

# ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

## FÍSICA I

### PROBLEMAS PROPUESTOS



## 2.- CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

# 2

## Cinemática de la partícula

---

### PROBLEMA PROPUESTO 2.1.

Para la curva de ecuación  $y = a \ln x$ , en el punto  $A$  en el que la curva corta al eje  $Ox$ , y suponiendo que se recorre en el sentido de las  $x$  crecientes, se pide:

- 1) El versor normal.
- 2) El versor tangente.

Todas las magnitudes en unidades fundamentales SI.

DATOS:  $a = 2.3$

---

### SOLUCIÓN 2.1.

- 1) (0.917, -0.399)
  - 2) (0.399, 0.917)
- 



### PROBLEMA PROPUESTO 2.2.

Un móvil se mueve a lo largo de la curva  $y = a \ln x$  con velocidad constante  $v$  en el sentido de las  $x$  crecientes.

- 1) Calcular la coordenada  $x$  del punto en el cual el radio de curvatura es mínimo.
- 2) Calcular la aceleración máxima del móvil.

DATOS:  $a = 3.3 \text{ m}$ ,  $v = 6.4 \text{ m/s}$

---

### SOLUCIÓN 2.2.

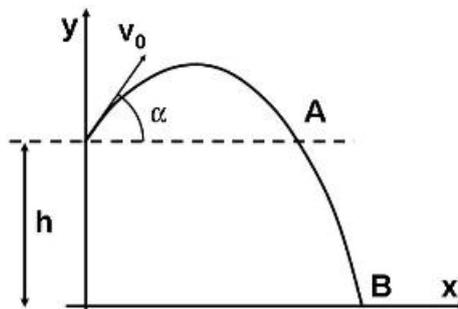
- 1)  $2.33 \text{ m}$
  - 2)  $4.78 \text{ ms}^{-2}$
- 



**PROBLEMA PROPUESTO 2.3.**

En el movimiento parabólico indicado en la figura,

- 1) Calcular la aceleración normal en el punto A de coordenadas A ( $x_A > 0, y_A = h$ ).
- 2) Calcular la aceleración tangencial en el punto A de coordenadas A ( $x_A > 0, y_A = h$ ).
- 3) Calcular la altura máxima referida al eje Ox.
- 4) Calcular la coordenada x del punto B (alcance) en el que la trayectoria corta al eje Ox.



DATOS:  $v_0 = 8.7 \text{ m/s}, h = 7.6 \text{ m}, \alpha = 70^\circ, g = 9.8 \text{ m/s}^2$

**SOLUCIÓN 2.3.**

- 1)  $3.35 \text{ m/s}^{-2}$
- 2)  $9.21 \text{ m/s}^{-2}$
- 3)  $11.0 \text{ m}$
- 4)  $6.94 \text{ m}$



**PROBLEMA PROPUESTO 2.4.**

Desde el origen de coordenadas, se lanza un móvil con velocidad  $v_0$  que forma un ángulo  $\alpha$  con el eje Ox.

El móvil está sometido a una aceleración cuyas componentes son  $a_x = -k v_x, a_y = -k v_y$ , siendo  $k$  una constante y  $v_x$  y  $v_y$  las componentes de la velocidad en el instante considerado. Calcular en el instante  $t$ :

- 1) La posición del móvil.
- 2) La velocidad del móvil.

DATOS:  $v_0 = 6.9 \text{ m/s}, k = 9.9 \text{ s}^{-1}, \alpha = 54^\circ, t = 6 \text{ s}$

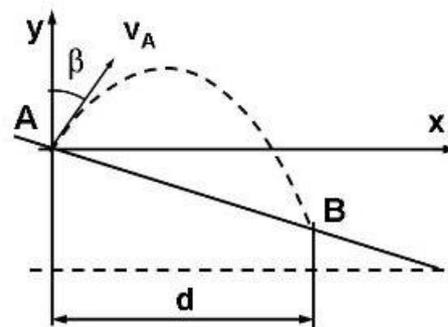
**SOLUCIÓN 2.4.**

- 1)  $(0.410, 0.564) \text{ m}$
- 2)  $(6.47\text{e-}26, 8.91\text{e-}26) \text{ m/s}$



**PROBLEMA PROPUESTO 2.5.**

Desde la vertical, se deja caer una pelota sobre el punto  $A$  de un plano que tiene una inclinación  $\theta$  respecto la horizontal. La dirección del rebote forma un ángulo  $\beta$  con la vertical y el siguiente rebote es en el punto  $B$  a una distancia horizontal  $d$  del primero.



- 1) Calcular la velocidad  $v_A$  tras el rebote en  $A$ .
- 2) Calcular el tiempo que tarda la pelota entre ambos rebotes.

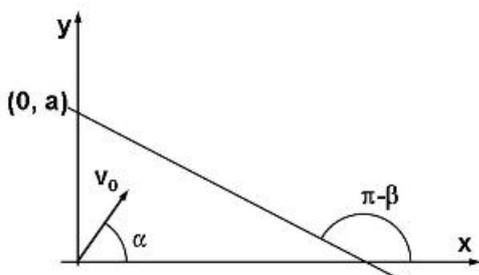
DATOS:  $\theta = 33^\circ$ ,  $d = 7.9m$ ,  $\beta = 18^\circ$

**SOLUCIÓN 2.5.**

- 1) 11.6 m/s
- 2) 2.20 s



**PROBLEMA PROPUESTO 2.6.**



Calcular el ángulo  $\alpha$  bajo el cual debe lanzarse al vacío, desde el origen de coordenadas de un sistema con el eje  $x$  horizontal y el eje  $y$  vertical, un móvil pesado con velocidad inicial  $v_0$ , para que alcance en el menor tiempo posible a una recta  $r$  que forma un ángulo  $\pi - \beta$  con la dirección positiva del eje  $Ox$  y que pasa por el punto  $(0, a)$ .

DATOS:  $v_0 = 5.7 m/s$ ,  $\beta = 37^\circ$

**SOLUCIÓN 2.6.**

53.0°



**PROBLEMA PROPUESTO 2.7.**

Determinar la altura  $h$  de un plano inclinado de base  $b$ , de modo que un cuerpo que desliza a lo largo de ese plano, sin rozamiento, partiendo del punto más alto, tarde el menor tiempo posible en llegar a la base.

DATOS:  $b = 8.6$  m

---

**SOLUCIÓN 2.7.**

8.60

---

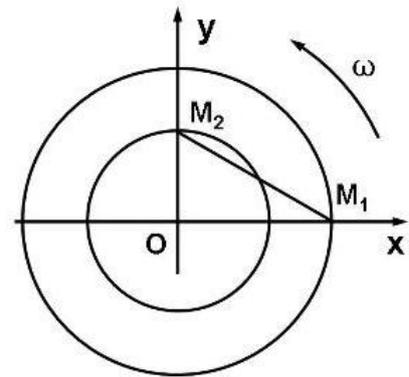


**PROBLEMA PROPUESTO 2.8.**

Dos móviles  $M_1$  y  $M_2$  describen, en el mismo sentido, dos circunferencias concéntricas de radios  $R_1$  y  $R_2$ , ambos con velocidad angular constante  $\omega$ . En el instante inicial,  $t = 0$ , las posiciones son  $(R_1, 0)$  para  $M_1$  y  $(0, R_2)$  para  $M_2$ .

Sea  $M$  el punto medio del segmento que va desde  $M_1$  a  $M_2$ .

Determinar las coordenadas del punto  $M$ , cuando  $t = t_1$ .



DATOS:  $R_1 = 8.4 \text{ m}$ ,  $R_2 = 1.2 \text{ m}$ ,  $\omega = 1.0 \text{ rad/s}$ ,  $t_1 = 1.3 \text{ s}$

**SOLUCIÓN 2.8.**

(0.545, 4.21) m

**PROBLEMA PROPUESTO 2.9.**

El movimiento de un punto viene determinado por las ecuaciones paramétricas:

$x = at$      $y = bt^2$      $z = ct^3$  donde  $t$  es el tiempo. Calcular, para  $t = t_1$ :

- 1) el módulo de la velocidad.
- 2) el módulo de la aceleración.
- 3) la aceleración tangencial.
- 4) la aceleración normal.

Todas las magnitudes en unidades fundamentales SI.

DATOS:  $a = 3.7$ ,  $b = 5.6$ ,  $c = 4.5$ ,  $t_1 = 3.4$

**SOLUCIÓN 2.9.**

- 1) 161 m/s
- 2) 92.5 m/s<sup>2</sup>
- 3) 91.8 m/s<sup>2</sup>
- 4) 11.1 m/s<sup>2</sup>



**PROBLEMA PROPUESTO 2.10.**

El vector de posición de la hodógrafa de cierto movimiento, que para  $t = 0$  parte del origen de coordenadas, viene dado por la expresión

$$\vec{r}_H = ct^2 \vec{i} + at \vec{j} + e \vec{k}$$

Calcular, para el instante  $t = t_1$ , la posición del punto móvil.

Todas las magnitudes en unidades fundamentales SI.

DATOS:  $a = 3.7$ ,  $b = 5.6$ ,  $c = 4.5$ ,  $d = 3.8$ ,  $e = 1.1$ ,  $t_1 = 3.4$

**SOLUCIÓN 2.10.**

(59.0, 21.4, 3.74) m

**PROBLEMA PROPUESTO 2.11.**

En el instante  $t = t_1$ , una partícula material está en el punto  $P(c, d, 2c)$  moviéndose con una velocidad  $\vec{v} = 5c \vec{i} + 5d \vec{j} + 5 \vec{k}$ .

Se le comunica en dicho instante una aceleración  $\vec{a} = 2c \vec{i} + c \vec{j}$  que se mantiene constante con el tiempo.

Todas las magnitudes en unidades fundamentales SI.

Calcular, en el instante  $t = t_1 + \Delta t$ ,

- 1) la velocidad.
- 2) el vector de posición.

DATOS:  $c = 3.0$ ,  $d = 4.0$ ,  $t_1 = 1.6$ ,  $\Delta t = 17$

**SOLUCIÓN 2.11.**

- 1) (117, 71.0, 5.00) m/s
- 2) (1130, 778, 91.0) m



**PROBLEMA PROPUESTO 2.12.**

La posición de un punto viene determinada por las ecuaciones paramétricas:

$$\begin{cases} x = c \operatorname{sen} t \\ y = c \operatorname{cost} \\ z = 2at \end{cases} \quad \text{donde } t \text{ es el tiempo.}$$

Calcular en el instante  $t = t_1$ :

- 1) El módulo del vector velocidad.
- 2) El módulo del vector aceleración.
- 3) El espacio recorrido.
- 4) La aceleración tangencial.
- 5) La aceleración normal.
- 6) El radio de curvatura.

Todas las magnitudes en unidades fundamentales SI.

DATOS:  $a = 8.0 \text{ m}$ ,  $c = 8.8 \text{ m}$ ,  $t_1 = 1.0 \text{ s}$

**SOLUCIÓN 2.12.**

- 1)  $18.3 \text{ m/s}$
- 2)  $8.80 \text{ m/s}^2$
- 3)  $18.3 \text{ m}$
- 4)  $0 \text{ m/s}^2$
- 5)  $8.80 \text{ m/s}^2$
- 6)  $37.9 \text{ m}$

**PROBLEMA PROPUESTO 2.13.**

La trayectoria de una partícula es la hipérbola equilátera  $xy = H$ .

Su velocidad es  $\vec{v} = v_x(t)\vec{i} + A\vec{j}$  y su aceleración es  $\vec{a} = a_x\vec{i}$ . Para  $x = x_1$  calcular:

- 1) El valor de  $v_x$ .
- 2) El valor de  $a_x$ .

Todas las magnitudes en unidades fundamentales SI.

DATOS:  $H = 3.1$ ,  $A = 3.6$ ,  $x_1 = 1.4$

---

**SOLUCIÓN 2.13.**

- 1)  $-2.28 \text{ m/s}$
  - 2)  $1.92 \text{ m/s}^2$
- 

**PROBLEMA PROPUESTO 2.14.**

La trayectoria de una partícula viene dada por la ecuación  $y = a\sqrt{x}$ . En el punto  $P$  de coordenadas  $(d, a\sqrt{d})$  la celeridad del movimiento es  $v$  y la aceleración escalar es  $\gamma$ . Calcular en el punto  $P$ :

- 1) La componente según el eje  $x$  del vector tangente.
- 2) La componente según el eje  $x$  del vector normal.
- 3) El radio de curvatura.
- 4) La aceleración normal.
- 5) La aceleración tangencial.

Todas las magnitudes en unidades fundamentales SI.

DATOS:  $a = 4.0$ ,  $d = 5.6$ ,  $v = 36$ ,  $\gamma = 34$

---

**SOLUCIÓN 2.14.**

- 1) 0.764
  - 2) 0.645
  - 3) 29.7 m
  - 4) 43.6  $\text{m/s}^2$
  - 5) 34.0  $\text{m/s}^2$
- 



**PROBLEMA PROPUESTO 2.15.**

Las ecuaciones paramétricas del movimiento de una partícula son:

$$x = ct - d \quad y = at^2 + bt \quad z = ct^3 - 2ct$$

Dado el vector  $\vec{p} = c\vec{i} + b\vec{j} - a\vec{k}$ , hallar para  $t = t_1$ :

- 1) La componente de la velocidad en la dirección definida por el vector  $\vec{p}$ .
- 2) La componente de la aceleración en la dirección definida por el vector  $\vec{p}$ .

Todas las magnitudes en unidades fundamentales SI.

DATOS:  $a = 4.0$ ,  $b = 6.7$ ,  $c = 2.8$ ,  $d = 7.0$ ,  $t_1 = 4.7$

**SOLUCIÓN 2.15.**

- 1)  $-50.1 \text{ m/s}$
- 2)  $-31.6 \text{ m/s}^2$

**PROBLEMA PROPUESTO 2.16.**

Desde el brocal del pozo de una mina caen gotas de agua a intervalos regulares de  $\Delta t$  segundos.

Un montacargas que sube por el pozo a la velocidad constante  $v_m$  es alcanzado por una gota cuando está a una distancia  $h$  del brocal.

1) Calcular el tiempo transcurrido desde que le alcanza la primera gota hasta que le alcanza la siguiente.

2) ¿A qué distancia del brocal estará cuando le alcance la siguiente gota?

Todas las magnitudes en unidades fundamentales SI.

DATOS:  $\Delta t = 1.0$ ,  $v_m = 1.2$ ,  $h = 30$

**SOLUCIÓN 2.16.**

- 1)  $0.952 \text{ s}$
- 2)  $28.9 \text{ m}$

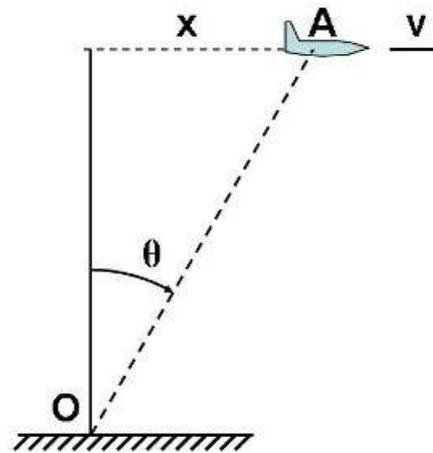


**PROBLEMA PROPUESTO 2.17.**

Desde el punto  $O$  un dispositivo seguidor de aviones apunta hacia un avión  $A$  que vuela horizontalmente con velocidad constante  $v$ , a una altura  $H$ . Para un ángulo  $\theta = \theta_0$ :

- 1) Calcular la velocidad angular  $\omega$  de la visual  $OA$ .
- 2) Calcular la aceleración angular  $\alpha$  de la visual  $OA$ .

DATOS:  $v = 156 \text{ m/s}$ ,  $H = 825 \text{ m}$ ,  $\theta_0 = 21^\circ$



**SOLUCIÓN 2.17.**

- 1)  $0.165 \text{ rad/s}$
- 2)  $-0.0209 \text{ rad/s}^2$



**PROBLEMA PROPUESTO 2.18.**

Se considera un sistema de ejes rectangulares  $OXY$ . Dos móviles,  $M$  y  $N$  parten a la vez del punto  $O$  y recorren el eje positivo  $X$  con velocidades constantes  $v_M$  y  $v_N$ . Calcular el instante de tiempo en el que la distancia  $MN$  entre los dos móviles será vista, desde un punto  $P$  de coordenadas  $(0, H)$ , bajo un ángulo máximo.

DATOS:  $v_M = 0.6 \text{ m/s}$ ,  $v_N = 1.8 \text{ m/s}$ ,  $H = 6.8 \text{ m}$

**SOLUCIÓN 2.18.**

6.54 s



**PROBLEMA PROPUESTO 2.19.**

Un motorista marcha a una velocidad  $v_0$  cuando ve que un semáforo situado a una distancia  $L$  cambia al rojo. El semáforo tardará un tiempo  $t_1$  en cambiar a verde. El motorista desea pasar por el semáforo cuando cambia a verde a la velocidad que lleva actualmente, es decir, a  $v_0$ . Para ello, durante la mitad del tiempo  $t_1$  frena y luego acelera. Ambas, aceleración y deceleración son iguales en módulo.

- 1) Calcular dicho módulo.
- 2) Calcular la velocidad mínima que alcanza el motorista.

DATOS:  $v_0 = 25 \text{ m/s}$ ,  $L = 92 \text{ m}$ ,  $t_1 = 5 \text{ s}$

**SOLUCIÓN 2.19.**

- 1)  $5.28 \text{ m/s}^2$
- 2)  $11.8 \text{ m/s}$

**PROBLEMA PROPUESTO 2.20.**

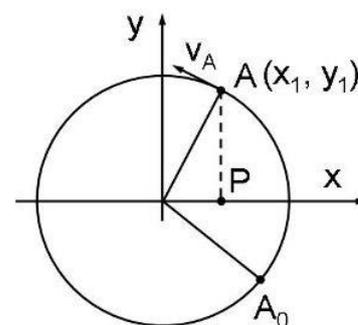
Un punto  $A$  recorre una circunferencia partiendo de la posición  $A_0$ , en sentido contrario a las agujas del reloj, con velocidad escalar constante  $v_A$ .

Otro punto  $P$  es, en todo instante la proyección del punto  $A$  sobre el diámetro de la circunferencia que coincide con el eje  $Ox$ .

Utilizando los ejes dibujados, calcular, cuando el punto  $A$  está en la posición de coordenadas  $(x_1, y_1)$ :

- 1) Velocidad del punto  $P$ .
- 2) Aceleración del punto  $P$ .
- 3) Periodo del movimiento de  $A$ .

DATOS:  $v_A = 28 \text{ m/s}$ ,  $x_1 = 7.6 \text{ m}$ ,  $y_1 = 6 \text{ m}$

**SOLUCIÓN 2.20.**

- 1)  $-17.4 \text{ m/s}$
- 2)  $-63.5 \text{ m/s}^2$
- 3)  $2.17 \text{ s}$



**PROBLEMA PROPUESTO 2.21.**

En el instante  $t = 0$ , un punto móvil parte del origen de coordenadas y recorre el eje positivo  $Oy$  con aceleración constante  $a$ . En el instante  $t = t_1$ , su velocidad es  $v_1$ . Para el instante  $t = t_2$  se pide:

- 1) El espacio recorrido.
- 2) La velocidad del punto.

DATOS:  $a = -9.2 \text{ m/s}^2$ ,  $t_1 = 8 \text{ s}$ ,  $v_1 = 13 \text{ m/s}$ ,  $t_2 = 11 \text{ s}$

**SOLUCIÓN 2.21.**

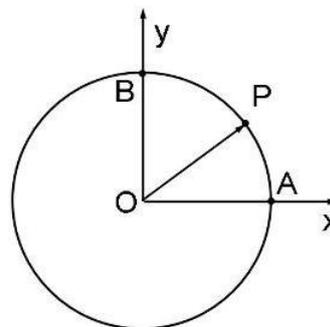
- 1) 396 m
- 2) -14.6 m/s

**PROBLEMA PROPUESTO 2.22.**

Una partícula  $P$  se mueve a lo largo de una trayectoria circular de radio  $R$ , de modo que su distancia, medida sobre la trayectoria, con respecto al punto fijo  $A$  es  $s = ct^2$ .

- 1) Calcular el módulo de la velocidad de la partícula en el punto  $B$ .
- 2) Calcular el valor de su vector velocidad en el instante  $t_1$ .

DATOS:  $R = 8 \text{ m}$ ,  $c = 8.3 \text{ m/s}^2$ ,  $t_1 = 1.3 \text{ s}$

**SOLUCIÓN 2.22.**

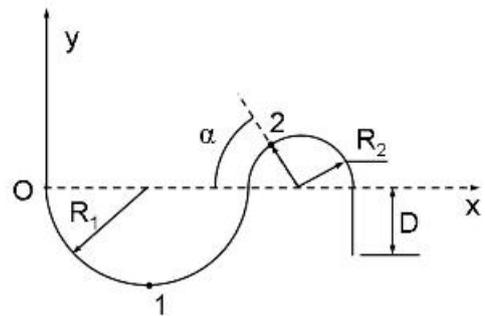
- 1) 20.4 m/s
- 2) (-21.2, -3.92) m/s



**PROBLEMA PROPUESTO 2.23.**

Una partícula se mueve a lo largo de la trayectoria indicada en la figura con una velocidad de módulo constante  $v_0$ .

- 1) Determinar, cuando está en el punto 1, la componente de su aceleración según el eje  $y$ .
- 2) Determinar, cuando está en el punto 2, su aceleración.



DATOS:  $v_0 = 17 \text{ m/s}$ ,  $R_1 = 11 \text{ m}$ ,  $R_2 = 5 \text{ m}$ ,  $D = 5.9 \text{ m}$ ,  $\alpha = 31^\circ$

**SOLUCIÓN 2.23.**

- 1)  $26.3 \text{ m/s}^2$
- 2)  $(49.5, -29.8) \text{ m/s}^2$

**PROBLEMA PROPUESTO 2.24.**

Un punto  $M$  describe un movimiento circular alrededor de la bisectriz del primer octante ( $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ ) con velocidad angular constante  $\omega$ .

- 1) Calcular el módulo de su velocidad cuando está sobre el eje  $Ox$ , a una distancia  $D$  del origen de coordenadas.
- 2) Calcular el módulo de su aceleración cuando está sobre el eje  $Ox$ , a una distancia  $D$  del origen de coordenadas.

DATOS:  $\omega = 9 \text{ rad/s}$ ,  $D = 6.9 \text{ m}$

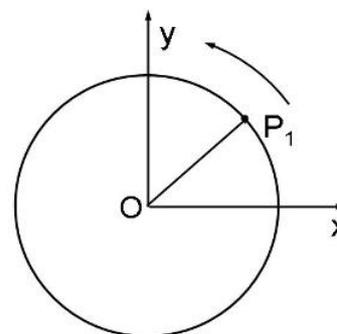
**SOLUCIÓN 2.24.**

- 1)  $50.7 \text{ m/s}$
- 2)  $456 \text{ m/s}^2$



**PROBLEMA PROPUESTO 2.25.**

Un punto  $P$  parte del reposo, desde la posición indicada con  $P_1$ , cuya proyección sobre el eje  $Ox$  vale  $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ , y recorre la circunferencia de radio  $R$ , con aceleración angular  $\alpha = kt$  (función del tiempo). Después de describir un ángulo  $\theta$  sale según la tangente a la circunferencia.



- 1) Calcular el tiempo transcurrido durante su recorrido circular.
- 2) Calcular la velocidad angular cuando llega al punto de despegue.
- 3) Calcular la aceleración angular cuando llega al punto de despegue.

DATOS:  $R = 14 \text{ m}$ ,  $k = 0.2 /s^3$ ,  $\theta = 9 \text{ rad}$

**SOLUCIÓN 2.25.**

- 1)  $6.46 \text{ s}$
- 2)  $4.18 \text{ rad/s}$
- 3)  $1.29 \text{ rad/s}^2$



**PROBLEMA PROPUESTO 2.26.**

Un tren parte de una estación con movimiento uniformemente acelerado de aceleración  $a$ , hasta alcanzar su velocidad de régimen  $v_R$ , sigue con movimiento uniforme hasta que, en las proximidades de otra estación situada a una distancia  $L$  de la de partida, inicia su frenado. Durante éste, su movimiento es uniformemente retardado, con deceleración  $\gamma$  hasta que se detiene en esta nueva estación.

Calcular:

- 1) El espacio recorrido en la primera fase.
- 2) El espacio recorrido en la tercera fase.
- 3) El espacio recorrido en la segunda fase.
- 4) El tiempo empleado en la segunda fase.

DATOS:  $a = 0.2 \text{ m/s}^2$ ,  $v_R = 33 \text{ m/s}$ ,  $L = 14237 \text{ m}$ ,  $\gamma = 1.3 \text{ m/s}^2$

**SOLUCIÓN 2.26.**

- 1)  $2720 \text{ m}$
- 2)  $419 \text{ m}$
- 3)  $1.11\text{e}4 \text{ m}$
- 4)  $336 \text{ s}$

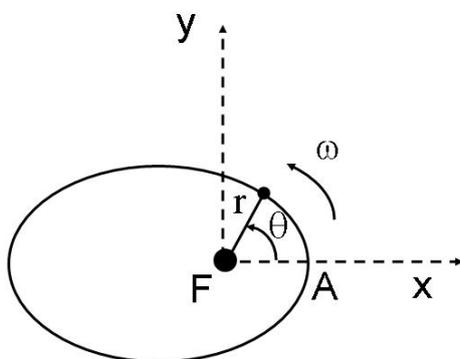


**PROBLEMA PROPUESTO 2.27.**

Un satélite  $S$  de dimensiones despreciables, describe alrededor de la Tierra, en sentido antihorario, la elipse de ecuación:  $r(\theta) = \frac{3k}{b+a \cos \theta}$  donde  $k$  es una constante,  $a = 2$ ,  $b = 5$  y  $(r, \theta)$  son las coordenadas polares respecto de unos ejes cartesianos cuyo origen se sitúa en la Tierra, la cual ocupa la posición del foco  $F$  de la elipse (ver figura).

Tomemos como instante inicial aquel en el que el satélite se encuentra en  $A$ , esto es, en el punto de máximo acercamiento a la Tierra (perigeo). El módulo de la velocidad del satélite en ese momento es  $v_0$ .

El satélite está equipado con un dispositivo de control por el cual se le obliga a girar alrededor de la Tierra con una velocidad angular  $\omega$  constante. En estas condiciones, para el instante  $t_0$  se pide:



- 1) El ángulo  $\theta$  que ocupa.
- 2) La componente radial de la velocidad en polares.
- 3) La velocidad areolar.

DATOS:  $k = 60 \text{ Mm}$   $v_0 = 8.49 \text{ km/s}$   $t_0 = 11h$

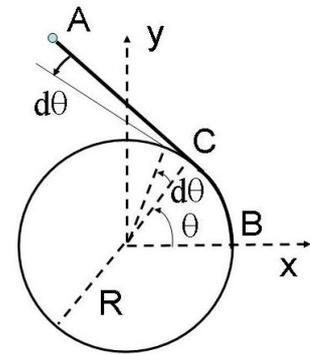
**SOLUCIÓN 2.27.**

- 1)  $13.1 \text{ rad}$
- 2)  $1270 \text{ m/s}$
- 3)  $1.17e5 \text{ km}^2/s$



**PROBLEMA PROPUESTO 2.28.**

En un plano horizontal hay una circunferencia fija de radio  $R$ . Una cuerda  $BA$ , tangente y sujeta a la circunferencia en  $B$ , de longitud  $L = R\pi$ , tiene en su extremo  $A$  una partícula de masa  $m$ . La masa se mueve con una velocidad  $v_0$  constante al mismo tiempo que la cuerda se enrolla sobre la circunferencia. Calcular para  $\theta = \theta_0$ :



- 1) La componente angular de la velocidad en polares del punto  $C$ .
- 2) La componente angular de la aceleración del punto  $C$  en polares.

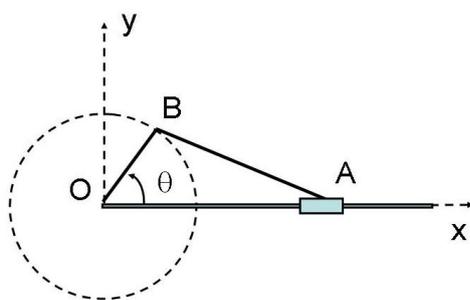
DATOS:  $R = 1.59 \text{ m}$ ,  $v_0 = 0.53 \text{ m/s}$ ,  $\theta_0 = 1.22 \text{ rad}$

**SOLUCIÓN 2.28.**

- 1)  $0.276 \text{ m/s}$
- 2)  $-0.0478 \text{ m/s}^2$



**PROBLEMA PROPUESTO 2.29.**



En el mecanismo biela-manivela de la figura, la biela  $BA$  de longitud  $l$  se mueve articulada en  $B$  de modo que el extremo  $A$  realiza un movimiento rectilíneo sobre el eje  $OX$  de velocidad  $v_0$ . La manivela  $OB$  tiene una longitud  $R = l/2$ . Se pide para  $\theta = \theta_0$ :

- 1) La posición  $x$  del extremo  $A$  medida desde  $O$ .
- 2) La componente angular de la velocidad del punto  $B$  en polares.

DATOS:  $R = 1.23 \text{ m}$ ,  $v_0 = 0.17 \text{ m/s}$ ,  $\theta_0 = 0.84 \text{ rad}$

**SOLUCIÓN 2.29.**

- 1)  $3.10 \text{ m}$
- 2)  $-0.168 \text{ m/s}$

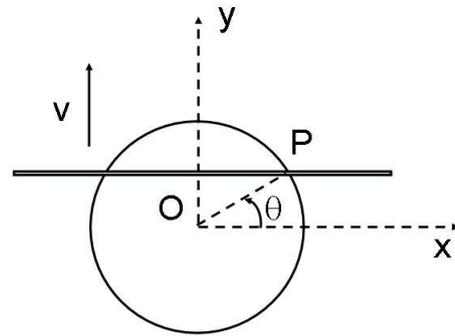


**PROBLEMA PROPUESTO 2.30.**

Una recta se traslada con velocidad  $\vec{v} = v\vec{j}$  constante. El punto  $P$  intersección de la recta con la circunferencia (inmóvil) está inicialmente en  $\theta = 0$ . Se pide para  $\theta = \theta_0$ :

- 1) La componente angular de la velocidad en polares de  $P$ .
- 2) El tiempo que tarda en alcanzar dicha posición.
- 3) La componente radial de la aceleración en polares.

DATOS:  $v = 0.59 \text{ m/s}$ ,  $R = 1.51 \text{ m}$ ,  $\theta_0 = 1.34 \text{ rad}$

**SOLUCIÓN 2.30.**

- 1)  $0.135 \text{ m/s}$
- 2)  $2.49 \text{ s}$
- 3)  $-0.0513 \text{ m/s}^2$

**PROBLEMA PROPUESTO 2.31.**

Una partícula describe las ecuaciones paramétricas cartesianas: 
$$\begin{cases} x = a \cos(kt) \\ y = b \sin(kt) \end{cases}$$

Se pide la componente angular de la velocidad en polares para  $t = t_0$ .

DATOS:  $a = 2.72 \text{ m}$ ,  $b = 0.55 \text{ m}$ ,  $k = 0.013 \text{ s}^{-1}$ ,  $t_0 = 25 \text{ s}$

**SOLUCIÓN 2.31.**

$0.00753 \text{ m/s}$



**PROBLEMA PROPUESTO 2.32.**

El movimiento de un punto  $P$  viene dado en coordenadas cilíndricas por  $r = R$ ,  $\theta = \omega t$  y  $z = ct$  donde  $R$ ,  $\omega$  y  $c$  son constantes. Se pide:

- 1) La distancia sobre el eje  $z$  entre dos puntos de trayectoria tal que  $\theta_2 - \theta_1 = 2\pi \text{ rad}$ .

Para el instante para  $t = t_0$ :

- 2) La componente angular de la velocidad en cilíndricas.
- 3) La componente radial de la aceleración en cilíndricas.
- 4) La componente  $x$  de la velocidad.
- 5) La componente  $y$  de la aceleración.
- 6) El radio de curvatura.
- 7) La componente  $x$  del vector unitario tangente.

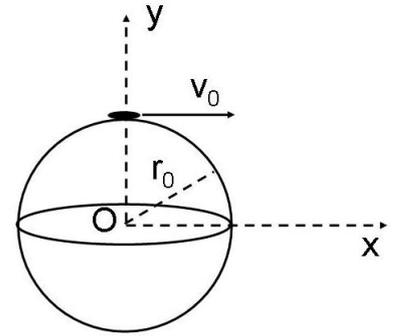
DATOS:  $R = 1.00 \text{ m}$ ,  $\omega = 28 \text{ rad/s}$ ,  $c = 0.26 \text{ m/s}$ ,  $t_0 = 628 \text{ s}$

**SOLUCIÓN 2.32.**

- 1)  $0.0583 \text{ m}$
- 2)  $28.0 \text{ m/s}$
- 3)  $-784 \text{ m/s}^2$
- 4)  $13.6 \text{ m/s}$
- 5)  $380 \text{ m/s}^2$
- 6)  $1.00 \text{ m}$
- 7)  $0.485$

## PROBLEMA PROPUESTO 2.33.

Un globo esférico está hinchándose de forma que aumenta su volumen a un ritmo constante  $dV = \frac{4\pi}{3}kdt$ , donde  $V$  es el volumen del globo y  $k$  una constante. En un cierto instante en el que el radio vale  $r_0$ , un insecto se encuentra en la parte superior, recorriendo la circunferencia máxima vertical con una velocidad relativa a la superficie del globo de valor constante  $v_0$ .



Calcular para un tiempo  $t = t_0$ ,

- 1) La coordenada  $r$  del insecto.
- 2) La componente radial de la velocidad en polares del insecto.
- 3) La componente radial de la aceleración del insecto en polares.

DATOS:  $v_0 = 0.50 \text{ m/s}$ ,  $k = 0.669 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $t_0 = 20 \text{ s}$ ,  $r_0 = 1.36 \text{ m}$

## SOLUCIÓN 2.33.

- 1)  $2.51 \text{ m}$
- 2)  $0.0353 \text{ m/s}$
- 3)  $-0.00701 \text{ m/s}^2$

**PROBLEMA PROPUESTO 2.34.**

Un punto describe un movimiento plano con celeridad  $v$  constante, siendo la derivada temporal de su coordenada polar  $\theta$  también constante. En el instante inicial las coordenadas polares tienen por valor  $r(0) = 0$  y  $\theta(0) = 0$ . Se pide para  $t = \frac{\pi}{2\omega}$ :

- 1) La coordenada radial  $r$ .
- 2) La componente  $y$  del vector de posición.
- 3) La componente radial de la velocidad en polares.
- 4) La componente radial de la aceleración en polares.

DATOS:  $v = 0.60 \text{ m/s}$ ,  $\omega = 51 \text{ rads}^{-1}$

(Ayuda:  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$ )

**SOLUCIÓN 2.34.**

- 1) 0.0118 m
- 2) 0.0118 m
- 3) 0.600 m/s
- 4) 43.3 m/s

**PROBLEMA PROPUESTO 2.35.**

Una partícula en el instante inicial está en el origen. Sigue una trayectoria dada en coordenadas polares por:  $r = \theta/\pi$ ;  $dr/dt = 3t^2$ . Se pide:

- 1) La componente radial de la velocidad en polares para  $\theta = \theta_0$ .
- 2) La componente angular de la aceleración en polares para  $t = t_0$ .

DATOS:  $\theta_0 = 0.44 \text{ rad}$ ,  $t_0 = 13 \text{ s}$

**SOLUCIÓN 2.35.**

- 1) 0.809 m/s
- 2) 2.15e6 m/s<sup>2</sup>



**PROBLEMA PROPUESTO 2.36.**

Dos puntos 1 y 2 siguen movimiento planos cuyas coordenadas polares verifican:

$$\frac{dr_1}{dt} = A = cte \quad \frac{d\theta_1}{dt} = \omega_1 = cte \quad r_2 = r_0 = cte \quad \frac{d\theta_2}{dt} = \omega_2 = cte$$

En el instante inicial se tiene  $r_1(0) = 0$ ,  $\theta_1(0) = \pi/2 \text{ rad}$  y  $\theta_2(0) = 0$ . Ambos puntos ocupan la misma posición transcurrido el mínimo tiempo posible  $t^*$ . Se pide:

- 1) El valor de  $A$ .
- 2) El valor del tiempo  $t^*$ .
- 3) La coordenada angular del punto de coincidencia  $\theta^*$ .
- 4) La componente angular de la velocidad en polares del primer móvil para  $t = t^*$ .
- 5) La componente angular de la aceleración en polares del primer móvil para  $t = t^*$ .

*DATOS* :  $\omega_1 = 26 \text{ rads}^{-1}$ ,  $r_0 = 0.51 \text{ m}$ ,  $\omega_2 = 97 \text{ s}^{-1}$

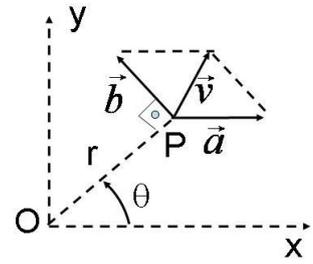
**SOLUCIÓN 2.36.**

- 1)  $23.1 \text{ m/s}$
- 2)  $0.0221 \text{ s}$
- 3)  $2.15 \text{ rad}$
- 4)  $13.3 \text{ m/s}$
- 5)  $1200 \text{ m/s}^2$

**PROBLEMA PROPUESTO 2.37.**

Un punto  $P$  se mueve en un plano de forma que su velocidad es un vector que representa en cada momento la resultante de dos vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  constantes en módulo de valor  $a$  y  $b = 2a$  respectivamente, uno de dirección fija y el otro perpendicular al radio que une el punto con el origen.

Utilícense coordenadas polares, eligiendo el eje polar en la dirección del vector  $\vec{a}$  según la figura. Para  $\theta = \theta_0$ , la coordenada  $r$  vale  $r_0$ .



Se pide para  $\theta = 2\theta_0$ :

- 1) La componente radial de la velocidad en polares.
- 2) La componente angular de la velocidad en polares.
- 3) La coordenada radial.
- 4) La componente radial de la aceleración en polares.
- 5) La velocidad areolar.

DATOS:  $\theta_0 = 0.71 \text{ rad}$ ,  $a = 0.69 \text{ m}$ ,  $r_0 = 1.69 \text{ m}$

(Ayuda: para integrar hágase el cambio de variable  $u = \sin\theta$ )

**SOLUCIÓN 2.37.**

- 1)  $0.104 \text{ m/s}$
- 2)  $0.698 \text{ m/s}$
- 3)  $2.25 \text{ m}$
- 4)  $-0.427 \text{ m/s}^2$
- 5)  $0.786 \text{ m}^2/\text{s}$