



# FLUIDOS

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



## ÍNDICE



### CONCEPTOS BÁSICOS.

#### PRESIÓN

PRESIÓN ABSOLUTA, ATMOSFÉRICA Y MANOMÉTRICA

UNIDADES DE PRESIÓN

#### ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA FLUIDOESTÁTICA

#### ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTÁTICA

#### PRINCIPIO DE PASCAL

#### APLICACIONES

PARADOJA HIDROSTÁTICA

PRENSA HIDRÁULICA

SUPERFICIE LIBRE DE UN LÍQUIDO

EQUILIBRIO DE LÍQUIDOS NO MISCIBLES

VASOS COMUNICANTES

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





# ÍNDICE

## PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

HIDRÓMETRO (densímetro)

EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS SUMERGIDOS

EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS FLOTANTES

## TENSIÓN SUPERFICIAL

COEFICIENTE DE TENSIÓN SUPERFICIAL

EJEMPLOS

CONTACTO SÓLIDO-LÍQUIDO. CAPILARIDAD.

TUBOS CAPILARES

## FLUIDOS EN MOVIMIENTO

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

TEOREMA DE BERNOUILLI

APLICACIONES

## FLUIDOS REALES. VISCOSIDAD

NÚMERO DE REYNOLDS

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



# CONCEPTOS BÁSICOS

## FLUIDOESTÁTICA

(HIDROSTÁTICA (líquido) o AEROSTÁTICA (gas))

Estudia el comportamiento de los fluidos en reposo, en situación de equilibrio.

Un fluido en reposo solamente admite esfuerzos normales. Si hubiera acciones tangenciales no estaría en reposo.

## FLUIDODINÁMICA

(HIDRODINÁMICA o AERODINÁMICA)

Estudia el comportamiento y propiedades de los fluidos en movimiento.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





# CONCEPTOS BÁSICOS

## FLUIDO PERFECTO (o IDEAL)

Es aquél en el que no existen acciones tangenciales en su interior (esfuerzos cortantes), tanto si está en reposo como si está en movimiento. Además es incompresible.

## FLUIDO REAL (o VISCOSO)

Es aquél en el cual existen esfuerzos tangenciales cuando está en movimiento. A estas acciones tangenciales se las denomina fuerzas de viscosidad.



# CONCEPTOS BÁSICOS

## FLUIDO INCOMPRESIBLE

Si la densidad de un fluido no varía a lo largo de su movimiento, se dice que el fluido se comporta como incompresible y también que el movimiento o el régimen son incompresibles.

Si ocurre lo contrario, se dicen compresibles.

Los líquidos se comportan casi siempre como incompresibles.

Un gas se comporta como compresible o incompresible dependiendo de la velocidad de su movimiento.





# CONCEPTOS BÁSICOS

## FUERZAS DE COHESIÓN

Fuerzas que existen entre las moléculas de un líquido y son la causa de las agrupaciones moleculares.

## FUERZAS DE ADHERENCIA

Fuerzas entre la pared del recipiente que contiene un líquido y las moléculas de éste contiguas a la pared.

## COEFICIENTE DE COMPRESIBILIDAD ISOTERMA

Se define mediante la ecuación  $k = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$

y mide la variación unitaria del volumen respecto de la presión, a temperatura constante

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

7/67



# PRESIÓN

Mediante sencillos experimentos se puede comprobar que:

- Un fluido en reposo ejerce fuerzas sobre las paredes del recipiente que lo contiene.
- Una parte del fluido ejerce fuerzas sobre las contiguas y viceversa.
- Las fuerzas son normales a las superficies sobre las que actúan.
- No existen acciones tangenciales, porque si no el fluido no estaría en equilibrio.
- Las fuerzas están distribuidas en las superficies sobre las que actúan.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

8/67





# PRESIÓN

Se define la PRESIÓN mediante la fórmula

$$p = \frac{dF}{dS} \quad d\vec{F} = p d\vec{S}$$

La presión es un escalar isotrópico (la presión en un punto de un fluido es independiente de la dirección en la que se mide)

## PRINCIPIO DE SOLIDIFICACIÓN

Se puede tomar una porción de fluido, suponerla aislada del resto y, considerando las acciones que recibe tanto del exterior como de la parte de fluido restante, aplicarle las ecuaciones de la mecánica.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

9/67



## PRESIÓN



### PRESIÓN ATMOSFÉRICA, ABSOLUTA Y MANOMÉTRICA

La atmósfera terrestre es un fluido y, como tal, existe presión en su seno, que se manifiesta actuando sobre los cuerpos con los que está en contacto.

Esta presión se denomina PRESIÓN ATMOSFÉRICA

La presión real total, medible en cualquiera de los puntos de un fluido se denomina PRESIÓN ABSOLUTA

La mayoría de los aparatos destinados a medir la presión de un fluido, lo que realmente miden es la diferencia entre la presión absoluta del fluido y la presión atmosférica existente en el lugar en el que se hace la medida. Al valor obtenido se le denomina PRESIÓN MANOMÉTRICA

$$p_{manométrica} = p_{absoluta} - p_{atmosférica}$$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

10/67



## PRESIÓN



## UNIDADES DE PRESIÓN

SISTEMA INTERNACIONAL:

la unidad de presión es el pascal:  $1 Pa = 1 \frac{N}{m^2}$

SISTEMA CGS:

la unidad de presión es la baria:  $1 baria = 1 \frac{dyn}{cm^2}$

$$1 \text{ bar} = 10^6 \text{ barias}$$

$$1 \text{ milibar} = 10^{-3} \text{ bar} = 10^3 \text{ barias}$$



## PRESIÓN



## UNIDADES DE PRESIÓN

Otras unidades de presión, todavía usuales:

ATMÓSFERA FÍSICA (atm):

Presión ejercida por una columna de mercurio de 76 cm de altura, al nivel del mar y a la temperatura de 0° C.

cmHg, mmHg:

Presión ejercida por una columna de mercurio, de altura la que exprese la medida, al nivel del mar y a la temperatura de 0° C

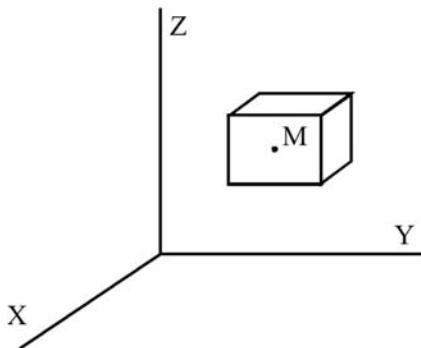
$$1 \text{ atm} = 76 \text{ cmHg} = 760 \text{ mmHg} = 1.0132 \text{ bar}$$

Torr:  $1 \text{ Torr} = 1 \text{ mmHg}$

ATMÓSFERA TÉCNICA (at): Es la presión ejercida por una fuerza de 1 kg-fuerza sobre una superficie de 1 cm²



# ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA FLUIDOESTÁTICA



En el seno de un fluido, se considera un punto  $M$  y alrededor de él, un elemento  $dV$  de fluido.

Siendo  $p$  la presión en  $M$ , y  $\vec{f}(f_x, f_y, f_z)$  la fuerza exterior total por unidad de masa sobre el fluido, se demuestra la relación:

$$\rho \vec{f} = \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k}$$

que es la ecuación fundamental de la fluidoestática.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

13/67



# ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA FLUIDOESTÁTICA



$$\vec{f} \rho dV = \text{fuerza exterior}$$

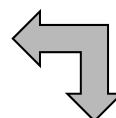
Eje x:

$$f_{2x} - f_{1x} + f_x \rho dV = 0$$

$$f_{1x} = \left( p(M) + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) dy dz$$

$$f_{2x} = \left( p(M) + \frac{\partial p}{\partial x} \left( -\frac{dx}{2} \right) \right) dy dz$$

$$\rho f_x = \frac{\partial p}{\partial x}; \quad \rho f_y = \frac{\partial p}{\partial y}; \quad \rho f_z = \frac{\partial p}{\partial z}$$



$$\rho \vec{f} = \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k} = \overrightarrow{\text{grad } p}$$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



# ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTÁTICA



Habitualmente trataremos con líquidos en reposo cerca de la superficie terrestre, con lo cual las fuerzas exteriores serán únicamente debidas a la acción de la gravedad

$$\vec{f} = -g \vec{k}$$

Con lo que la ecuación fundamental queda de la forma

$$dp = -\rho g dz$$

que es la forma reducida de la ecuación fundamental para el caso particular en el que el peso del líquido sea la única fuerza exterior actuante. En ella, el signo menos indica que la presión disminuye con la altura (parámetro  $z$ ).

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

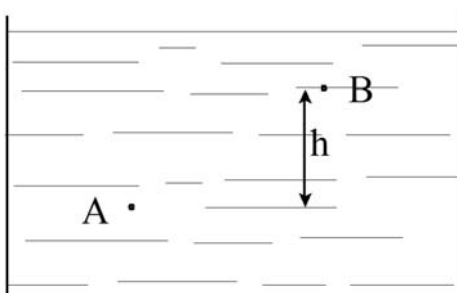
15/67



## PRINCIPIO DE PASCAL



La presión que se ejerce en alguna zona de un líquido en equilibrio se transmite en todas las direcciones



Se puede demostrar:

La ecuación fundamental de la hidrostática para un líquido, de densidad constante, en la superficie de la tierra, toma la forma

$$p + \rho g z = cte$$

que aplicada a dos puntos cualesquiera en el seno del líquido, separados por una distancia vertical  $h$

$$p_A - p_B = \rho g h$$

donde vemos, además, que la diferencia de presiones es independiente de la posición horizontal de los puntos.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

16/67





## PRINCIPIO DE PASCAL APLICACIONES



### PARADOJA HIDROSTÁTICA

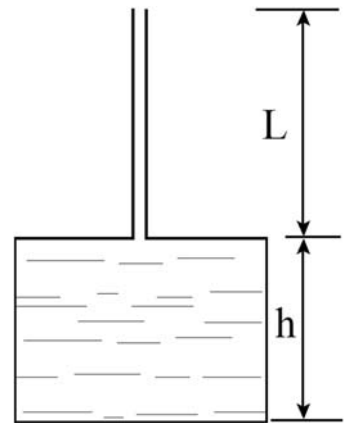
La presión en el fondo de una vasija no depende de la forma, sino solamente de la altura que alcanza el líquido

Si en el tubo no hay líquido, la presión en el fondo es

$$p_F = p_0 + \rho gh$$

Si llenamos el tubo de agua, el incremento de presión en el fondo es

$$\Delta p_F = \rho gL$$



Aproximadamente, si  $L=10\text{m}$  y el diámetro del tubo es de  $1\text{cm}^2$ , con 1 litro de líquido podemos crear una sobrepresión de  $10\text{ N/cm}^2$  con lo que la fuerza sobre cada  $\text{dm}^3$  del fondo aumenta en  $1000\text{ N}$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

17/67

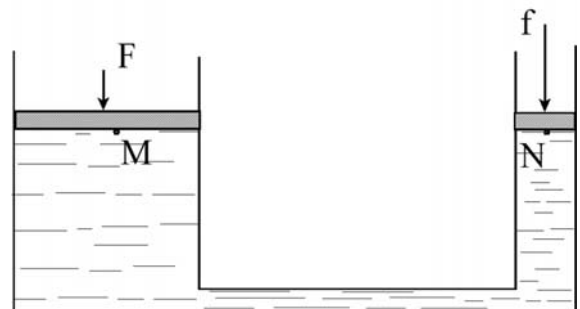


## PRINCIPIO DE PASCAL APLICACIONES



### PRENSA HIDRAÚLICA

En el dispositivo de la figura, el émbolo pequeño tiene una sección  $a$  y el émbolo grande una sección  $A$ . Los puntos M y N están a la misma presión.



Si se ejerce una fuerza  $f$  sobre el émbolo menor, para contrarrestarla habrá que ejercer una fuerza  $F$  sobre el otro émbolo, de modo que

$$\frac{f}{a} = \frac{F}{A} \Rightarrow F = f \frac{A}{a}$$

Una fuerza pequeña es capaz de generar otra mucho mas grande.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

18/67

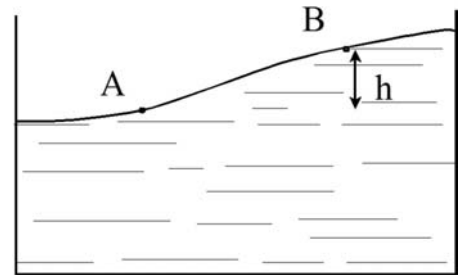


# PRINCIPIO DE PASCAL APLICACIONES



## SUPERFICIE LIBRE DE UN LÍQUIDO

Si un líquido está en equilibrio, su superficie libre es horizontal



Para demostrarlo, supongamos lo contrario, como se indica en la figura. Considerando las presiones en los puntos A y B,

$$\left. \begin{array}{l} p_A = p_0 \\ p_B = p_0 \\ p_A - p_B = \rho gh \end{array} \right\} \Rightarrow h = 0$$

luego A y B están sobre la misma horizontal.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

19/67

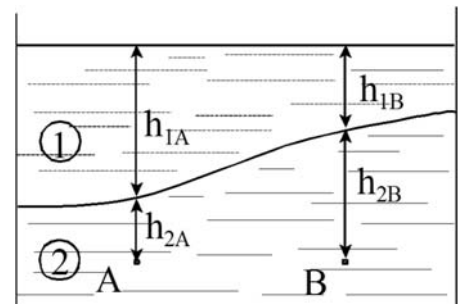


# PRINCIPIO DE PASCAL APLICACIONES



## EQUILIBRIO DE LÍQUIDOS NO MISCIBLES

La superficie de separación de dos líquidos no miscibles es también horizontal



Igualando presiones en los puntos A y B

$$\rho_1 g h_{1A} + \rho_2 g h_{2A} = \rho_1 g h_{1B} + \rho_2 g h_{2B}$$

Y simplificando  $\rho_1 (h_{1A} - h_{1B}) = \rho_2 (h_{2B} - h_{2A})$

Como  $h_{1A} - h_{1B} = h_{2B} - h_{2A} = \Delta h$

Si  $\rho_1 \neq \rho_2 \Rightarrow \Delta h = 0$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

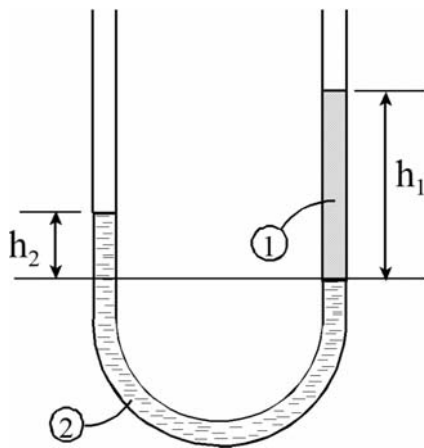
20/67



## PRINCIPIO DE PASCAL APLICACIONES



### VASOS COMUNICANTES



Si en un tubo en forma de U echamos líquido, alcanzará el mismo nivel en cada rama

Si echamos dos líquidos no miscibles, se dispondrán separados como se indica en la figura y alcanzarán alturas diferentes.

$$p = p_0 + \rho_1 g h_1 = p_0 + \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

Igualando presiones se obtiene la relación  $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{h_1}{h_2}$

ecuación que nos permite comparar y medir densidades si conocemos la densidad de uno de los líquidos

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

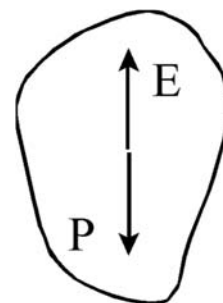
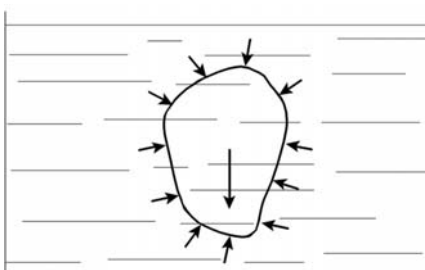
21/67



## PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



Todo cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido experimenta un empuje vertical hacia arriba igual al peso del fluido que desaloja



Porción de fluido en equilibrio:

El peso del fluido está equilibrado por la resultante de las fuerzas de presión que el resto del fluido ejerce sobre la parte aislada.

$$\text{Peso} = \text{Empuje} = \rho_0 g V$$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

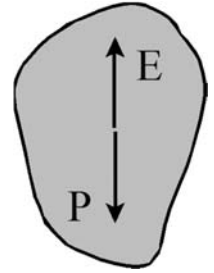
22/67



# PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



Si ahora colocamos un cuerpo de densidad  $\rho$  sumergido en el lugar que ocupaba la porción de fluido: Se llama EMPUJE hidrostático a la resultante de las fuerzas de presión que actúan sobre el sólido, que son las mismas que actuaban sobre la porción de fluido.



Se llama centro de empuje (o centro de presión) al punto de aplicación del empuje (en la figura hemos supuesto que coincide con el centro de gravedad).

$$\left. \begin{array}{l} \text{Peso} = \rho g V \\ \text{Empuje} = \rho_0 g V \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Peso aparente} = P - E = gV(\rho - \rho_0)$$

Si  $\rho > \rho_0 \Rightarrow$  se hunde

Si  $\rho = \rho_0 \Rightarrow$  equilibrio

Si  $\rho < \rho_0 \Rightarrow$  flota

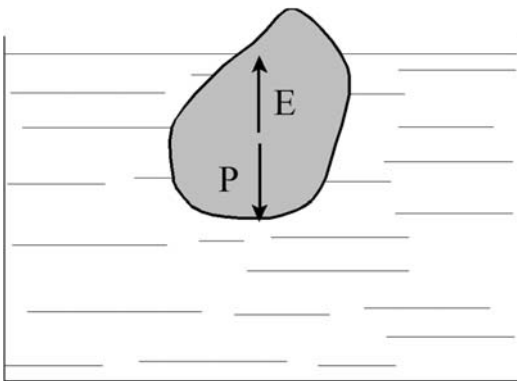
J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



# PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



VOLUMEN SUMERGIDO DE UN CUERPO FLOTANTE  
(el empuje se aplica en el centro de carena)



$V_s$  Volumen sumergido

$V$  Volumen total

Igualando Peso y Empuje se obtiene

$$\rho g V = \rho_0 g V_s \Rightarrow V_s = V \frac{\rho}{\rho_0}$$

$$\frac{V_s}{V} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

En el cálculo hemos despreciado el efecto de la presión atmosférica. Un iceberg sumerge en el agua un 88% de su volumen.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



## PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



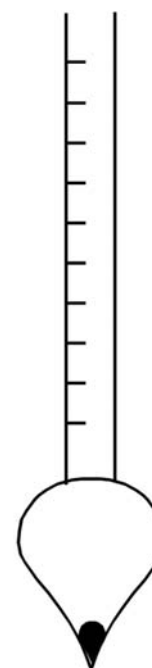
### HIDRÓMETRO (densímetro)

Aparato para medir densidades de líquidos.

Consta de un tubo cerrado por un extremo y lastrado.

Cuando se introduce en un líquido se hundirá tanto más cuanto menor sea la densidad del líquido.

Lleva una escala que permite medir directamente las densidades de los líquidos en los que se introduce.



J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

25/67



## PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



### EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS SUMERGIDOS

En algunas ocasiones, líquidos y sólidos son compresibles.

Su densidad aumenta con la presión.

En los líquidos, la densidad aumenta con la profundidad.

Caso de un sólido incompresible sumergido en un líquido compresible:

Si la densidad del sólido es menor que la del líquido, el sólido flotará.

Si la densidad del sólido es ligeramente mayor que la del líquido, descenderá en su seno hasta alcanzar una región en la que se igualen las densidades. Una vez alcanzada esta región, queda en equilibrio.

Este equilibrio es estable. Si desplazamos ligeramente hacia abajo el sólido, su peso se mantiene constante, pero el empuje aumenta al aumentar la densidad del líquido, con lo cual tiende a recuperar su posición.

El razonamiento inverso se aplica para un desplazamiento hacia arriba.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

26/67

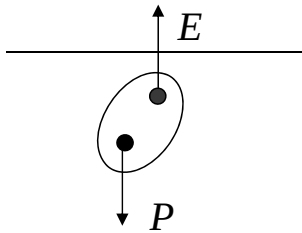


# PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



## EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS SUMERGIDOS

### Caso de líquido incompresible



El centro de empuje coincide con el centro de gravedad cuando el cuerpo es homogéneo.

En equilibrio  $E (= \rho_l g V) = P (= \rho g V)$  y el centro de empuje debe hallarse por encima del centro de gravedad para tener un equilibrio estable y estar un centro en la vertical del otro para evitar momentos.

Si existe equilibrio se dice indiferente, puesto que pequeños desplazamientos no son compensados y el sólido no es devuelto a su posición.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

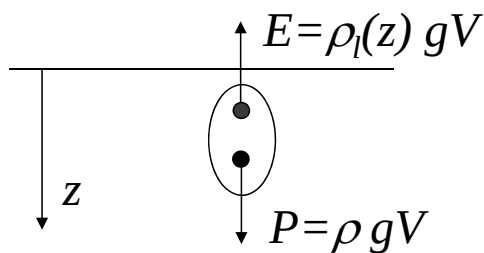
27/67



# PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



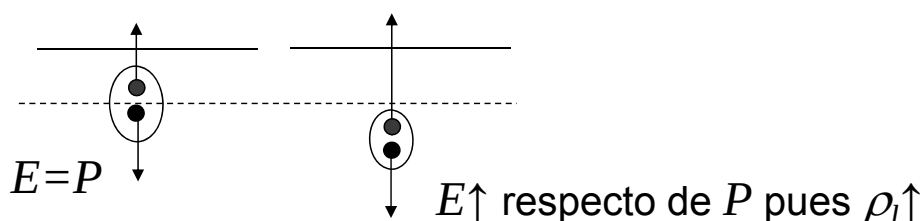
## EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS SUMERGIDOS



### Caso de líquido compresible

El sólido se hunde hasta que su densidad se iguala con la del líquido  $\rho = \rho_l(z)$ .  
(Los líquidos son algo compresibles, su densidad aumenta con  $z$ ).

El sólido tiene equilibrio estable, puesto que ante pequeños desplazamientos siempre recupera su posición.



J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

28/67



## PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



### EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS SUMERGIDOS

Veamos ahora el caso en que tanto el líquido como el sólido sean compresibles. Si sus densidades son ligeramente diferentes, supongamos que el sólido se ha situado ya en una región donde ambas densidades son iguales y analicemos el tipo de equilibrio alcanzado.

Para ello, como es habitual, desplazemos ligeramente hacia abajo el sólido.

Veamos dos casos:

**El sólido es menos compresible que el líquido:**

La presión aumenta, el volumen del sólido disminuye y su densidad aumenta, pero aumenta menos que la del líquido, con lo que el empuje aumenta y el equilibrio es estable.

**El sólido es más compresible que el líquido:**

Por análogo razonamiento se llega a la conclusión de que el equilibrio es inestable. Cualquier perturbación lleva al sólido al fondo o a la superficie.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

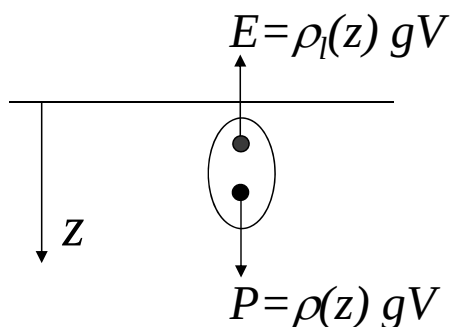
29/67



## PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



### EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS SUMERGIDOS

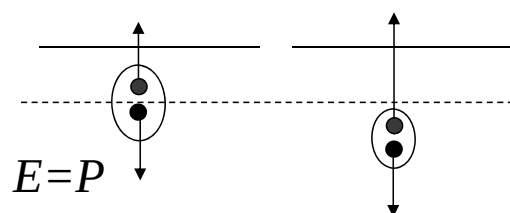


Caso de líquido y sólido compresible

El sólido se hunde hasta que su densidad se iguala con la del líquido  $\rho(z) = \rho_l(z)$ .

El sólido tiene equilibrio estable, puesto que ante pequeños desplazamientos siempre recupera su posición si su densidad varía menos que la del líquido.

Un submarino es más compresible, pues usa aire para subir y bajar, y tiene equilibrio inestable.



$E \uparrow \uparrow$  que  $P \uparrow$  pues  $\rho_l \uparrow \uparrow$  que  $\rho \uparrow$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

30/67



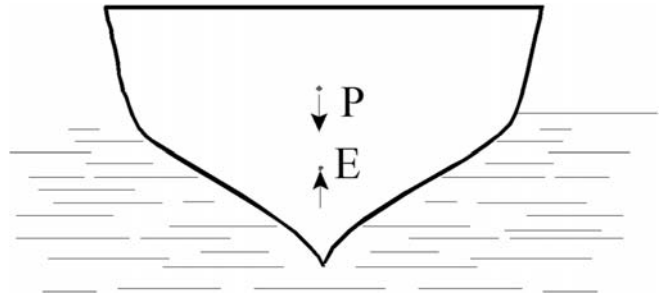
## PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



### EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS FLOTANTES

En los cuerpos flotantes el empuje es siempre igual al peso.  
El centro de gravedad es fijo.  
El centro de carena o de empuje varía de posición al variar la forma de la parte sumergida.

En situación de equilibrio ambos centros están sobre la misma vertical.



El equilibrio es estable frente a movimientos verticales ya que un ligero hundimiento conlleva un aumento del empuje.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

31/67



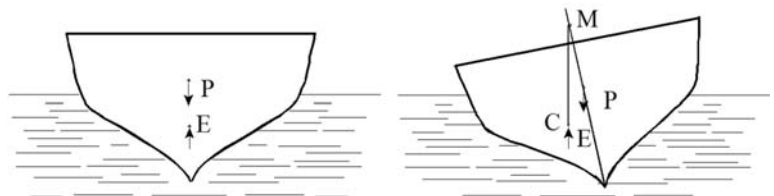
## PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



### EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS FLOTANTES

Veamos que ocurre respecto a movimientos de balanceo.

En estos cuerpos flotantes el centro de empuje se suele situar por debajo del centro de gravedad, lo que no impide la estabilidad.



Si el barco está sometido a un balanceo, el centro de carena se desplaza y para que exista equilibrio estable, esto es, para que el barco vuelva a su posición y no vuelque, es suficiente que el punto de intersección  $M$  del eje del buque con la vertical que pasa por el centro de carena esté por encima del centro de gravedad.

El punto  $M$  se llama metacentro.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

32/67

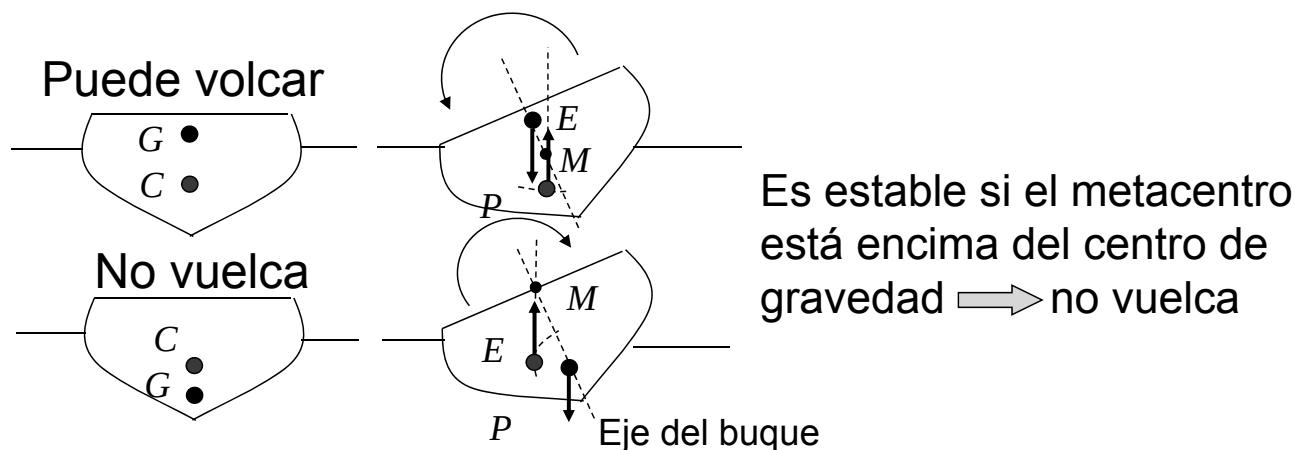




# PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES



## EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS FLOTANTES



Equilibrio  $E=P$   $\Rightarrow$  Si se hunde aumenta  $E$  pues aumenta el  $V$  de la parte sumergida  $\Rightarrow$  asciende

$M$  = Metacentro: Intersección de la vertical que pasa por  $C$  (centro de carena) y corta al eje del buque.

Debe estar encima de  $G$  (centro de gravedad).

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

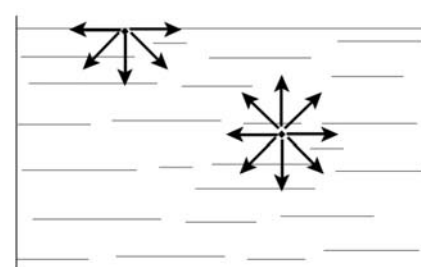
33/67



## TENSIÓN SUPERFICIAL



En la superficie libre de los líquidos se da el fenómeno llamado tensión superficial. Aparentemente, la superficie se comporta como si fuera una membrana en tensión, pero una membrana especial en la cual la fuerza tangencial es constante e independiente de que se estire la superficie o no.



Las moléculas situadas en el interior del líquido están sometidas a fuerzas de atracción por parte de las circundantes, fuerzas que por simetría se anulan.

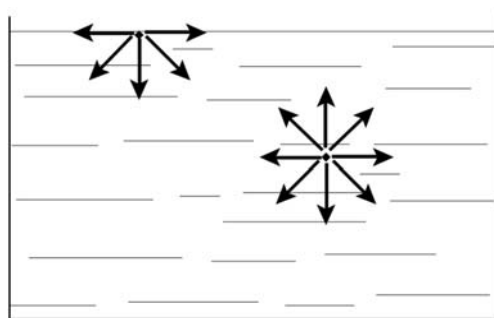
J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

34/67





# TENSIÓN SUPERFICIAL



Las moléculas situadas en la superficie o sus proximidades están sometidas a fuerzas cuya resultante tiende a llevarlas hacia el interior para lo cual el líquido realiza un cierto trabajo, disminuyendo su energía potencial. El equilibrio se alcanza cuando el sistema pasa por un mínimo de esa energía potencial, que corresponde con un mínimo de su superficie.



## TENSIÓN SUPERFICIAL



### COEFICIENTE DE TENSIÓN SUPERFICIAL

Como en el equilibrio, estado de mínima energía potencial, la superficie es mínima, para aumentar la superficie en una cierta cantidad,  $\Delta S$ , tendremos que aportar una cierta cantidad de energía en forma de trabajo,  $W$ , y se define el coeficiente de tensión superficial mediante la fórmula

$$\sigma = \frac{W}{\Delta S}$$

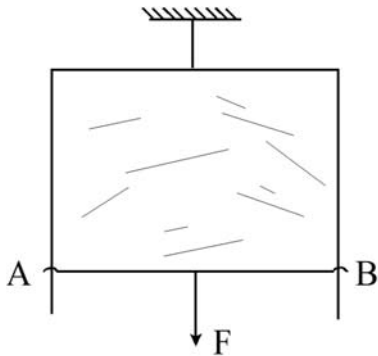
donde  $\sigma$  representa el trabajo necesario para aumentar la superficie en una unidad.



## TENSIÓN SUPERFICIAL



### COEFICIENTE DE TENSIÓN SUPERFICIAL DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL



Bastidor de alambre, uno de cuyos lados  $AB$  es móvil, en el que se ha formado una película líquida. Esta tiende a contraerse por efecto de la tensión superficial. Para lograr un equilibrio tenemos que hacer una fuerza  $F$  que contrarreste la fuerzas de tensión superficial.

Para aumentar la superficie (a ambos lados de la lámina), desplazamos  $F$  una cantidad  $\Delta x$ .

La superficie aumenta en  $2L \cdot \Delta x$

El trabajo que se realiza es  $W = F \cdot \Delta x$

Y el coeficiente es 
$$\sigma = \frac{W}{\Delta S} = \frac{F \cdot \Delta x}{2L \cdot \Delta x} = \frac{F}{2L}$$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

37/67



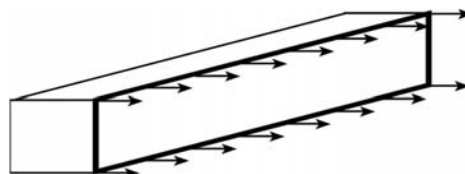
## TENSIÓN SUPERFICIAL



### COEFICIENTE DE TENSIÓN SUPERFICIAL

La fórmula anterior 
$$\sigma = \frac{W}{\Delta S} = \frac{F \cdot \Delta x}{2L \cdot \Delta x} = \frac{F}{2L}$$

nos proporciona una forma de medir el coeficiente  $\sigma$ , y nos da también una interpretación de las fuerzas de tensión superficial: La cara del alambre  $AB$  (y las del bastidor) en contacto con el líquido está sometida, en cada línea en contacto con la superficie del líquido, a una fuerza por unidad de longitud igual al coeficiente de tensión superficial.



J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

38/67



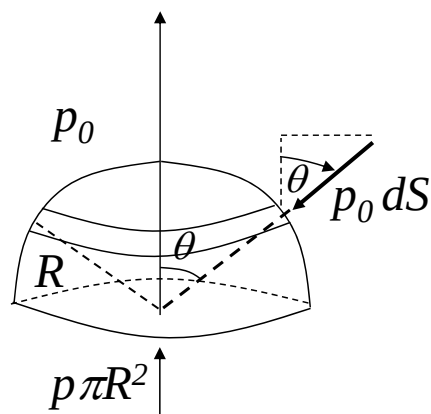
# TENSIÓN SUPERFICIAL



## EJEMPLOS

### CÁLCULO PREVIO:

Fuerza sobre una superficie semiesférica debida a diferencias de presión



$$dS = 2\pi R \cdot R \sin \theta d\theta$$

$$\text{Fuerza vertical: } \pi R^2 p - \int_0^{\pi/2} p_0 \cos \theta dS = \pi R^2 (p - p_0)$$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

39/67

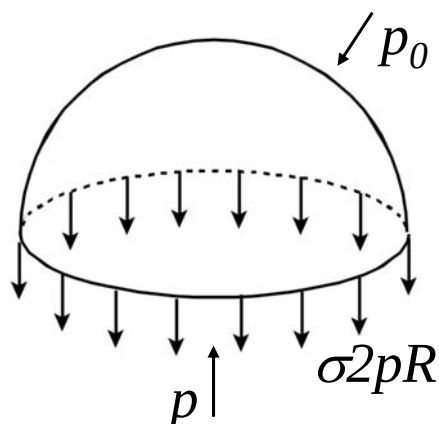


# TENSIÓN SUPERFICIAL



## EJEMPLOS

Exceso de presión en una gota de agua



Planteando el equilibrio de media gota:

$p$ : presión interior

$p_0$ : presión exterior

$$F_{\text{presión}} = \pi R^2 (p - p_0) = 2\pi R \sigma$$

$$(p - p_0) = \frac{2\sigma}{R}$$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

40/67



# TENSIÓN SUPERFICIAL

## EJEMPLOS



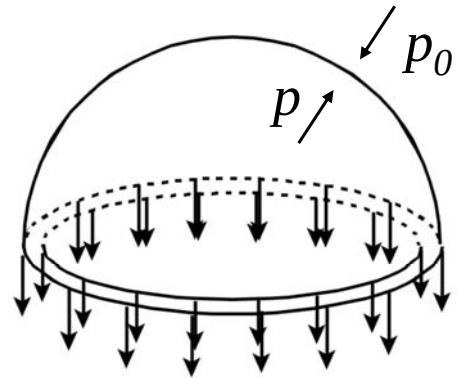
Exceso de presión en una burbuja

Planteando el equilibrio de media burbuja:

$p$ : presión interior

$p_0$ : presión exterior

Ahora hay dos superficies, una interior y otra exterior



$$\int_0^{\pi/2} (p - p_0) \cos \theta dS = \pi R^2 (p - p_0)$$

$$F_{\text{presión}} = \pi R^2 (p - p_0) = 4\pi R \sigma$$

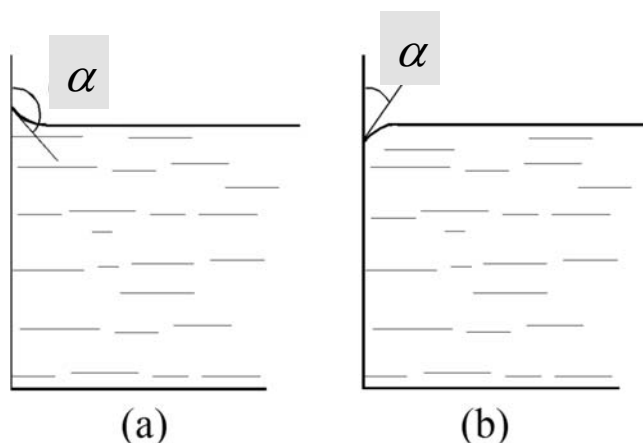
$$(p - p_0) = \frac{4\sigma}{R} \quad 41/67$$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



# TENSIÓN SUPERFICIAL

## CONTACTO SÓLIDO-LÍQUIDO. CAPILARIDAD



Para un líquido contenido en un recipiente la superficie libre del líquido es horizontal excepto en las inmediaciones de la pared donde adopta una de las formas indicadas en la figura. Pueden ocurrir dos casos.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

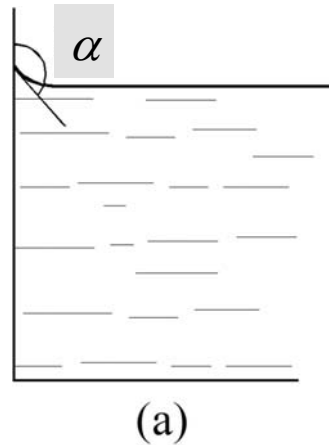
42/67



# TENSIÓN SUPERFICIAL



## CONTACTO SÓLIDO-LÍQUIDO. CAPILARIDAD



### Caso a)

El líquido asciende un poco en las inmediaciones de la pared; el ángulo  $\alpha$  entre la pared y la tangente a la superficie líquida, que se llama ángulo de conjunción, es obtuso y se dice que el líquido moja al sólido.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

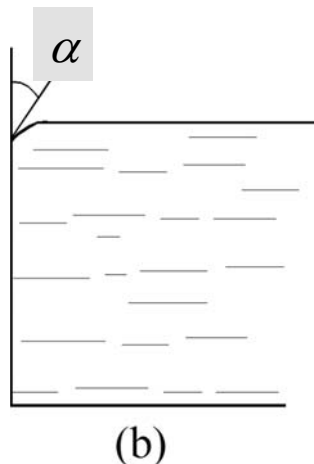
43/67



# TENSIÓN SUPERFICIAL



## CONTACTO SÓLIDO-LÍQUIDO. CAPILARIDAD



### Caso b)

El líquido desciende ligeramente en las inmediaciones de la pared, el ángulo de conjunción es agudo y se dice que el líquido no moja al sólido.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

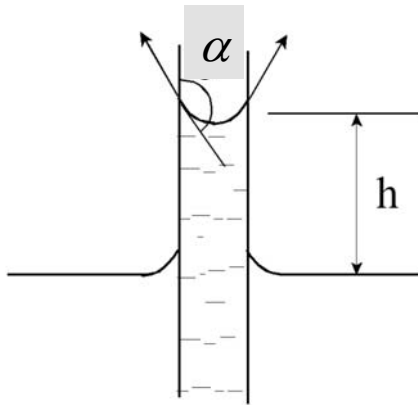
44/67



## TENSIÓN SUPERFICIAL



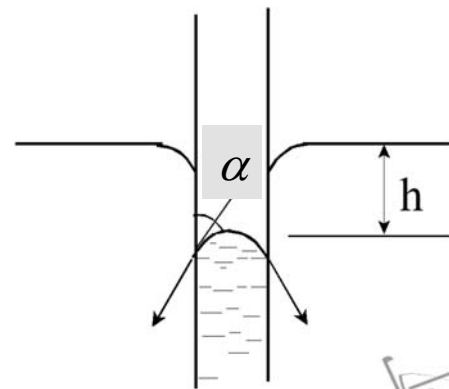
### TUBOS CAPILARES



Si se introduce un tubo abierto, de pequeño diámetro, en un líquido que moje al tubo, el líquido asciende y queda como se indica en la figura. La forma que adopta el líquido en su superficie libre en el interior del tubo se llama menisco.

Este tipo de tubos se llaman capilares.

Si el líquido no moja al tubo, el menisco es convexo y el líquido desciende en el capilar.



J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

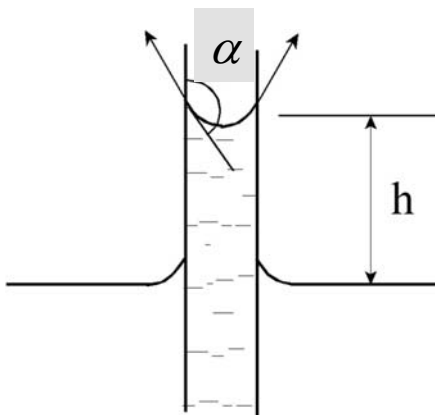
45/67



## TENSIÓN SUPERFICIAL



### TUBOS CAPILARES



La altura que alcanza el líquido en el capilar se obtiene planteando el equilibrio del fluido contenido en el tubo por encima de la superficie libre.

(tensión  $\cos \alpha = \text{peso}$ )

( $r$ : radio del capilar)

$$\sigma \cdot 2\pi r \cos \alpha = \pi r^2 h \rho g \Rightarrow h = \frac{2\sigma \cos \alpha}{\rho g r}$$

Ley de Jurin

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

46/67



# TENSIÓN SUPERFICIAL

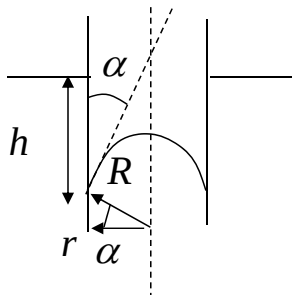


## TUBOS CAPILARES

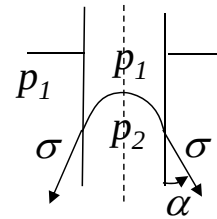
Si el líquido no moja al tubo, el menisco es cóncavo, el líquido desciende en el capilar, y fórmula anterior es válida para la altura a la que desciende el líquido.

Haciendo un cálculo similar al problema de la gota, integrando entre  $\alpha$  y  $\pi/2$

$$2\pi r \cos \alpha \sigma = \int_{\alpha}^{\pi/2} (p_2 - p_1) \cos \theta dS = \pi r^2 (p_2 - p_1), \quad p_2 - p_1 = \rho g h$$



Menisco cóncavo  
de radio  $R$



$$h = \frac{2\sigma \cos \alpha}{\rho g r} \quad \text{Ley de Jurin}$$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

47/67



## FLUIDOS EN MOVIMIENTO



Los líquidos son poco compresibles. Los gases son muy compresibles.

La compresibilidad de un gas en movimiento depende esencialmente de la velocidad.

El aire, a bajas velocidades (inferiores a 50 km/h) se comporta como incompresible.

Fluido IDEAL o PERFECTO:

Perfectamente incompresible y sin acciones tangenciales.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

48/67







# FLUIDOS EN MOVIMIENTO

**FLUJO** de un fluido a través de una superficie:

Volumen de fluido que la atraviesa en la unidad de tiempo.

El flujo también se denomina CAUDAL o GASTO.

**FLUJO MÁSICO** a través de una superficie:

Masa de fluido que la atraviesa en la unidad de tiempo.

**TRAYECTORIA:**

Lugar geométrico de las sucesivas posiciones que una partícula de fluido ocupa a lo largo del tiempo.

Si en un instante, las distintas trayectorias a lo sumo se superponen pero no se cortan, se dice que el régimen es LAMINAR, en caso contrario se llama TURBULENTO. En el régimen laminar el fluido se mueve en forma de laminas sin entremezclarse.



# FLUIDOS EN MOVIMIENTO

Si en un instante dado, hacemos una representación de los vectores velocidad de todas las partículas de un fluido en movimiento, las líneas tangentes a tales vectores se denominan **LÍNEAS DE CORRIENTE**.

En el régimen laminar, el campo de velocidades es de la forma

$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$  la velocidad es única para cada instante y posición: movimiento en forma de láminas.

En el régimen turbulento, no hay un campo de velocidades definido, sino que es una suma de un promedio y una fluctuación. En idénticas condiciones el campo en un punto y un instante puede tomar valores distintos.





# FLUIDOS EN MOVIMIENTO

Cuando la distribución espacial de líneas de corriente no cambia con el tiempo, se dice que el movimiento se realiza en RÉGIMEN ESTACIONARIO. La velocidad en cada punto no cambia en el tiempo. El campo de velocidades es

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z)$$

En un régimen estacionario, las trayectorias y las líneas de corriente coinciden; son familias de líneas que no se cortan. Todas las partículas que pasan por un mismo punto recorren la misma trayectoria.



## FLUIDOS EN MOVIMIENTO

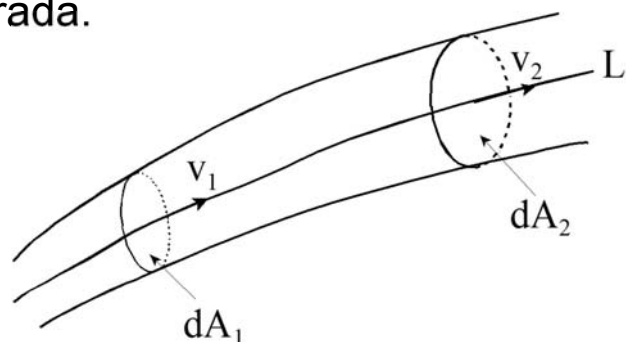


### ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

#### TUBO DE CORRIENTE:

Superficie formada por el conjunto de líneas de corriente que se apoyan sobre una curva cerrada.

Considerando un tubo de corriente como el de la figura y estableciendo que la masa que entra es igual a la que sale, se obtiene:



$$v_1 dA_1 = v_2 dA_2$$

que es la ecuación de continuidad. El gasto, caudal o flujo se mantiene constante.



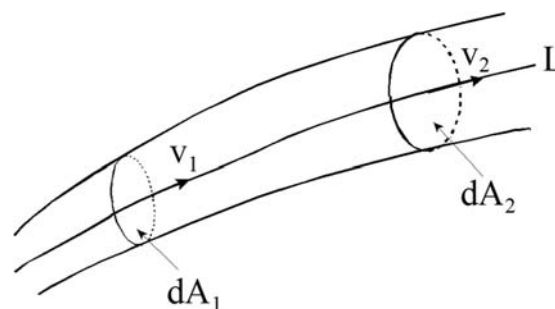
## FLUIDOS EN MOVIMIENTO



### ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Si las secciones del tubo de corriente no son diferenciales pero podemos todavía suponer que la velocidad del fluido es la misma en cada superficie considerada, la ecuación anterior se escribe

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 = cte$$



El producto  $vA$  es el flujo del fluido a través de la superficie  $A$ , con lo que la ecuación de continuidad se puede enunciar diciendo que, con todas las hipótesis realizadas, el flujo del fluido es constante.

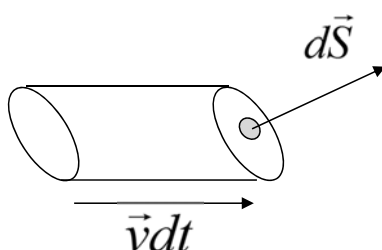


## FLUIDOS EN MOVIMIENTO



### ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Si la perpendicular a las secciones del tubo no son paralelas al vector velocidad:



$$dV = \vec{v} dt \cdot d\vec{S}$$

Para una sección  $S$ :

$$\text{Gasto, caudal, flujo} = \frac{dV}{dt} = \phi = \int_S \vec{v} \cdot d\vec{S}$$



## FLUIDOS EN MOVIMIENTO



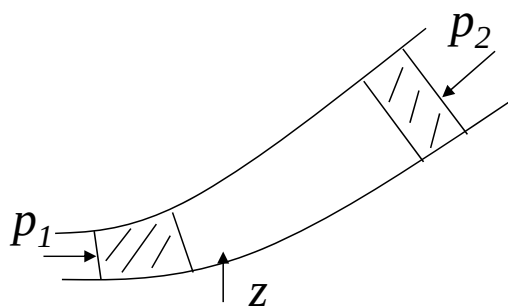
### TEOREMA DE BERNOUILLI

Movimiento estacionario. Fluido ideal.

En un tubo de corriente en régimen estacionario se verifica:

$$p + \rho gz + \frac{1}{2} \rho v^2 = cte$$

Demostración: Teorema de la energía mecánica



En un tiempo  $t$  el volumen  $V$  situado en 1 pasará a 2

$$p_1 V - p_2 V = mgz_2 + \frac{1}{2} mv_2^2 - mgz_1 - \frac{1}{2} mv_1^2$$

Se sustituye:  $V = \frac{m}{\rho}$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

55/67



## FLUIDOS EN MOVIMIENTO



### TEOREMA DE BERNOUILLI

La ecuación  $p + \rho gz + \frac{1}{2} \rho v^2 = cte.$

es la expresión matemática del teorema de Bernouilli.

$p$  se llama presión estática

$\rho gz$  se llama presión debida a la altura

$\frac{1}{2} \rho v^2$  se llama presión dinámica

En el movimiento de un fluido ideal en régimen estacionario, la suma de las presiones estática, dinámica y debida a la altura, permanece constante

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

56/67



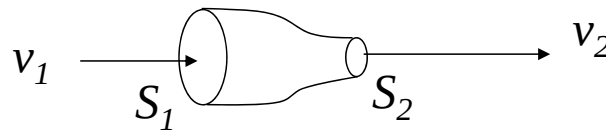
# FLUIDOS EN MOVIMIENTO

## TEOREMA DE BERNOUILLI

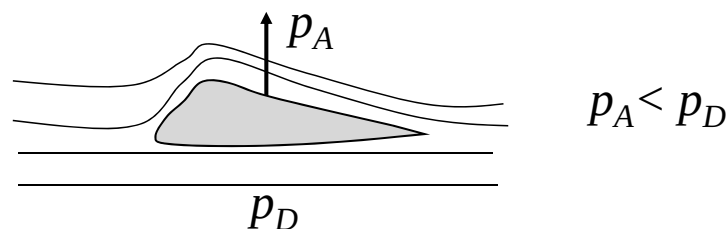


### APLICACIONES

En un tubo de corriente la presión es menor en las zonas estrechas porque en ellas es mayor la velocidad. El peligro de rotura en tuberías es mayor en las partes anchas: fenómeno de Venturi.



Los tubos de corriente adelgazan en los bordes de un obstáculo, por tanto, aumenta la velocidad y disminuye la presión.



J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

57/67



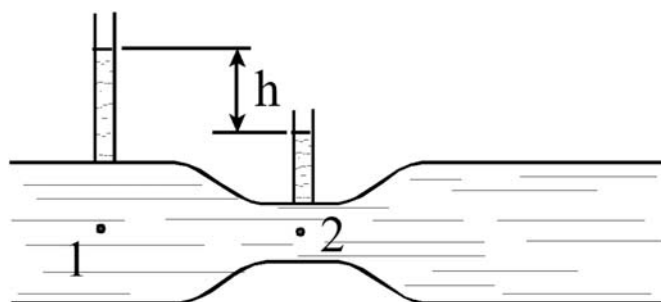
# FLUIDOS EN MOVIMIENTO

## TEOREMA DE BERNOUILLI



### APLICACIONES

### MEDIDOR DE VENTURI



Dispositivo para medir la velocidad de un fluido que circula por una tubería horizontal.  
Conocida la velocidad y las dimensiones del tubo, se conoce el caudal.

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

58/67



# FLUIDOS EN MOVIMIENTO

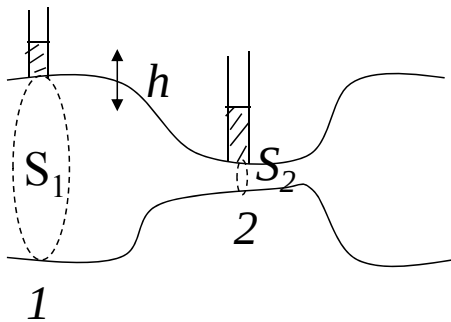
## TEOREMA DE BERNOUILLI



### APLICACIONES

#### MEDIDOR DE VENTURI

Aplicando la ecuación de Bernoulli a la línea de corriente que pasa por los puntos 1 y 2, junto con la ecuación de continuidad, se obtiene



$$\left. \begin{aligned} p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 &= p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \\ v_1 S_1 &= v_2 S_2 \\ p_1 - p_2 &= \rho g h \end{aligned} \right\}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1}}$$

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

59/67



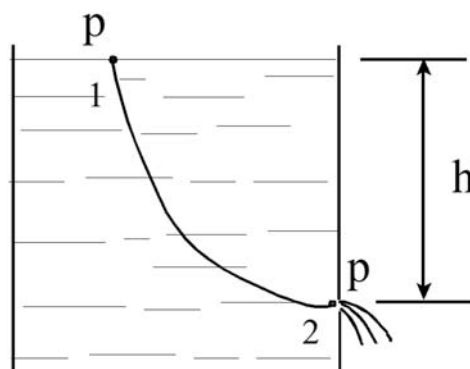
# FLUIDOS EN MOVIMIENTO

## TEOREMA DE BERNOUILLI



### APLICACIONES

#### TEOREMA DE TORRICELLI



En un depósito grande se practica un pequeño agujero en una de sus paredes, por el que sale el fluido en forma de chorro.

Aplicando el teorema de Bernoulli a la línea de corriente que pasa por los puntos 1 y 2, y despejando, se puede obtener la velocidad de salida del fluido por el orificio

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

60/67



# FLUIDOS EN MOVIMIENTO

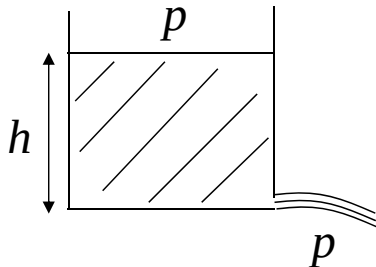
## TEOREMA DE BERNOUILLI



### APLICACIONES

#### TEOREMA DE TORRICELLI

Velocidad de salida de las partículas por un orificio:



$$p + \rho gh = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

$$v_2 = v_{\text{salida}} = \sqrt{2gh}$$

La velocidad de salida de un fluido por un orificio es la misma que adquirirían las partículas al caer desde la superficie libre hasta el nivel del orificio

J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

61/67



## FLUIDOS REALES. VISCOSIDAD



Los fluidos ideales se caracterizan porque, cuando están en movimiento, no tenemos en cuenta las fuerzas de rozamiento interno.

En la práctica, ningún líquido responde a las hipótesis de fluido ideal, sino que, en mayor o menor medida, se manifiestan en él fuerzas tangenciales. Estos fluidos son reales o viscosos.

La VISCOSIDAD es su propiedad.

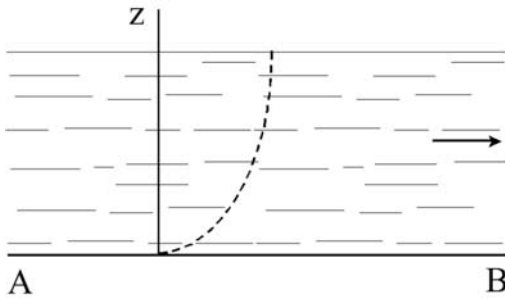
J.C. Jiménez Sáez  
S. Ramírez de la Piscina Millán  
U.D. Física II  
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

62/67





# FLUIDOS REALES. VISCOSIDAD



Sea una masa líquida en movimiento sobre un fondo plano horizontal  $AB$

La velocidad del fluido es nula en el fondo por efecto de la adherencia o rozamiento entre el líquido y el sólido

La sucesivas capas horizontales de fluido tienen una velocidad que es tanto mayor cuanto mas alejadas están del fondo, de modo que la velocidad máxima se presenta en la superficie libre del líquido. Hay establecido un gradiente de velocidad  $dv/dz$



# FLUIDOS REALES. VISCOSIDAD



Por efecto de la viscosidad, una capa del fluido ejerce una fuerza tangencial  $f$  sobre la contigua (y viceversa) y, según la hipótesis de Navier, esta fuerza es proporcional al área  $S$  de la capa considerada y al gradiente de velocidad, de modo que

$$f = \mu S \frac{dv}{dz}$$

El coeficiente de proporcionalidad  $\mu$  denomina coeficiente de viscosidad y se puede definir como “la fuerza tangencial que se ejerce sobre una superficie líquida de área unidad cuando perpendicularmente a la misma existe un gradiente de velocidad igual a la unidad”.





# FLUIDOS REALES. VISCOSIDAD



La ecuación de dimensiones del coeficiente de viscosidad es

$$[\mu] = M L^{-1} T^{-1}$$

Su unidad en el SI es Pa·s

equivalente, en unidades fundamentales, a  $\frac{kg}{m \cdot s}$

En el sistema CGS, la unidad se denomina Poise,

$$1 \text{ Poise} = \frac{g}{cm \cdot s}$$



## FLUIDOS REALES VISCOSIDAD



### NÚMERO DE REYNOLDS

Flujo Laminar o de Poiseuille:

Para un instante, las líneas de corriente no se entremezclan no se cortan.

Flujo Turbulento o de Venturi:

Se forman remolinos.

Reynolds comprobó que a partir de un valor de  $R$  que depende del líquido y del tubo (forma geométrica) es imposible mantener el régimen laminar.

$$R = \frac{v \rho d}{\mu} = \frac{v d}{\nu} = \frac{v}{v_0}$$



## FLUIDOS REALES VISCOSIDAD



### NÚMERO DE REYNOLDS

$$R = \frac{v \rho d}{\mu} = \frac{v d}{\nu} = \frac{v}{v_0}$$

$d$  = diámetro

$\nu$  = viscosidad cinemática

$v_0$  = velocidad característica del líquido y del tubo

El paso de turbulento a laminar se hace para un valor de  $R$  menor: histéresis.

