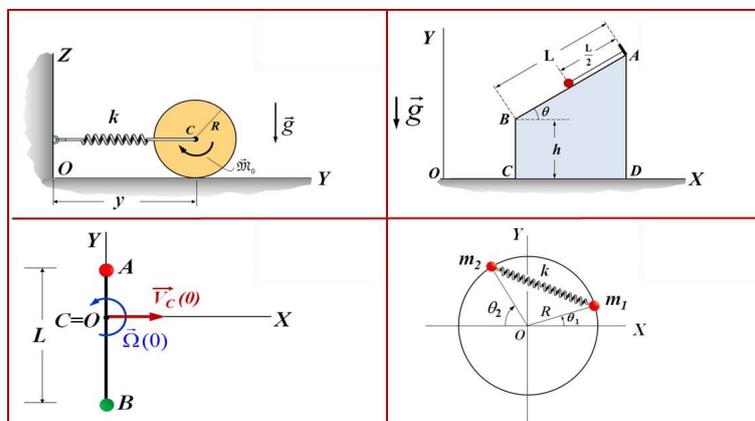


ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

FÍSICA I

PROBLEMAS PROPUESTOS

José Carlos JIMÉNEZ SÁEZ
Santiago RAMÍREZ DE LA PISCINA MILLÁN



3.- MOVIMIENTO RELATIVO

3

Movimiento Relativo

PROBLEMA PROPUESTO 3.1.

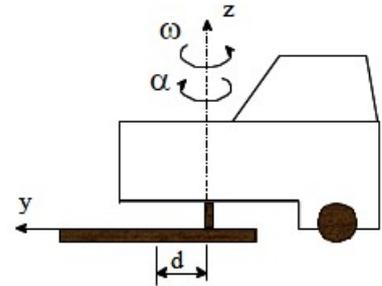
Una máquina limpiadora que circula a una velocidad v va frenando con una deceleración a .

Dispone de un cepillo circular de diámetro D , que gira excéntricamente alrededor de un eje vertical perpendicular a su plano por un punto situado a una distancia d del centro del cepillo, con una velocidad angular ω y una deceleración de α .

Calcular la velocidad y aceleración del centro del cepillo con respecto a tierra.

DATOS:

$$v = 3 \text{ m/s} \quad a = 0.5 \text{ m/s}^2 \quad D = 1 \text{ m} \quad d = 25 \text{ cm} \quad \omega = \pi \text{ rad/s} \quad \alpha = \pi/10 \text{ rad/s}^2$$

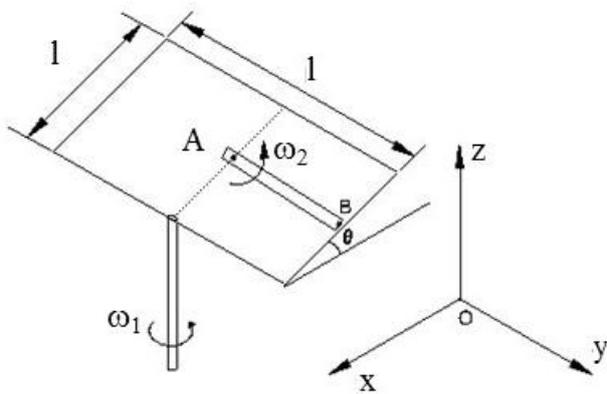


SOLUCIÓN 3.1.

$$\vec{v}_C = -\frac{\pi}{4} \vec{i} + 3 \vec{j} \quad (\text{m/s})$$

$$\vec{a}_C = \frac{\pi}{40} \vec{i} - \left(\frac{2+\pi^2}{4}\right) \vec{j} \quad (\text{m/s}^2)$$

PROBLEMA PROPUESTO 3.2.



La placa cuadrada de la figura, de lado L , está soldada a un eje vertical que gira con una velocidad angular constante ω_1 .

Simultáneamente, la barra AB , también de longitud L , gira alrededor del centro de la placa con una velocidad angular ω_2 , medida respecto a ésta.

Para la posición mostrada en la figura, calcúlese:

- 1) Velocidad angular y aceleración angular de la barra respecto a tierra.
- 2) Velocidad y aceleración absolutas del extremo B de la barra.

DATOS: $\omega_1 = 1 \text{ rad/s}$ $\omega_2 = 2 \text{ rad/s}$ $L = 40 \text{ cm}$ $\theta = 30^\circ$

SOLUCIÓN 3.2.

$$\vec{v} = -40(1 + \sqrt{3})\vec{i} - 10\sqrt{3}\vec{j} + 40\vec{k} \quad (\text{cm/s})$$

$$\vec{a} = 10\sqrt{3}\vec{i} - 40(5 + 2\sqrt{3})\vec{j} \quad (\text{cm/s}^2)$$

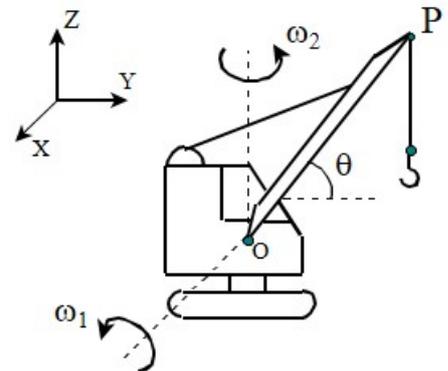


PROBLEMA PROPUESTO 3.3.

La torreta de la grúa mostrada en la figura gira respecto de la base con una velocidad angular constante ω_2 .

Simultáneamente la pluma se eleva con una velocidad angular también constante ω_1 , medida con respecto de la torreta. La longitud de la pluma es OP y su ángulo de inclinación respecto de la vertical es θ .

Calcúlese la velocidad y la aceleración absolutas del punto P , extremo de la pluma.



DATOS: $\omega_2 = 0.2 \text{ rad/s}$, $\omega_1 = 0.2 \text{ rad/s}$, $OP = 10 \text{ m}$ $\theta = \pi/3 \text{ rad}$

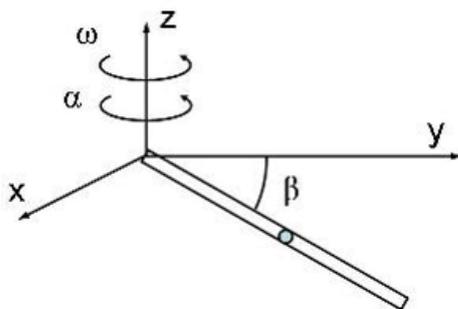
SOLUCIÓN 3.3.

$$\vec{v} = -\vec{i} - \sqrt{3}\vec{j} + \vec{k} \quad (m/s)$$

$$\vec{a} = \frac{2}{5} \left(\sqrt{3}\vec{i} - \vec{j} - \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{k} \right) \quad (m/s^2)$$



PROBLEMA PROPUESTO 3.4.



Un tubo delgado de longitud L está inclinado un ángulo β respecto de la horizontal y contenido siempre en un plano vertical que gira alrededor del eje z . En el instante de interés el plano coincide con el plano $x = 0$, y está girando con velocidad angular ω y aceleración angular α indicadas. En tal instante, una pequeña esfera está a la mitad del tubo y desciende por él con velocidad v' constante, relativa al tubo.

Calcular la aceleración absoluta de la esfera.

DATOS: $L = 2 \text{ m}$ $\beta = 45^\circ$ $\alpha = 1 \text{ rad/s}^2$ $v' = 1 \text{ m/s}$ $\omega = \text{ rad/s}$

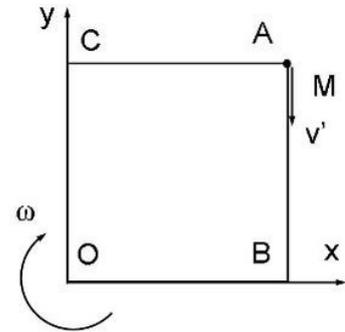
SOLUCIÓN 3.4.

$$\vec{a} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} \right) \quad (m/s^2)$$



PROBLEMA PROPUESTO 3.5.

Un cuadrado de lado L gira en su plano, alrededor de uno de sus vértices O , con velocidad angular constante ω . Al mismo tiempo, un punto M se mueve sobre el lado AB del cuadrado, desde A hacia B , con velocidad constante v' relativa al cuadrado. Con respecto a los ejes fijo dibujados, determinar en el instante inicial en el que M coincide con A , la velocidad absoluta y la aceleración absoluta del punto M .



DATOS: $v' = 4.5 \text{ m/s}$, $L = 2 \text{ m}$, $\omega = 6 \text{ rad/s}$

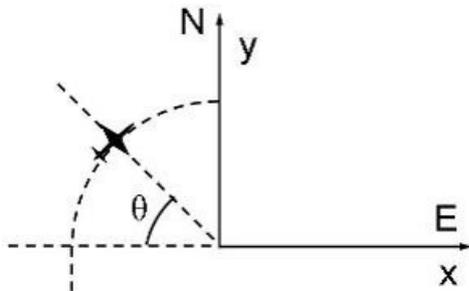
SOLUCIÓN 3.5.

$$\vec{v} = 12 \vec{i} - 16.5 \vec{j} \quad (\text{m/s})$$

$$\vec{a} = -126 \vec{i} - 72 \vec{j} \quad (\text{m/s}^2)$$



PROBLEMA PROPUESTO 3.6.



Un avión de línea, que vuela en dirección Norte con una velocidad constante v respecto al viento, vira hacia la dirección Este, manteniendo constante el módulo de su velocidad y describiendo una curva de radio R .

Un pasajero avanza hacia la cabina, a lo largo del fuselaje, con velocidad constante v' relativa al avión.

El viento sopla en sentido Este-Oeste con velocidad constante v_v .

Utilizando los ejes fijos dibujados, calcular la velocidad y la aceleración del pasajero respecto a Tierra cuando el avión se encuentra en la posición indicada en la figura.

El Norte coincide con el eje y positivo y el Este con el eje x positivo.

DATOS: $v = 183 \text{ m/s}$, $v' = 3.6 \text{ m/s}$, $R = 3017 \text{ m}$, $v_v = 15 \text{ m/s}$, $\theta = 53^\circ$

SOLUCIÓN 3.6.

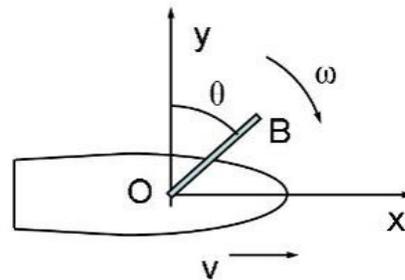
$$\vec{v} = 134 \vec{i} + 112 \vec{j} \quad (\text{m/s})$$

$$\vec{a} = 6.94 \vec{i} - 9.21 \vec{j} \quad (\text{m/s}^2)$$



PROBLEMA PROPUESTO 3.7.

La figura representa una fragata que se desplaza en el sentido indicado con velocidad v . El cañón OB , cuya longitud es L , gira con velocidad angular constante ω alrededor del punto O , situado en el plano del dibujo. La velocidad del proyectil respecto del cañón es v'_p . Utilizando los ejes fijos dibujados, calcular la velocidad y la aceleración del proyectil, respecto de un observador situado en tierra firme, cuando $\theta = 90^\circ$ que es el instante en el que el proyectil sale del cañón.



DATOS: $v = 5.7 \text{ m/s}$, $v'_p = 182 \text{ m/s}$, $L = 4.7 \text{ m}$, $\omega = 2.8 \text{ rad/s}$

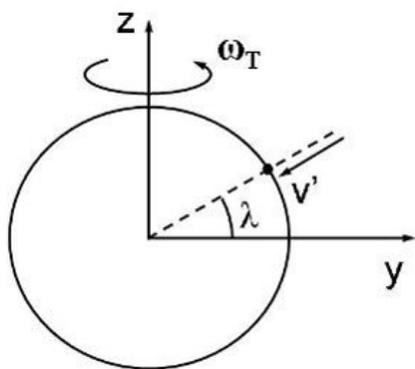
SOLUCIÓN 3.7.

$$\vec{v} = 188 \vec{i} - 13.2 \vec{j} \text{ (m/s)}$$

$$\vec{a} = -36.8 \vec{i} - 1020 \vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$$



PROBLEMA PROPUESTO 3.8.



El ascensor de una mina desciende con velocidad constante v' respecto de la superficie terrestre. La Tierra gira con velocidad angular ω_T en torno al eje z en el sentido indicado en la figura.

Utilizando un sistema de referencia fijo al centro de la Tierra y que no gire con ella, calcular la aceleración del ascensor en los siguientes casos:

1. Cuando está en el ecuador.
2. Cuando está a λ de latitud norte.

DATOS: $v' = 6.7 \text{ m/s}$, $\lambda = 53^\circ$ Radio de la Tierra : $R = 6370 \text{ km}$

SOLUCIÓN 3.8.

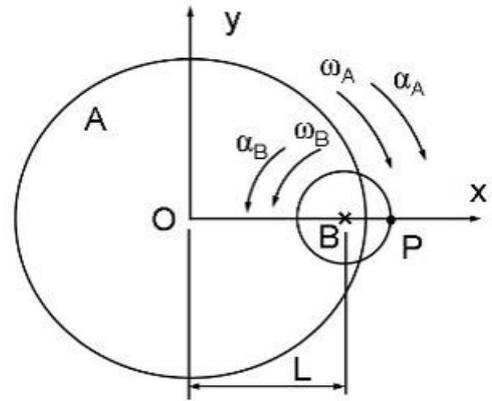
a) $\vec{a} = 9.74E(-4) \vec{i} - 3.37E(-3) \vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$

b) $\vec{a} = 5.86E(-4) \vec{i} - 2.03E(-3) \vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$



PROBLEMA PROPUESTO 3.9.

El disco A de la figura gira alrededor de un eje fijo, perpendicular a su plano, que pasa por O . Otro disco más pequeño, de radio R , está unido al A , en el punto B situado a una distancia L de O , mediante un pasador sin rozamiento. En la posición representada, los discos tienen las velocidades angulares y aceleraciones angulares indicadas y el punto P de la periferia del segundo disco está alineado con O y B .



Utilizando los ejes fijos dibujados, calcular la velocidad absoluta y la aceleración absoluta del punto P .

DATOS:

$$R = 0.1 \text{ m}, \quad L = 7.3 \text{ m}, \quad \omega_B = 3 \text{ rad/s}, \quad \omega_A = 10 \text{ rad/s}$$

$$\alpha_A = 4.8 \text{ rad/s}^2, \quad \alpha_B = 1.7 \text{ rad/s}^2$$

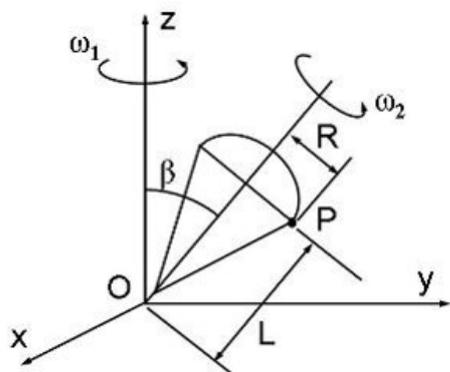
SOLUCIÓN 3.9.

$$\vec{v} = -73.7 \vec{j} \quad (\text{m/s})$$

$$\vec{a} = -735 \vec{i} - 35.4 \vec{j} \quad (\text{m/s}^2)$$



PROBLEMA PROPUESTO 3.10.



Una peonza, con su extremo fijo en el punto O , gira en torno a su eje con velocidad angular de rotación ω_2 y al mismo tiempo precesiona en torno al eje vertical Oz con velocidad angular ω_1 , ambas constantes y en los sentidos indicados.

Tomando como ejes fijos los dibujados, calcular la componente x de la velocidad absoluta y las componentes y y z de la aceleración absoluta del punto P de la peonza que en el instante de interés se encuentra en el plano $x = 0$.

DATOS: $L = 0.08 \text{ m}$, $R = 0.04 \text{ m}$, $\beta = 33^\circ$, $\omega_1 = 0.01 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 0.4 \text{ rad/s}$

SOLUCIÓN 3.10.

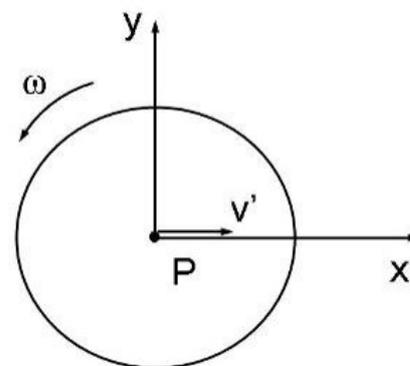
$$\vec{v} = -1.68E(-3)\vec{i} \text{ (m/s)}$$

$$\vec{a} = -5.7E(-4)\vec{i} + 3.49E(-4)\vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$$



PROBLEMA PROPUESTO 3.11.

Un disco gira con velocidad angular constante ω en torno al eje z . Un móvil P parte del centro del disco y recorre uno de sus radios, que en el instante inicial coincide con el eje Ox , con velocidad v' relativa al disco. Calcular, con respecto a los ejes fijos dibujados la velocidad absoluta y la aceleración absoluta de P en un instante genérico de tiempo t .



DATOS: $v' = 2.6 \text{ m/s}$, $t_1 = 3 \text{ s}$, $\omega = 6 \text{ rad/s}$

SOLUCIÓN 3.11.

$$\vec{v} = 36.9\vec{i} + 29.0\vec{j} \text{ (m/s)}$$

$$\vec{a} = -162\vec{i} + 231\vec{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

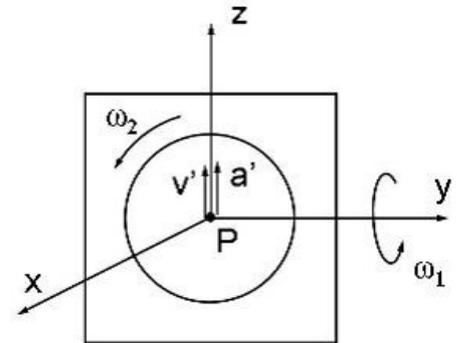


PROBLEMA PROPUESTO 3.12.

Una partícula se mueve a lo largo de uno de los diámetros de un disco de radio R , con velocidad v' y aceleración a' (medidas ambas respecto al disco).

El disco está rotando en torno a un eje perpendicular a su plano, que pasa por su centro, con velocidad angular ω_2 y el plano que contiene al disco rota con velocidad angular ω_1 en torno a un eje que pasa por el centro del disco.

Con respecto a los ejes fijos dibujados, calcular la componente z de la velocidad absoluta y la aceleración absoluta de la partícula en el instante representado en la figura: disco contenido en el plano $x = 0$; partícula pasando por el origen de coordenadas con v' y a' en dirección y sentido del eje Oz .



DATOS: $R = 4.3 \text{ m}$, $v' = 2.1 \text{ m/s}$, $a' = 4.3 \text{ m/s}^2$, $\omega_1 = 8 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 10 \text{ rad/s}$

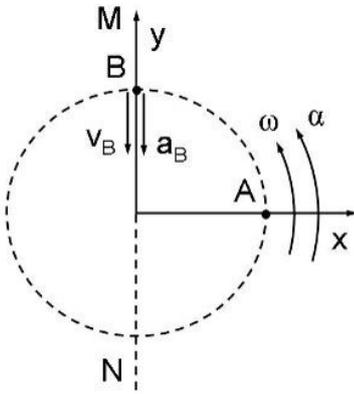
SOLUCIÓN 3.12.

$$\vec{v} = 2.10 \vec{k} \quad (\text{m/s})$$

$$\vec{a} = 33.6 \vec{i} - 42.0 \vec{j} + 4.30 \vec{k} \quad (\text{m/s}^2)$$



PROBLEMA PROPUESTO 3.13.



Un móvil A describe una circunferencia de radio R y centro O y otro móvil B se mueve sobre la recta MN con velocidad absoluta v_B y aceleración absoluta a_B , ambas en el sentido de M hacia N . En el instante de interés representado están en las posiciones indicadas, el móvil A tiene una velocidad angular ω y una aceleración angular α en los sentidos indicados. Calcular la velocidad relativa y aceleración relativa del móvil B respecto del móvil A , utilizando los ejes fijos dibujados.

DATOS: $v_B = 8.0 \text{ m/s}$, $a_B = 4.6 \text{ m/s}^2$, $R = 7 \text{ m}$, $\omega = 5 \text{ rad/s}$, $\alpha = 2.7 \text{ rad/s}^2$

SOLUCIÓN 3.13.

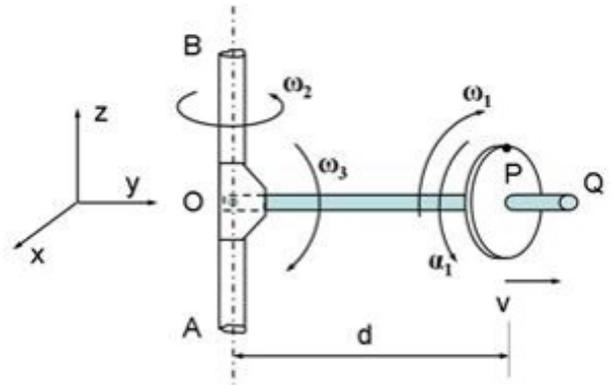
$$\vec{v} = 35.0 \vec{i} - 8.00 \vec{j} \quad (\text{m/s})$$

$$\vec{a} = -61.1 \vec{i} - 180 \vec{j} \quad (\text{m/s}^2)$$



PROBLEMA PROPUESTO 3.14.

El dispositivo de la figura consta de un árbol, una varilla y un disco de radio R . El árbol AB gira en torno a su eje vertical fijo, paralelo a OZ con velocidad angular ω_2 indicada. La varilla OQ está articulada con el árbol según se indica y gira con respecto a él con velocidad angular ω_3 en el sentido indicado, de modo que árbol y varilla están contenidos siempre en el mismo plano. El disco, insertado en la varilla se mantiene siempre perpendicular a ella. Con respecto a la varilla, el disco gira con velocidad angular ω_1 , aceleración angular α_1 y se desplaza a lo largo de la varilla con velocidad v .



Hallar la velocidad absoluta y la aceleración absoluta del punto P de la periferia del disco en el instante en que ocupa la posición más alta, instante en el cual la varilla es paralela al eje OY .

DATOS: $R = 0.5 \text{ m}$, $d = 3.9 \text{ m}$, $v = 3.4 \text{ m/s}$

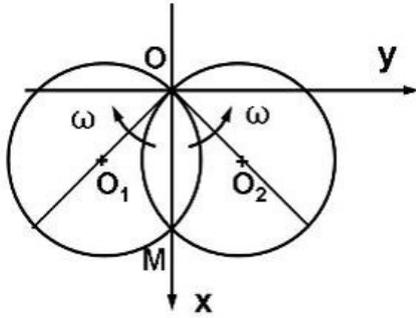
$\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 4 \text{ rad/s}$, $\omega_3 = 4 \text{ rad/s}$, $\alpha_1 = 4.0 \text{ rad/s}^2$

SOLUCIÓN 3.14.

$$\vec{v} = -20.6 \vec{i} + 5.40 \vec{j} - 15.6 \vec{k} \quad (\text{m/s})$$

$$\vec{a} = -41.2 \vec{i} - 165 \vec{j} - 85.2 \vec{k} \quad (\text{m/s}^2)$$

PROBLEMA PROPUESTO 3.15.



Dos circunferencias iguales, de radio R , giran alrededor de uno de sus puntos de intersección O , que es fijo, en sentidos opuestos, con velocidad angular constante ω .

Se pide:

- 1) El módulo de la velocidad del otro punto de intersección M , relativa a la circunferencia de centro O_2 .
- 2) El módulo de la aceleración del otro punto de intersección M , relativa a la circunferencia de centro O_2 .
- 3) El módulo de la velocidad absoluta del otro punto de intersección M , cuando $OM = R$.
- 4) El módulo de la aceleración absoluta del otro punto de intersección M , cuando $OM = R$.

DATOS: $R = 9.4 \text{ m}$, $\omega = 2.6 \text{ rad/s}$

SOLUCIÓN 3.15.

- 1) 48.9 m/s
- 2) 254 m/s^2
- 3) 42.3 m/s
- 4) 63.5 m/s^2