realiza la medida también puede influir notablemente en el resultado, así como las *condiciones de medida* que impongan las circunstancias del fenómeno observado que se desea medir.

Hemos, pues, de tratar de forma crítica los datos de una medición y de tener criterio suficiente para decidir cuando las inducciones obtenidas de ellos son verdaderas y cuando falsas. También, cuando se mide hay que *estimar la magnitud del error* que se comete, y establecer un proceso que permita minimizarlo o, al menos, adaptarlo al propósito final del experimento.

En definitiva, en este manual contestaremos a una serie de preguntas acerca de las medidas que vamos a realizar: ¿cuál es el objetivo?, ¿cómo se van a hacer?, ¿cuál es su significado?.

## 0.5. Sistemas de Unidades

Como ya dijimos para cada magnitud se adopta una cantidad determinada a la cual se la llama *unidad*, de tal manera que la razón de una cantidad con la unidad se le llama *medida* de dicha cantidad. Hasta ahora nos hemos estado refiriendo a *magnitudes primarias o simples*. Sin embargo, existen otras llamadas *secundarias o compuestas* cuyo concepto deriva de una fórmula que establece las operaciones que se deben realizar con las medidas de otras magnitudes (o equivalentemente, con sus unidades) para obtener la medida (o equivalentemente, la unidad) de la magnitud en cuestión. A la mencionada fórmula se la llama *ecuación de definición*. Es preciso distinguir claramente entre definiciones y leyes, ya que las segundas se pueden comprobar experimentalmente, mientras que las primeras son identidades y, por tanto, carece de sentido dicha comprobación.

Desde un punto de vista formal, que no suele coincidir en su totalidad con el experimental que, como ya hemos visto, divide a las unidades en primarias y secundarias, las unidades se clasifican en básicas y derivadas. *Unidades básicas o fundamentales* son aquellas que pueden obtenerse con independencia de las demás unidades. Por el contrario, *unidades derivadas* son aquellas que se obtienen a partir de las unidades básicas mediante operaciones algebraicas, las mismas que relacionan entre sí a las diferentes magnitudes. El conjunto de unidades básicas y derivadas constituye lo que se conoce como un *sistema de unidades*.

El proceso de elegir las magnitudes básicas es puramente arbitrario, de hecho en él han intervenido tanto formalismos teóricos como criterios prácticos. Los primeros se centran en la elegancia del modelo matemático que queramos aplicar al fenómeno; los segundos en criterios metrológicos, es decir, en criterios que pretenden que la realización de la unidad sea lo más práctica posible y su incertidumbre la menor posible. De hecho no todas las unidades básicas tienen la misma fiabilidad e incertidumbre al ser reproducidas y diseminadas. Las convenciones internacionales, como la Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) o el Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM), son las que tratan de normalizar el uso de estos sistemas.

Los coeficientes de proporcionalidad, como por ejemplo la constante de gravitación ( $G$ ,  $F=GMm/d^2$ ) o la constante de la ley de Newton, también llamada de inercia ( $C$ ,  $F=Cma$ ), que dependen de la elección de las unidades fundamentales y de las *correlaciones determinantes* (definiciones o leyes) reciben el nombre de *constantes universales*, para distinguirlas de las constantes que caracterizan las propiedades de algunas sustancias llamadas *constantes específicas*. Cada vez que se decide que una constante universal sea 1 (y, por tanto, que carezca de dimensiones) reducimos en uno el número de magnitudes fundamentales a partir de las cuales se definen las demás magnitudes. Por ejemplo, si la constante de gravitación y la de inercia se igualan a 1, la masa sería una magnitud derivada de la longitud y el tiempo. A la inversa, cuanto mayor sea el número de unidades fundamentales, más constantes universales figurarán en las fórmulas. O si se prefiere, la reducción del número de unidades básicas va acompañada obligatoriamente de una reducción del número de constantes universales.

Una gran cantidad de unidades fundamentales dificulta retenerlas en la memoria y prolonga los cálculos, además del problema que representa tener que establecer patrones para todas ellas. Por otro lado, un número demasiado pequeño limita la posibilidad de construir unidades

derivadas, en el sentido de que muchas de ellas resultan ser o demasiado grandes o demasiado pequeñas, y por consiguiente, poco cómodas en la práctica. En definitiva, la exigencia primordial que se debe plantear a un sistema de unidades es que debe ser lo más cómodo posible para fines prácticos en todas las ramas de la ciencia y de la técnica. La dificultad de lograr este propósito dio pie a que surgieran sistemas de tipo particular que se utilizan en una u otra esfera concreta de la ciencia. Sobre la base de lo anteriormente expuesto se construyeron los sistemas de unidades siguientes, de los cuales solamente pueden considerarse universales el Sistema Internacional y, en menor medida, el Sistema Cegesimal:

**Sistema Técnico (MKgfS):** Se establecieron como unidades fundamentales la unidad de longitud, el metro (m); la unidad de fuerza, el kilogramo fuerza (kgf); y la unidad de tiempo, el segundo (s). De esta manera este sistema comprendía solo unidades geométricas y mecánicas.

**Sistema Cegesimal (CGS):** Se aceptaron como unidades fundamentales la unidad de longitud, el centímetro (cm); la unidad de masa, el gramo (g); y la unidad de tiempo, el segundo (s). Este sistema se extendió a las mediciones eléctricas y magnéticas dividiéndose en dos sistemas independientes, uno de ellos aplicado a las interacciones electrostáticas que recibió el nombre de CGSE (u.e.e. CGS o cegesimal electrostático), y otro aplicado a las interacciones electromagnéticas llamado CGSM (u.e.m. CGS o cegesimal electromagnético).

**Sistema Internacional (SI):** Como unidades fundamentales se establecieron la unidad de longitud, el metro (m); la unidad de masa, el kilogramo (kg); la unidad de cantidad de sustancia, el mol (mol); la unidad de tiempo, el segundo (s); la unidad de intensidad de corriente eléctrica, el amperio (A); la unidad de temperatura termodinámica, el kelvin (K); y la unidad de intensidad luminosa, la candela (cd). La idea para establecer las unidades básicas de este sistema, aparte de consideraciones de índole histórica y de índole práctica, fue introducir una magnitud fundamental por cada rama de la Física (mecánica: kg, m, s; electromagnetismo: A; termodinámica: K; química física: mol; y óptica: cd), o, si se prefiere, introducir una magnitud por cada conjunto de fenómenos físicos del mismo tipo que debían ser explicados por los modelos.

Se denomina *coherente* a todo conjunto completo de unidades que permite expresar todos los conceptos físicos y aplicar leyes y relaciones sin tener en cuenta ningún tipo de factor o cambio de escala. Es decir, al aplicar una fórmula física se obtiene un resultado numérico con unidades de dicho conjunto, si las magnitudes que intervienen en la fórmula también han sido expresadas mediante las unidades correspondientes. Así, por ejemplo, los tres sistemas anteriores son coherentes respecto a la ecuación de Newton, y no lo es un sistema con unidades básicas de metro, kilogramo, segundo, kilogramo fuerza, puesto que en dicha fórmula debería aparecer un factor de conversión  $1/9.81$ . Por este motivo, al escribir las ecuaciones de las leyes físicas no se mencionan las unidades, ya que, se sobreentiende que se usan sistemas coherentes.

Finalmente diremos que el SI es el sistema al que el alumno debe prestar una atención preferencial frente a los otros dos, CGS y técnico, que aunque también se analizan a continuación, son de menor utilización.

## 0.6. Sistema Internacional de Unidades (SI)

La Resolución 12 de la XI CGPM (1960) adoptó el nombre de Sistema Internacional de Unidades (SI) para el conjunto de unidades que describimos a continuación. La ley 88/1967 declara de uso legal en España el denominado Sistema Internacional de Unidades.

Dentro de la mecánica se eligieron tres magnitudes básicas: longitud, masa y tiempo; el electromagnetismo añadió el concepto de intensidad de corriente eléctrica; la termodinámica, el de temperatura; la química física incluyó la magnitud cantidad de sustancia; y la óptica, la intensidad luminosa. En el Sistema Internacional (SI) se distinguen tres clases de unidades: las unidades básicas o fundamentales, que son las unidades de las magnitudes anteriormente expuestas, las unidades derivadas y las unidades suplementarias.

### 0.6.1. Unidades Básicas o Fundamentales

Las definiciones que rigen actualmente para las unidades básicas del SI son las siguientes:

Unidad de longitud.- El metro es la longitud del trayecto recorrido por la luz en el vacío durante el tiempo de  $1/299\,792\,458$  segundos [XVII CGPM (1983)].

Unidad de masa.- El kilogramo es la masa del prototipo internacional de platino, aleado al 10% con iridio, que se conserva en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas situada en Sévres (Francia) [I CGPM (1889)].

Unidad de tiempo.- El segundo es la duración de  $9\,129\,631\,770$  períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133 ( $^{133}\text{Cs}$ ) [Resolución 1 de la XIII CGPM (1967)].

Unidad de corriente eléctrica.- El amperio es la intensidad de una corriente constante que, mantenida en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y colocados a una distancia de un metro el uno del otro en el vacío, produce entre estos conductores una fuerza igual a  $2 \cdot 10^{-7}$  newton por metro de longitud [Resolución 2 de la CIPM (1946) aprobada por la IX CGPM (1948)].

Unidad de temperatura termodinámica.- El kelvin, unidad de temperatura termodinámica, es la fracción  $1/273.16$  de la temperatura termodinámica del punto triple del agua [Resolución 4 de la XIII CGPM (1967)]. En la misma conferencia también se estableció que la unidad kelvin y su símbolo debían ser utilizados para expresar un intervalo o una diferencia de temperatura.

La escala termodinámica Kelvin se corresponde con la escala absoluta Celsius o Centígrada cuya unidad es el grado centígrado ( $^{\circ}\text{C}$ ):  $t (^{\circ}\text{C}) = T (\text{K}) - 273.15$ .

Unidad de cantidad de sustancia.- El mol es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en  $0.012$  kg de carbono 12 ( $^{12}\text{C}$ ). Cuando se emplea el mol, las entidades elementales deben ser especificadas, y pueden ser átomos, moléculas, iones, electrones, otras partículas o agrupamientos especificados de tales partículas [Resolución 3 de la XIV CGPM (1971)].

Unidad de intensidad luminosa.- La candela es la intensidad luminosa, en la dirección perpendicular, de una superficie de  $1/600\,000$  metros cuadrados de un cuerpo negro a la temperatura de congelación del platino bajo la presión de  $101\,325$  newton por metro cuadrado [Resolución 5 de la XIII CGPM (1967)].

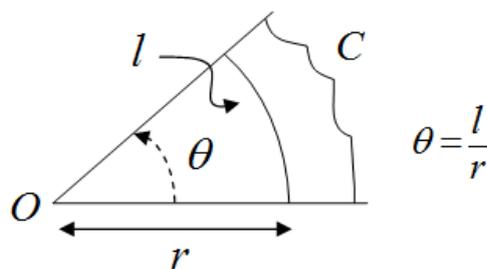
En la Tabla 0.1 se indican las magnitudes fundamentales junto con su nombre y símbolo.

Magnitud	Nombre	Símbolo
longitud	metro	m
masa	kilogramo	kg
tiempo	segundo	s
intensidad de corriente eléctrica	amperio	A
temperatura termodinámica	kelvin	K
cantidad de sustancia	mol	mol
intensidad luminosa	candela	cd

**Tabla 0.1:** Nombre y símbolo de las unidades fundamentales del SI.

### 0.6.2. Unidades Suplementarias

Este tipo de unidades no están ligadas con prototipos o constantes físicas, ni representan experiencias físicas. Son unidades adimensionales que se usan en las expresiones de las unidades derivadas para evitar confundir dos unidades diferentes que tengan las mismas dimensiones, por ejemplo, el radián por segundo y el número de oscilaciones por segundo.



**Figura 0.2:** Ángulo que subtiende una curva  $C$ .

Esta clase contiene solamente dos unidades geométricas: la unidad de ángulo plano denominada radián, y la unidad de ángulo sólido denominada estereorradián. Sus definiciones son [Resolución 12 de la XI CGPM (1960)]:

Unidad de ángulo plano.- El radián es el ángulo plano que, teniendo su vértice en el centro de un círculo, intercepta sobre la circunferencia de este círculo, un arco de longitud igual al radio.

El ángulo que subtiende la curva  $C$  de la Fig. 0.2 vista desde el punto  $O$  se obtiene dividiendo la longitud del arco de circunferencia que abarca entre el radio de la misma. Si el radio es la unidad, la longitud del arco de circunferencia mide numéricamente el ángulo.

Unidad de ángulo sólido.- El estereorradián es el ángulo sólido que, teniendo su vértice en el centro de una esfera, delimita sobre la superficie esférica correspondiente un área igual al radio de la esfera elevado al cuadrado.

El ángulo subtendido por la superficie curva  $C$  de la Fig. 0.3 visto desde el punto  $O$  es igual al área que deja en la esfera  $S$  partido por su radio al cuadrado. Si la esfera se escoge con radio unidad, el ángulo sólido coincidirá numéricamente con el valor del área con que la superficie  $C$  se ve desde el punto  $O$  sobre la esfera.

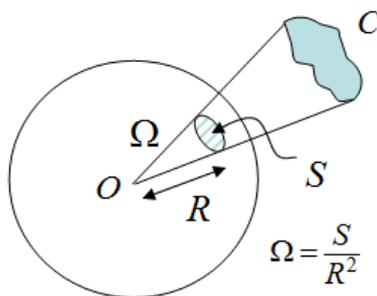


Figura 0.3: Ángulo sólido que subtiende la superficie  $C$ .

La forma operativa de obtener el ángulo sólido subtendido por una superficie  $S$  cualesquiera consiste en dividir ésta en pequeños diferenciales de superficie  $dS$  que puedan considerarse planos, calcular el diferencial de ángulo sólido subtendido por éstos e integrar para todos ellos.

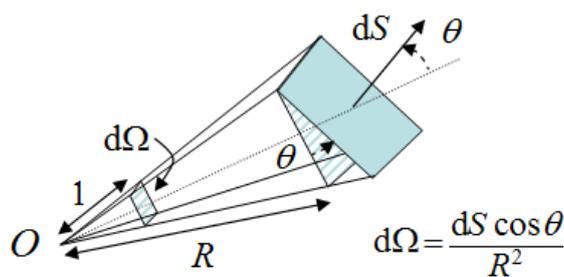


Figura 0.4: Ángulo sólido que subtiende un diferencial de superficie.

Para calcular el ángulo sólido subtendido por un  $dS$  como el de la Fig. 0.4 se debe proyectar éste en la dirección que une el punto  $O$  y el diferencial. En la figura dicha proyección tomaría el valor de  $dS \cos \theta$ . El diferencial de ángulo sólido subtendido será entonces el cociente entre esta proyección y la distancia al cuadrado que une el punto  $O$  y el diferencial de superficie. El ángulo sólido subtendido por la superficie  $S$  se definirá entonces como  $\Omega = \int_S \vec{R} \cdot d\vec{S} / R^3$ , donde  $\vec{R}$  es el vector que une el punto  $O$  y el diferencial de superficie.

Magnitud	Nombre	Símbolo
ángulo plano	radián	rad
ángulo sólido	estereorradián	sr

**Tabla 0.2:** Nombre y símbolo de las unidades suplementarias del SI.

Los nombres y símbolos de las unidades suplementarias se indican en la Tabla 0.2.

### 0.6.3. Unidades Derivadas

Las unidades derivadas se obtienen multiplicando y dividiendo las unidades básicas y suplementarias. Algunas de estas unidades han recibido un nombre y un símbolo especial. Estos a su vez pueden utilizarse para expresar otras unidades derivadas de una forma más simple y fácil de deducir que utilizando las unidades básicas. En el presente apartado presentamos un compendio de las unidades de uso más común para un ingeniero de especialización aeronáutica (Tabla 0.3).

Magnitud	Equivalencia	Nombre, Símbolo
superficie	$m^2$	
aceleración	$m/s^2$	
aceleración angular	$rad/s^2$	
fuerza	$(kg \cdot m)/s^2$	newton, N
presión, tensión	$N/m^2$	pascal, Pa
energía, trabajo, calor, entalpía	$N \cdot m$	julio, J
potencia	$J/s$	vatio, W
carga eléctrica	$s \cdot A$	culombio, C
potencial eléctrico, fuerza electromotriz	$W/A$	voltio, V
resistencia	$V/A$	ohmio, $\Omega$
inducción magnética	$Wb/m^2$	tesla, T
frecuencia	$1/s$	hertz, Hz

**Tabla 0.3:** Nombre, símbolo y equivalencia de unidades derivadas de uso frecuente del SI.

### 0.6.4. Múltiplos y Submúltiplos Decimales

Los nombres y prefijos para formar los múltiplos y submúltiplos decimales de las unidades del SI se indican en la Tabla 0.4. Los símbolos de los prefijos se expresarán en caracteres romanos rectos, sin espacio entre el símbolo del prefijo y el símbolo de la unidad. No se pueden crear prefijos compuestos formados por la yuxtaposición de varios prefijos, es decir, se puede escribir 1 nm pero no 1 m $\mu$ m. Si un símbolo que contiene un prefijo se halla afectado por un exponente, el múltiplo o submúltiplo de la unidad también estará elevado a la potencia que indica el exponente. Por ejemplo, 1 mm<sup>3</sup> = 10<sup>-9</sup>m<sup>3</sup> o 1 cm<sup>-1</sup> = 10<sup>2</sup> m<sup>-1</sup>.

En general, se recomienda utilizar solo los prefijos correspondientes a factores cuyos exponentes sean múltiplos de 3. El valor del número que representa una medida se recomienda que se halle comprendido entre 1 y 1 000. Así, por ejemplo, en lugar de 30 000 m, debe escribirse 30 km.

Por razones históricas se ha respetado el nombre de kilogramo para una unidad fundamental, a pesar de que el nombre contiene un prefijo. Por ello, y para evitar errores, los múltiplos y submúltiplos decimales de la unidad de masa se forman añadiendo prefijos a la palabra gramo. Así, 1 Mg = 10<sup>3</sup>kg y 1 mg = 10<sup>-6</sup> kg.

Múltiplos			Submúltiplos		
Factor	Símbolo	Prefijo	Factor	Símbolo	Prefijo
10 <sup>18</sup>	E	exa	10 <sup>-1</sup>	d	deci
10 <sup>15</sup>	P	peta	10 <sup>-2</sup>	c	centi
10 <sup>12</sup>	T	tera	10 <sup>-3</sup>	m	mili
10 <sup>9</sup>	G	giga	10 <sup>-6</sup>	$\mu$	micro
10 <sup>6</sup>	M	mega	10 <sup>-9</sup>	n	nano
10 <sup>3</sup>	k	kilo	10 <sup>-12</sup>	p	pico
10 <sup>2</sup>	h	hecto	10 <sup>-15</sup>	f	femto
10 <sup>1</sup>	da	deca	10 <sup>-18</sup>	a	atto

Tabla 0.4: Símbolo y prefijos de múltiplos y submúltiplos.

### 0.6.5. Normas Generales

Los símbolos de las unidades no deben ir seguidos de un punto y permanecen invariables en plural. Nótese que los símbolos de las unidades se expresan en caracteres romanos minúsculos, salvo los que derivan de nombres propios cuya inicial es un carácter romano mayúsculo.

En los números, la coma (o el punto según el uso británico) se utilizará solamente para separar la parte entera de la parte decimal. Para facilitar la lectura, los números podrán dividirse

en grupos de tres cifras, y estos grupos no se separarán por puntos ni por comas; por ejemplo, es correcto escribir 1 650 763.73.

El producto entre números suele indicarse principalmente con un aspa  $\times$ , entre variables con un punto medio  $\cdot$  (o incluso eliminarse si no existe confusión), mientras que el producto entre unidades debe indicarse con un punto. Este punto puede suprimirse en el caso de que no pueda haber confusión posible con otro símbolo de unidad. Por ejemplo  $N \cdot m$  o  $Nm$  o  $m \cdot N$  pero no  $mN$ .

Cuando una unidad derivada es cociente de otras dos, se puede utilizar la barra oblicua, la barra horizontal o las potencias negativas, por ejemplo, son válidos  $m/s$  o  $m \cdot s^{-1}$ . Nunca se debe introducir en una misma línea más de una barra oblicua a menos que se coloquen los paréntesis correspondientes para evitar toda ambigüedad posible. Así, es posible escribir  $m/s^2$  o  $m \cdot kg/(s^2 \cdot A)$  pero no  $m/s/s$  o  $m \cdot kg/s^2/A$ .

Finalmente acabaremos mencionando unas recomendaciones tipográficas. Cuando una letra represente un número conocido o desconocido se recomienda usar cursiva. Por el contrario, se usará letra ordinaria cuando se trate de símbolos de unidades ( $m$ ,  $N$ , ...), químicos ( $Fe$ ,  $C$ , ...) o matemáticos ( $\sin$ ,  $\cos$ , ...). Para representar vectores se usarán letras negritas preferentemente cursivas o también variables cursivas con la flecha de vector encima.

### 0.6.6. Constantes Universales

Como ya dijimos existen constantes que dependen de la naturaleza del sistema (constantes características o específicas); y otras que no dependen y que son propias del sistema de unidades en cuestión (constantes universales), ya que en otro sistema de unidades pueden haberse eliminado de las leyes fundamentales. En el sistema internacional son universales la constante de gravitación, el número de Avogadro, la constante de Boltzmann, la constante de Planck, la velocidad de la luz en el vacío y la permitividad eléctrica del vacío, así como cualquier otra constante que se obtenga de las anteriores como la constante de los gases ( $R = kN_A$ ) o la permeabilidad del vacío ( $\mu_0 = 1/(\epsilon_0 c^2)$ ). En la Tabla 0.5 mostramos en unidades del SI los valores de las constantes anteriores. También indicamos el símbolo empleado más frecuentemente para referirse a las mismas.

Nombre y Símbolo	Valor y Unidades
Cte. de gravitación universal, $G$	$6.672\ 59 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$
Velocidad de la luz en el vacío, $c$	$2.997\ 924\ 58 \cdot 10^{+8} m \cdot s^{-1}$
Cte. de Boltzmann, $k$	$1.380\ 658 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$
Número de Avogadro, $N_A$	$6.022\ 136\ 7 \cdot 10^{+23} mol^{-1}$
Cte. de Planck, $h$	$6.626\ 075\ 5 \cdot 10^{-34} J \cdot s$
Permitividad del vacío, $\epsilon_0$	$8.854\ 187\ 817 \cdot 10^{-12} C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}$

**Tabla 0.5:** Valor y unidades de las constantes universales del SI.

## 0.7. Sistema Cegesimal (CGS)

Este sistema fue establecido por el Congreso de Electricidad celebrado en París en el año 1881. Designó como magnitudes fundamentales la longitud, la masa y el tiempo, y como unidades fundamentales el centímetro, el gramo y el segundo, respectivamente. El sistema de unidades electrostático (u.e.s.) se formuló posteriormente haciendo la constante de la ley de Coulomb igual a 1. Por su parte, el sistema de unidades electromagnético (u.e.m.) surgió estableciendo que la constante de la ley de Ampère (ley que da la fuerza por unidad de longitud,  $F/l$ , entre dos cables conductores rectilíneos indefinidos separados una distancia  $d$  recorridos por una corriente  $I$ ,  $F/l=CI^2/d$ ) debía ser igual a 2. La ampliación del sistema de unidades electrostático para tratar problemas electromagnéticos cambió el factor de proporcionalidad anterior por  $2/c^2$ , siendo  $c$  la velocidad de la luz en el vacío, y condujo a la elaboración del sistema de unidades gaussiano, muy utilizado actualmente en física teórica. Este sistema cuenta con la ventaja de que la permitividad y la permeabilidad del vacío valen la unidad y, por tanto, que el desplazamiento resulta igual al campo eléctrico, y la inducción al campo magnetizante.

### 0.7.1. Unidades Derivadas

Como principales unidades derivadas de este sistema podemos citar las siguientes:

-La unidad de fuerza es la dina (dyn) la cual se define como  $1 \text{ g}\cdot\text{cm}/\text{s}^2$ .

-La unidad de presión es la baria (baria) que se define como la presión que ejerce la fuerza de una dina sobre una superficie de un centímetro cuadrado ( $\text{dyn}/\text{cm}^2$ ). Como la baria es una unidad muy pequeña se definió un múltiplo llamado bar o megabar que equivale a  $10^6$  barias, y un submúltiplo de ésta llamado milibar (mbar) que equivale a  $10^3$  barias.

-La unidad del trabajo es el ergio (erg) que equivale a una  $\text{dyn}\cdot\text{cm}$ .

-La última de las unidades mecánicas notable es la potencia, ésta se mide en  $\text{erg}/\text{s}$ .

Magnitud	Unidad	Símbolo	Equivalencia
fuerza	dina	dyn	$10^{-5} \text{ N}$
presión	baria	baria	$10^{-1} \text{ Pa}$
energía	ergio	erg	$10^{-7} \text{ J}$

**Tabla 0.6:** Símbolo, unidad y equivalencia en el SI de unidades derivadas del sistema CGS.

En la Tabla 0.6 aparecen diferentes unidades derivadas de tipo mecánico del sistema CGS que tienen un nombre especial.

## 0.8. Sistema Técnico (MKgfS)

Establece como magnitudes fundamentales la longitud, la fuerza y el tiempo, y como unidades fundamentales el metro, el kilogramo fuerza y el segundo, respectivamente. Las unidades de este sistema se utilizan fundamentalmente en ingeniería mecánica.

### 0.8.1. Unidades Básicas o Fundamentales

La única unidad fundamental de este sistema hasta ahora no definida es el kilogramo fuerza:

Unidad de fuerza.- El kilogramo fuerza o kilopondio es el peso del prototipo kilogramo patrón en Potsdam (Alemania), punto de la tierra en el que la aceleración de la gravedad tiene el valor  $g = 9.812\ 60\ \text{m s}^{-2}$  [XIII CIPM (1968)].

El kilogramo patrón tiene un valor constante independiente del lugar geográfico en que éste se encuentre. Sin embargo, si el kilogramo fuerza se definiera solo como el peso del kilogramo patrón, dependería del punto de la superficie terrestre donde éste se hallase, ya que, su valor es directamente proporcional al de la gravedad, y por tanto, variaría de la misma forma que lo hace ésta con la latitud geográfica y la altura ( $9.809\ 43\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$  en París,  $9.799\ 81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$  en Madrid, etc.). La equivalencia del kilogramo fuerza con el newton es  $1\ \text{kgf} = 9.812\ 60\ \text{N}$ . En general, se suele usar la aproximación  $1\ \text{kgf} \sim 9.81\ \text{N}$ .

### 0.8.2. Unidades Derivadas

Las principales unidades derivadas de este sistema son (Tabla 0.7):

-La masa en el sistema técnico se obtiene dividiendo la fuerza entre el valor de la gravedad. La unidad en este sistema es la llamada unidad técnica de masa (utm) y corresponde a una masa sobre la que actúa una fuerza de  $9.812\ 60\ \text{kgf}$  en Postdam.

-La presión se mide en kilogramos fuerza partido por metro cuadrado ( $\text{kgf}/\text{m}^2$ ).

-La unidad de trabajo o energía es el kilográmetro o kilopondímetro ( $\text{kgfm}$ ) que equivale a un  $\text{kgf}\cdot\text{m}$ .

-Por su parte, la potencia se mide en kilográmetros partido por segundo ( $\text{kgfm}/\text{s}$ ). Sin embargo, en la industria se usa con bastante frecuencia el caballo de vapor (CV) que equivale a  $75\ \text{kgfm}/\text{s}$ .

Magnitud	Unidad	Equivalencia
masa	utm	$9.81\ \text{kg}$
presión	$\text{kgf}/\text{m}^2$	$9.81\ \text{Pa}$
energía	kgfm	$9.81\ \text{J}$
potencia	$\text{kgfm}/\text{s}$	$9.81\ \text{W}$

**Tabla 0.7:** Algunas unidades derivadas del sistema técnico y equivalencia aproximada en el SI.

## 0.9. Análisis de los Sistemas de Unidades

El sistema CGS, en su concepción, es un sistema lógico y simple. Existe ya desde hace más de 100 años y es ampliamente utilizado. Cuando se describen fenómenos electromagnéticos en este sistema existe solamente una constante, la velocidad de la luz, cuya presencia es conveniente en la teoría electromagnética de la luz y en la teoría de la relatividad, de cara sobre todo a la interpretación de resultados. Tiene como inconveniente que, en instrumentos de medida, no se emplean directamente la mayoría de sus unidades de tipo eléctrico, esto hace que sean obligadas las conversiones entre las medidas de éstos (unidades SI) y las unidades CGS, conversiones con factores bastante incómodos. De carácter también universal debido a su elaboración es el Sistema Internacional (SI). Este sistema se forjó uniendo las unidades mecánicas a las unidades eléctricas y magnéticas usando dos constantes: la permitividad y la permeabilidad. Este hecho hace perder la homogeneidad a las magnitudes campo eléctrico, campo magnetizante, inducción magnética y desplazamiento eléctrico, en contra de su propio sentido físico. Sin embargo, como ventajas debe resaltarse la circunstancia de que antes de su génesis sus unidades se utilizaban ya en las escalas de los instrumentos de medida; y que la energía de los sistemas mecánicos y de los sistemas eléctricos y magnéticos se mide en la misma unidad.

El sistema MKgfS es el más antiguo de todos los sistemas y cuenta con la limitación principal de que su ámbito de aplicación se restringe solamente a mediciones de tipo mecánico: resistencia de materiales y tecnología mecánica. Este sistema tiene la desventaja de la confusión entre el kilogramo fuerza, que en muchas ocasiones se abrevia kilogramo, y el kilogramo. Es útil porque en general suele ser una ventaja comparar los resultados directamente con la fuerza de atracción gravitatoria. También es interesante porque las tensiones mecánicas se expresan en cantidades razonables, ni muy grandes ni muy pequeñas, a diferencia de lo que ocurre en el SI donde los valores normales que se manejan son muy grandes. Sin embargo, debido a la continua proliferación de sistemas electromecánicos su uso es cada vez menor, ya que, la potencia de máquinas mecánicas se expresa en este sistema en distintas unidades de las que se utilizan para las máquinas electromagnéticas (unidades SI o CGS), obligando a continuos cambios de sistema.

Finalmente diremos que otros tres sistemas de unidades como el atómico (o de Hartree), el natural o el natural geometrizado son de un rango de aplicación muy limitado con unidades derivadas que no se usan en la práctica y dependientes de la exactitud en la medida de ciertas constantes. En el primero de los sistemas, que es muy utilizado en el estudio de átomos y moléculas, se igualan a 1 la constante de Planck reducida, la masa y la carga del electrón, ya que, estas magnitudes se convierten en unidades básicas. En el segundo, muy usado en el estudio de partículas subnucleares, se hacen 1 la constante de Planck reducida, la velocidad de la luz y una tercera magnitud que puede ser o bien la masa del electrón o bien el electronvoltio (unidad de energía). En el último sistema, muy utilizado en problemas cosmológicos, se igualan a 1 la constante de Planck reducida, la velocidad de la luz, la constante de gravitación y la constante de Boltzmann.

## 0.10. Órdenes de Magnitud

Cuando resolvemos un problema y analizamos el resultado de algún cálculo es conveniente disponer de alguna estimación o criterio que nos permita comprobar la no falsedad (no necesariamente la veracidad) del mismo.

Un método muy empleado, ya que su aplicación es directa y muy simple, consiste en redondear el valor numérico del resultado a la *potencia de 10 más próxima*, es decir, obtener su *orden de magnitud*. Conocido este orden de magnitud podemos ya emitir un juicio o tomar alguna determinación.

Parámetro	Orden de Magnitud
Radio del átomo	$10^{-10}$ m
Radio del protón	$10^{-15}$ m
Distancia Tierra-Sol	$10^{11}$ m
Masa del electrón	$10^{-30}$ kg
Carga del electrón	$10^{-19}$ C
Masa de la Tierra	$10^{25}$ kg
Radio de la Tierra	$10^7$ m
Radio del Sol	$10^9$ m
Constante de gravitación	$10^{-10}$ N·m <sup>2</sup> ·kg <sup>-2</sup>
Número de Avogadro	$10^{24}$ mol <sup>-1</sup>

**Tabla 0.8:** Órdenes de magnitud de parámetros físico-químicos de uso frecuente.

En la vida cotidiana el uso de los órdenes de magnitud es muy frecuente. Así, utilizamos órdenes de magnitud para hacer comparaciones de forma aproximada. Por ejemplo, la masa de una persona adulta es del orden de 10 veces la masa de un bebé. En la Tabla 0.8 se indican, a título de ejemplo, algunos órdenes de magnitud.

## 0.11. Cambio de Unidades

Muchas veces es conveniente o necesario escribir el valor de una magnitud en unidades diferentes de las que está expresada, bien sea en múltiplos o submúltiplos dentro del mismo sistema, bien sea en unidades de otro sistema.

La forma más sencilla y segura de realizar esta operación consiste en multiplicar el valor disponible de la magnitud por uno o varios *factores de conversión*, hasta lograr que quede expresada en las unidades deseadas. Los factores de conversión son fracciones adimensionales

en las que el numerador y el denominador tienen distintas unidades. Por ejemplo, son factores de conversión:

$$\frac{1\text{m}}{10^3\text{mm}} \quad \frac{1\text{kgf}}{9.81\text{N}} \quad \frac{1\text{hora}}{3600\text{s}} \quad \dots \text{ etc.} \quad (0.1)$$

Ejemplos de aplicación son los siguientes:

1. Establecer la equivalencia entre las unidades de la potencia en el sistema CGS y en el SI, es decir, obtener el *factor de conversión* de esta magnitud entre las unidades de ambos sistemas.

En el sistema CGS, la potencia se mide en  $\text{erg/s} = (\text{dyn}\cdot\text{cm})/\text{s} = \text{g}\cdot\text{cm}^2\cdot\text{s}^{-3}$ .

En el SI, esta magnitud se mide en  $\text{W} = \text{J/s} = (\text{N}\cdot\text{m})/\text{s} = \text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}$ .

Sea  $B$  el factor que buscamos:  $1 \text{ g}\cdot\text{cm}^2\cdot\text{s}^{-3} = B \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}$ .

$$1\text{erg}\cdot\text{s}^{-1} = 1\text{erg}\cdot\text{s}^{-1} \frac{1\text{g}\cdot\text{cm}^2\cdot\text{s}^{-3}}{1\text{erg}\cdot\text{s}^{-1}} = 1\text{g}\cdot\text{cm}^2\cdot\text{s}^{-3} \quad (0.2)$$

$$1\text{g}\cdot\text{cm}^2\cdot\text{s}^{-3} = 1\text{g} \frac{1\text{kg}}{10^3\text{g}} \cdot 1\text{cm}^2 \frac{1\text{m}^2}{10^4\text{cm}^2} \cdot \text{s}^{-3} = 10^{-7}\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3} = 10^{-7}\text{W}$$

Por tanto, el factor buscado es  $B = 10^{-7}$ .

2. Deducir el factor de conversión de la potencia entre el sistema técnico y el sistema internacional.

En el sistema técnico, la potencia se mide en  $\text{kgf}\cdot\text{m/s} = \text{kgf}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Llamemos  $A$  al factor que buscamos, de esta manera se puede establecer la igualdad:  $1 \text{ kgf}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1} = A \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3}$ . En este caso los dos sistemas de unidades no tienen las mismas unidades básicas con lo cual es necesario desglosar las unidades de fuerza del sistema técnico en unidades de este sistema pero que sean fundamentales en el SI:  $1 \text{ kgf} = 1 \text{ utm}\cdot 1\text{m}\cdot 1\text{s}^{-2}$ .

$$1\text{kgf}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 1\text{kgf}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \frac{1\text{utm}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}}{1\text{kgf}} = 1\text{utm}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3} \quad (0.3)$$

$$1\text{utm}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3} = 1\text{utm} \frac{9.81\text{kg}}{1\text{utm}} \cdot 1\text{m}^2 \cdot 1\text{s}^{-3} = 9.81 \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-3} = 9.81\text{W}$$

Por tanto, el factor buscado es  $A = 9.81$ .

3. Expresar  $v = 700 \text{ km/h}$  en  $\text{m/s}$ :

$$v = 700 \frac{\text{km}}{\text{hora}} \cdot \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \cdot \frac{1\text{hora}}{3600\text{s}} = 194 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (0.4)$$

4. Expresar  $k = 4.0 \text{ kgf/mm}$  en el SI. En este caso usaremos el factor de conversión directa entre la unidad de fuerza del SI (N) y del sistema técnico (kgf):

$$k = 4.0 \frac{\text{kgf}}{\text{mm}} \cdot \frac{9.81\text{N}}{1\text{kgf}} \cdot \frac{1\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2}{1\text{N}} \cdot \frac{1000\text{mm}}{1\text{m}} = 39240 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} \quad (0.5)$$

Como recomendación práctica diremos que el alumno debe tender a memorizar el menor número de conversiones directas entre unidades derivadas, y sí a utilizar el procedimiento de transformar las unidades derivadas en fundamentales y aplicar entonces las conversiones.

## 0.12. Ecuaciones de Dimensión

Las magnitudes fundamentales para la mecánica y la electricidad en el SI son longitud, masa, tiempo e intensidad de corriente eléctrica. Estas magnitudes las vamos a representar por L, M, T, I. Es importante recalcar que estos símbolos representan magnitudes y no unidades.

La *dimensión* de cualquier otra magnitud mecánica o eléctrica se puede expresar explicitando su dependencia respecto de las magnitudes anteriores a través de una ecuación que recibe el nombre de *ecuación de dimensión*. Los ejemplos que siguen nos aclararán este aspecto:

$$\text{Velocidad:} \quad [v] = [d\vec{r}/dt] = [d\vec{r}] / [dt] = [l] / [t] = \text{LT}^{-1}$$

$$\text{Trabajo:} \quad [W] = \left[ \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \right] = [\vec{F}] [d\vec{r}] = [F] [l] = \text{L}^2\text{MT}^{-2}$$

$$\text{Carga eléctrica } (I = dq/dt): \quad [q] = [dq] = [I] \cdot [dt] = [I] \cdot [t] = \text{T} \cdot \text{I}$$

Por tanto, vemos que para escribir la ecuación de dimensión de una cierta magnitud  $A$  la encerramos entre corchetes,  $[A]$ , con lo que expresamos que el símbolo igual se refiere a la homogeneidad dimensional entre ambos miembros de la ecuación.

Las dimensiones de cada miembro de una fórmula física deben ser las mismas. Con otras palabras, las fórmulas físicas son invariantes respecto del sistema de unidades elegido (siempre que éste sea coherente). Veamos un ejemplo:

El período de un péndulo físico viene dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_o}{m g l}} \quad (0.6)$$

donde  $T$  es el período (tiempo de una oscilación),  $I_o$  es el momento de inercia,  $m$  es la masa,  $g$  la aceleración de la gravedad y  $l$  una longitud. Las ecuaciones de dimensión de cada una de las magnitudes que intervienen son:

$$[T] = \text{T}$$

$$[I_o] = \text{L}^2 \cdot \text{M}$$

$$[m] = \text{M}$$

$$[g] = \text{L} \cdot \text{T}^{-2}$$

$$[l] = L$$

y combinándolas según la fórmula es sencillo comprobar que se llega a una identidad.

Una utilidad no despreciable de esta propiedad es la *comprobación de la corrección dimensional de las fórmulas*. Las ecuaciones de dimensión sirven para comprobar que la fórmula que se obtiene como resultado de una serie de operaciones al resolver un problema es, al menos, dimensionalmente correcta. Consideremos el siguiente ejemplo:

Un estudiante obtiene la siguiente fórmula como respuesta al cálculo de la expresión de la intensidad de campo magnético producido por una esfera de radio  $R$  de densidad superficial de carga  $\sigma$  girando con una velocidad angular  $\omega$  constante en su centro:

$$B = \frac{2}{3} \mu_0 \omega \sigma \quad (0.7)$$

siendo  $\mu_0$  la permeabilidad magnética del vacío. El estudiante quiere comprobar si la ecuación es dimensionalmente correcta, pero no recuerda ni las dimensiones de  $B$  ni las de  $\mu_0$ , pero sí recuerda que la fórmula de la intensidad de campo creado por una corriente rectilínea  $I$  a una distancia  $d$  de ella es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi d} \quad (0.8)$$

de esta ecuación se obtiene que:

$$\left[ \frac{B}{\mu_0} \right] = L^{-1} I \quad (0.9)$$

de acuerdo con la expresión inicial:

$$\left[ \frac{B}{\mu_0} \right] = [\omega] [\sigma] = L^{-2} I \quad (0.10)$$

con lo que se llega a la conclusión de que en su resultado debe faltar una variable con las dimensiones de longitud. Repasando la resolución, observa que en un paso olvidó poner el radio  $R$ , con lo que llega al resultado correcto:

$$B = \frac{2}{3} \mu_0 \omega \sigma R \quad (0.11)$$

La dimensionalidad de las ecuaciones se puede aplicar para *deducir relaciones dimensionales* posibles entre magnitudes físicas cuando se desconoce la fórmula que las relaciona. Veámoslo con un sencillo ejemplo:

Supongamos que desconocemos la fórmula que nos da el período de un péndulo simple. Mediante experimentos observamos que el período puede depender de la masa, la longitud y la aceleración de la gravedad. Admitiendo una relación monomía escribiríamos:

$$T = f(C, m, l, g) = C \cdot m^a \cdot l^b \cdot g^c \quad (0.12)$$

siendo  $C$  una constante sin dimensiones, con lo que dimensionalmente se tiene:

$$[T] = L^{b+c} \cdot M^a \cdot T^{-2c} \quad (0.13)$$

y como  $[T] = T$  resulta:  $a = 0$  ;  $b+c = 0$  ;  $-2c = 1$ . Entonces:  $a = 0$  ;  $b = 1/2$  ;  $c = -1/2$  y por lo tanto, el período será:

$$T = C \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (0.14)$$

y el valor de la constante sin dimensiones  $C$  se determina experimentalmente y resulta ser  $2\pi$ .