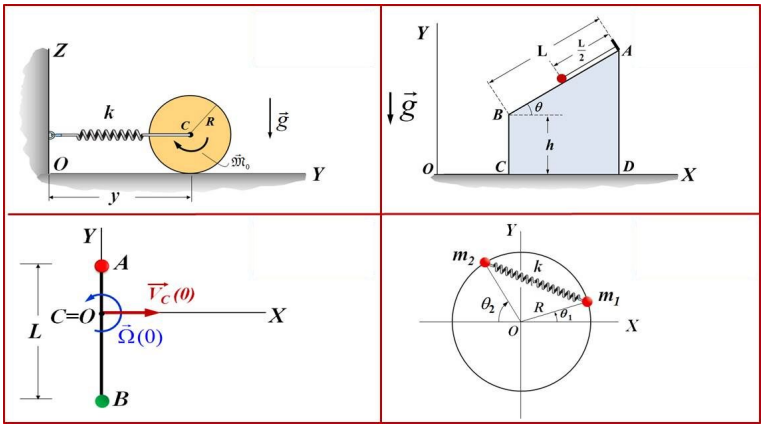
Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval
etsae

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

FÍSICA I

PROBLEMAS PROPUESTOS

José Carlos JIMÉNEZ SÁEZ
Santiago RAMÍREZ DE LA PISCINA MILLÁN



6.- GEOMETRÍA DE MASAS

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

6 Geometría de Masas

PROBLEMA PROPUESTO 6.1.

Para la superficie limitada por la curva $x^2 = Ay$ y las rectas $x = A$ e $y = 0$.

1) Calcular su superficie.

2) Calcular la coordenada x de su centroide.

DATOS: A = 65 mm

SOLUCIÓN 6.1.

1) 1410 mm^2

2) 48.8 mm

PROBLEMA PROPUESTO 6.2.

Para un toro de revolución engendrado por un círculo de radio r cuyo centro dista R del eje de revolución.

1) Calcular su volumen.

2) Calcular su superficie.

DATOS: r = 0.3m, R = 2.6m

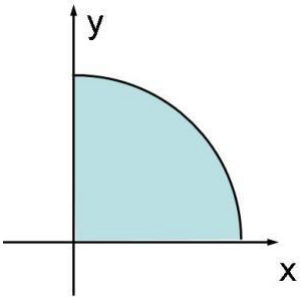
SOLUCIÓN 6.2.

1) 4.62 m^3

2) 30.8 m^2

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.3.



En la figura se muestra un cuarto de círculo de radio R.

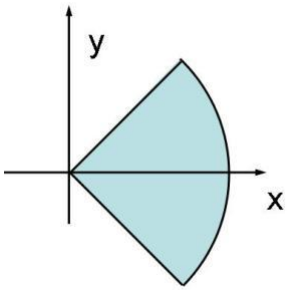
Calcular la coordenada x de su centroide.

DATOS: R = 3.2m

SOLUCIÓN 6.3.

1.36 m

PROBLEMA PROPUESTO 6.4.



En la figura se muestra un cuarto de círculo de radio R simétrico respecto del eje x.

Calcular la coordenada x de su centroide.

DATOS: R = 1.2m

SOLUCIÓN 6.4.

0.720 m

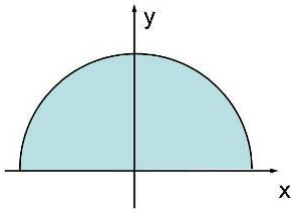
Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.5.

En la figura se muestra un semicírculo de radio R simétrico respecto del eje y.

Calcular la coordenada y de su centroide.

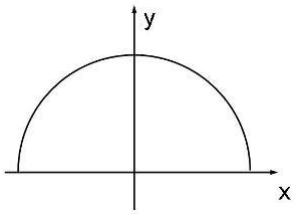
DATOS: R = 1.7m



SOLUCIÓN 6.5.

0.722 m

PROBLEMA PROPUESTO 6.6.



En la figura se muestra una semicircunferencia de radio R simétrica respecto del eje y.

Calcular la coordenada y de su centroide.

DATOS: R = 1.7m

SOLUCIÓN 6.6.

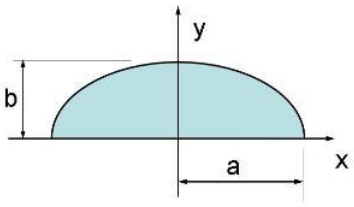
1.08 m

PROBLEMA PROPUESTO 6.7.

En la figura se muestra una superficie limitada por la recta $y = 0$ y la semielipse de semiejes a y b, simétrica respecto del eje y.

Calcular la coordenada y de su centroide.

DATOS: a = 4.7 m, b = 4.2 m



SOLUCIÓN 6.7.

1.78 m

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.8.

Considérese la superficie limitada entre las semirrectas positivas $x = 0$, $y = 0$ y la curva $y = h \cos \frac{\pi x}{2a}$.

1) Calcular el valor de dicha superficie.

2) Calcular la coordenada x_C de su centroide.

3) Calcular la coordenada y_C de su centroide.

DATOS: h = 7.5 m, a = 3.6 m

SOLUCIÓN 6.8.

1) $17.2\ m^2$

2) $1.31\ m$

3) $2.95\ m$

PROBLEMA PROPUESTO 6.9.

Calcular el momento de inercia de un cilindro recto de revolución, homogéneo, de masa total M, radio de la base R y altura L, con respecto a un plano transversal que pasa por su centro de masas.

DATOS: M = 14.1 kg, L = 6.8 m, R = 2.4 m

SOLUCIÓN 6.9.

$54.3\ kg.m^2$

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.10.

Calcular el momento de inercia de un cilindro recto de revolución, homogéneo, de densidad ρ, radio de la base R y altura L, con respecto a un plano transversal que pasa por su centro de masas.

DATOS: $\rho = 2.4\ kg/m^3$, $L = 6.5\ m$, $R = 4.7\ m$

SOLUCIÓN 6.10.

$3810\ m^2.kg$

PROBLEMA PROPUESTO 6.11.

Calcular el momento de inercia de un cilindro recto de revolución, homogéneo, de densidad ρ, hueco, de radios de la base R_1 y R_2 y altura L, con respecto a un plano transversal que pasa por su centro de masas.

DATOS: $\rho = 1.7\ kg/m^3$, $L = 7.2\ m$, $R_1 = 1.5\ m$, $R_2 = 4.2\ m$

SOLUCIÓN 6.11.

$2560\ kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.12.

Calcular el momento de inercia de un cilindro recto de revolución, homogéneo, de masa total M, radio de la base R y altura L, con respecto a un plano transversal que contiene a una de sus bases.

DATOS: M = 13.4kg, L = 4.5 m, R = 1.7m

SOLUCIÓN 6.12.

$90.5\ kg.m^2$

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.13.

Calcular el momento de inercia de un cilindro recto de revolución, homogéneo, de densidad ρ, radio de la base R y altura L, con respecto a un plano transversal que contiene a una de sus bases.

DATOS: $\rho = 2.2\ kg/m^3$, $L = 7.5\ m$, $R = 4.4\ m$

SOLUCIÓN 6.13.

$1.88E4\ kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.14.

Calcular el momento de inercia de un cilindro recto de revolución, homogéneo, de densidad ρ, hueco, de radios de la base R_1 y R_2 y altura L, con respecto a un plano transversal que contiene a una de sus bases.

DATOS: $\rho = 2.4\ kg/m^3$, $L = 6.8\ m$, $R_1 = 2.3\ m$, $R_2 = 4.1\ m$

SOLUCIÓN 6.14.

$9100\ kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.15.

Calcular el momento de inercia de un cilindro recto de revolución, homogéneo, de masa total M, radio de la base R y altura L, con respecto al eje principal de simetría.

DATOS: M = 14.1 kg, L = 5.1 m, R = 1.2 m

SOLUCIÓN 6.15.

$10.2\ kgm^2$

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.16.

Calcular el momento de inercia de un cilindro recto de revolución, homogéneo, de densidad ρ, radio de la base R y altura L, con respecto al eje principal de simetría.

DATOS: $\rho = 2.2\ kg/m^3, \quad L = 7.5\ m, \quad R = 2.5\ m$

SOLUCIÓN 6.16.

$1010\ kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.17.

Calcular el momento de inercia de un cilindro recto de revolución, homogéneo, de masa total M, hueco, de radios de la base R_1 y R_2 y altura L, con respecto al eje principal de simetría.

DATOS: $M = 11.0\ kg, \quad L = 9.3\ m, \quad R_1 = 1.9\ m, \quad R_2 = 4.2\ m$

SOLUCIÓN 6.17.

$117\ kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.18.

Calcular el momento de inercia de un cilindro recto de revolución, homogéneo, de densidad ρ, hueco, de radios de la base R_1 y R_2 y altura L, con respecto al eje principal de simetría.

DATOS: $\rho = 1.6\ kg/m^3, \quad L = 6.2\ m, \quad R_1 = 1.6\ m, \quad R_2 = 4.1\ m$

SOLUCIÓN 6.18.

$4300\ kg.m^2$

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.19.

Calcular el momento de inercia de un cilindro recto de revolución, homogéneo, de masa total M, radio de la base R y altura L, con respecto a un eje transversal que pasa por su centro de masas.

DATOS: M = 14.1 kg, L = 5.1 m, R = 1.2m

SOLUCIÓN 6.19.

35.6 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.20.

Calcular el momento de inercia de un cilindro recto de revolución, homogéneo, de densidad ρ, hueco, de radios de la base R_1 y R_2 y altura L, con respecto a un eje transversal que pasa por su centro de masas.

DATOS: $\rho = 1.6\ kg/m^3$, $L = 6.2\ m$, $R_1 = 1.6\ m$, $R_2 = 4.1\ m$

SOLUCIÓN 6.20.

3570 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.21.

Dado un cono recto de revolución, macizo y homogéneo, de masa M, altura H y radio de la base R, calcular la distancia desde el centro de masas hasta el vértice.

DATOS: M = 14.6 kg, H = 7.0 m, R = 1.4 m

SOLUCIÓN 6.21.

5.25 m

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.22.

Calcular el momento de inercia de un cono recto de revolución, macizo y homogéneo, de masa M, altura H y radio de la base R, con respecto a su eje principal de simetría

DATOS: M = 12.7 kg, H = 7.5 m, R = 2.5 m

SOLUCIÓN 6.22.

23.8 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.23.

Calcular el momento de inercia de un cono recto de revolución, macizo y homogéneo, de densidad ρ, altura H y radio de la base R, con respecto a su eje principal de simetría

DATOS: $\rho = 2.1\ kg/m^3$, $H = 5.3\ m$, $R = 2.7\ m$

SOLUCIÓN 6.23.

44.1 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.24.

Calcular el momento de inercia de un cono recto de revolución, macizo y homogéneo, de densidad ρ, altura H y radio de la base R, con respecto al plano de su base.

DATOS: $\rho = 1.6\ kg/m^3$, $H = 4.5\ m$, $R = 1.7\ m$

SOLUCIÓN 6.24.

44.1 $kg.m^2$

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.25.

Calcular el momento de inercia de un cono recto de revolución, macizo y homogéneo, de masa M, altura H y radio de la base R, con respecto a un eje que coincide con un diámetro de su base.

DATOS: M = 11.2 kg, H = 4.2 m, R = 2.8 m

SOLUCIÓN 6.25.

32.9 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.26.

Calcular el momento de inercia de un cono recto de revolución, macizo y homogéneo, de masa M, altura H y radio de la base R, con respecto a un eje paralelo a su base y que pasa por el centro de masas.

DATOS: M = 12.9 kg, H = 7.6 m, R = 2.3 m

SOLUCIÓN 6.26.

38.2 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.27.

Un arco de circunferencia de radio R, con centro en el origen de coordenadas y comprendido entre el eje Ox y la bisectriz del primer cuadrante, gira una revolución completa en torno al eje de ecuación $x = R\cos\frac{\pi}{4}$. Calcular el área de la superficie de revolución engendrada.

DATOS: R = 2.8 m

SOLUCIÓN 6.27.

7.48 m^2

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.28.

Una cuña, maciza y homogénea, de densidad ρ tiene por vértices $A(0,0,0)$, $B(b,0,0)$, $C(b,a,0)$, $D(0,a,0)$, $E(0,a,c)$, $F(b,a,c)$. Calcular la posición de su centroide.

DATOS: a = 5.2 m, b = 4.2 m, c = 1.5 m

SOLUCIÓN 6.28.

(2.10, 3.47, 0.500) m

PROBLEMA PROPUESTO 6.29.

Calcular la coordenada z del centroide de una semiesfera maciza y homogénea, de radio R, cuyo plano diametral es el plano $z = 0$, el eje z es eje de simetría y está situada en la zona $z \geq 0$.

DATOS: R = 3.3 m

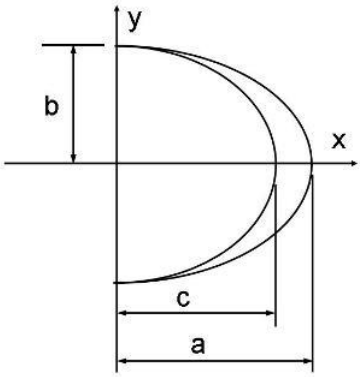
SOLUCIÓN 6.29.

1.24 m

PROBLEMA PROPUESTO 6.30.

Calcular la coordenada x del centroide de la superficie comprendida entre dos semielipses de semieje mayor c y a ($a > c$) y semieje menor b (común para ambas).

DATOS: a = 7.3 m, b = 3.9 m, c = 1.7 m



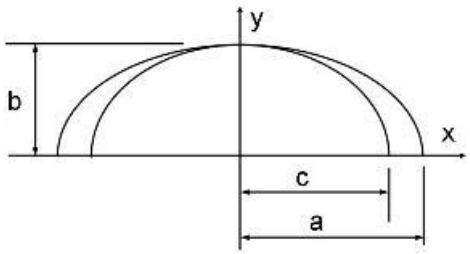
SOLUCIÓN 6.30.

3.82 m

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.31.

Calcular la coordenada y del centroide de la superficie comprendida entre dos semielipses de semieje mayor c y a ($a > c$) y semieje menor b (común para ambas).



DATOS: a = 6.7 m, b = 4.1 m, c = 1.6 m

SOLUCIÓN 6.31.

1.74 m

PROBLEMA PROPUESTO 6.32.

Calcular el momento de inercia de una varilla homogénea, de densidad lineal λ, longitud L y espesor despreciable, con respecto a un eje perpendicular a la varilla y que pasa por su centro de masas.

DATOS: $\lambda = 1.7\ kg/m$, $L = 4.3\ m$

SOLUCIÓN 6.32.

11.3 $kg.m^2$

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.33.

Calcular el momento de inercia de una varilla homogénea, de densidad lineal λ, longitud L y espesor despreciable, con respecto a un eje perpendicular a la varilla y que pasa por uno de sus extremos.

DATOS: $\lambda = 2.1\ kg/m$, $L = 9.5\ m$

SOLUCIÓN 6.33.

600 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.34.

Calcular el momento de inercia de una varilla de longitud L y espesor despreciable, con respecto a un eje perpendicular a la varilla y que pasa por uno de sus extremos. La densidad lineal de la varilla es proporcional a la distancia x a dicho extremo, $\lambda = kx$, y su masa total es M.

DATOS: M = 13.4 kg, L = 4.5 m

SOLUCIÓN 6.34.

136 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.35.

Calcular el momento de inercia de un alambre circular de radio R, masa M y espesor despreciable, con respecto a un eje perpendicular al plano de la circunferencia y que pasa por su centro.

DATOS: M = 13.1 kg, R = 3.1 m

SOLUCIÓN 6.35.

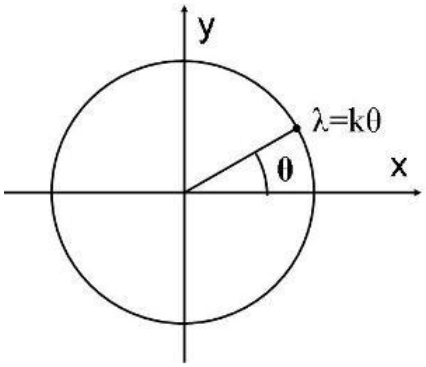
126 $kg.m^2$

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.36.

Calcular el momento de inercia de un alambre circular de radio R, espesor despreciable, cuya densidad lineal varía a lo largo del alambre de forma proporcional al ángulo ($\lambda = k\theta$), según se indica en la figura, con respecto a un eje perpendicular al plano de la circunferencia y que pasa por su centro.

DATOS: k = 1.6 kg/(m·rad), R = 1.7m



SOLUCIÓN 6.36.

155 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.37.

Calcular el momento de inercia de una placa homogénea, rectangular de dimensiones a y b, espesor despreciable, masa M, con respecto a un eje perpendicular a su plano y que pasa por su centro.

DATOS: a = 6.1 m, b = 4.3 m, M = 11.4 kg

SOLUCIÓN 6.37.

52.9 $kg.m^2$

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.38.

Calcular el momento de inercia de una placa circular homogénea, de radio R, densidad superficial σ y espesor despreciable, con respecto a un eje perpendicular a su plano y que pasa por su centro.

DATOS: $\sigma = 2.2\ kg/m^2$, $R = 2.6\ m$

SOLUCIÓN 6.38.

158 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.39.

Calcular el momento de inercia de una placa circular, de radio R, de masa total M, espesor despreciable, cuya densidad superficial varía a lo largo de la placa de forma proporcional a la distancia al centro ($\sigma = kr$), con respecto a un eje perpendicular a su plano y que pasa por su centro.

DATOS: M = 14.6 kg, R = 1.4 m

SOLUCIÓN 6.39.

17.2 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.40.

Calcular el momento de inercia de una superficie esférica, homogénea, de masa M y radio R con respecto a uno de sus diámetros.

DATOS: M = 12.3 kg, R = 3.8 m

SOLUCIÓN 6.40.

118 $kg.m^2$

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.41.

Calcular el momento de inercia de una esfera maciza, homogénea, de masa M y radio R, con respecto a uno de sus diámetros.

DATOS: M = 2.5 kg R = 1.5 m

SOLUCIÓN 6.41.

2.25 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.42.

Calcular el momento de inercia de una esfera maciza, de radio R y de masa total M, cuya densidad másica varía de forma proporcional a la distancia al centro ($\rho = kr$), con respecto a su centro.

DATOS: M = 11.6 kg, R = 2.9 m

SOLUCIÓN 6.42.

39.0 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.43.

Calcular el momento de inercia de una esfera maciza, de radio R y de masa total M, cuya densidad másica varía de forma proporcional a la distancia al centro ($\rho = kr$), con respecto a uno de sus diámetros.

DATOS: M = 12.3 kg, R = 3.8 m

SOLUCIÓN 6.43.

78.9 $kg.m^2$

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.44.

Calcular el momento de inercia de una esfera maciza, homogénea, de masa M y radio R, con respecto a su plano ecuatorial.

DATOS: M = 11.0 kg, R = 4.5 m

SOLUCIÓN 6.44.

44.6 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.45.

Calcular el momento de inercia de una esfera maciza, de radio R y de masa total M, cuya densidad másica varía de forma proporcional a la distancia al centro ($\rho = kr$), con respecto a su plano ecuatorial.

DATOS: M = 11.5 kg, R = 2.7 m

SOLUCIÓN 6.45.

18.6 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.46.

Calcular el momento de inercia de una esfera maciza, homogénea, de masa M y radio R, con respecto a una línea tangente a su superficie.

DATOS: M = 12.3kg, R = 1.0m

SOLUCIÓN 6.46.

17.2 $kg.m^2$

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.47.

Calcular el momento de inercia de una esfera maciza, de radio R y de masa total M, cuya densidad másica varía de forma proporcional a la distancia al centro ($\rho = kr$), con respecto a una línea tangente a su superficie.

DATOS: M = 14.0 kg, R = 2.4 m

SOLUCIÓN 6.47.

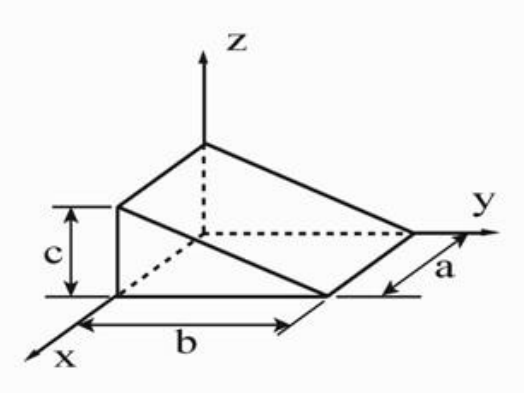
116 $kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.48.

La cuña homogénea de la figura tiene masa M y las dimensiones indicadas.

Calcular:

1) Su momento de inercia respecto del eje Ox.
2) Su momento de inercia respecto del plano $y = 0$.
3) Su momento de inercia respecto del plano $z = 0$.



DATOS: a = 7.2 m, b = 4.4 m, c = 1.7 m, M = 12.7 kg

SOLUCIÓN 6.48.

1) 47.1 $kg.m^2$
2) 41.0 $kg.m^2$
3) 6.12 $kg.m^2$

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA PROPUESTO 6.49.

Para un octavo de esfera homogénea de radio R y densidad ρ, tomando ejes cartesianos que coincidan con diámetros de la esfera y sean aristas del octavo de esfera, calcular:

1) La coordenada x del centro de masas.

2) El momento de inercia respecto de uno cualquiera de los ejes.

DATOS: $R = 1.4\ m$, $\rho = 2.0\ kg.m^{-3}$

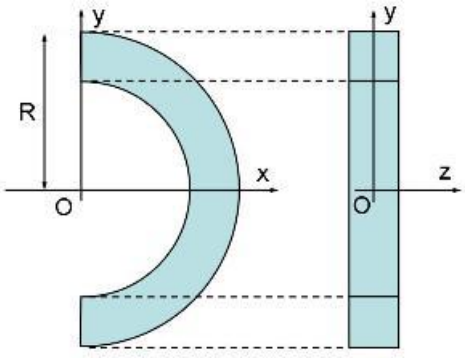
SOLUCIÓN 6.49.

1) $0.525\ m$

2) $2.25\ kg.m^2$

PROBLEMA PROPUESTO 6.50.

En la figura se muestra un semianillo homogéneo, de masa M y de sección recta cuadrada de lado $e = R/4$.



Calcular:

1) La coordenada x del centro de masas.

2) El momento de inercia respecto del eje Oz.

DATOS: M = 12.3 kg, R = 3.8 m

SOLUCIÓN 6.50.

1) $2.13\ m$

2) $139\ kg.m^2$