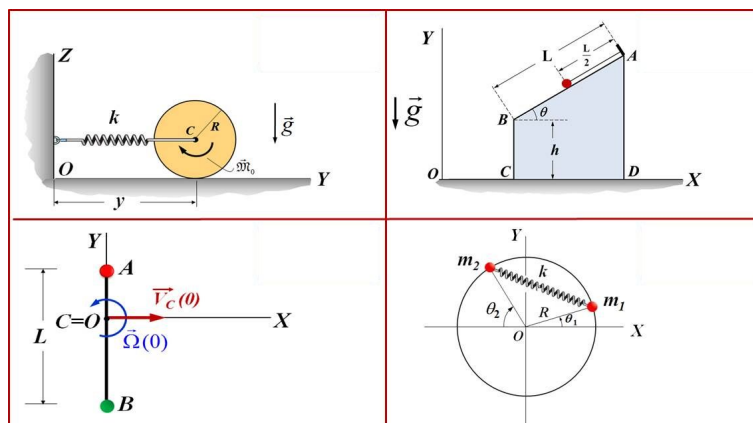


ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

FÍSICA I

PROBLEMAS PROPUESTOS

José Carlos JIMÉNEZ SÁEZ
Santiago RAMÍREZ DE LA PISCINA MILLÁN



8.- DINÁMICA DEL SÓLIDO

8

Dinámica del Sólido

PROBLEMA PROPUESTO 8.1.

Un disco circular de radio R y masa M está girando alrededor de un eje, perpendicular al disco y que pasa por su centro, a la velocidad angular de N rpm. Se aplica un par de frenado C constante. Calcular el tiempo que tarda en detenerse.

DATOS: $M = 14.3 \text{ kg}$, $R = 4.5 \text{ m}$, $N = 495 \text{ rpm}$, $C = 1.9 \text{ N.m}$

SOLUCIÓN 8.1.

3950 s



PROBLEMA PROPUESTO 8.2.

Un disco circular de radio R y masa M está girando alrededor de un eje, perpendicular al disco y que pasa por su centro, a la velocidad angular de N rpm.

Calcular el par constante de frenado que es necesario aplicar para que se detenga en un tiempo t .

DATOS: $M = 14.3 \text{ kg}$, $R = 4.5 \text{ m}$, $N = 495 \text{ rpm}$, $t = 4.3 \text{ s}$

SOLUCIÓN 8.2.

1750 N.m



PROBLEMA PROPUESTO 8.3.

Un volante está girando alrededor de un eje perpendicular al plano del volante y que pasa por su centro de masas a la velocidad de N rpm. Se aplica un par de frenado constante C que hace que el volante se detenga en un tiempo t .

Calcular el momento de inercia del volante.

DATOS: $N = 531$ rpm, $C = 2.3$ N.m, $t = 5.7$ s

SOLUCIÓN 8.3.

$$0.236 \text{ kg.m}^2$$

**PROBLEMA PROPUESTO 8.4.**

Un volante circular de radio R está girando alrededor de su eje con una velocidad angular ω_0 . Se aplica una fuerza de frenado constante F tangencial a la periferia del volante y éste se detiene después de n vueltas.

Calcular el momento de inercia del volante.

DATOS: $\omega_0 = 34$ rad/s, $R = 4.1$ m, $F = 14.7$ N, $n = 4.0$

SOLUCIÓN 8.4.

$$2.62 \text{ kg.m}^2$$



PROBLEMA PROPUESTO 8.5.

Una rueda de radio R está girando alrededor de su eje a la velocidad de N rpm. Se aplica en su borde una fuerza de frenado constante y tangencial a la rueda, con lo que se detiene al cabo de un tiempo t . El momento de inercia de la rueda respecto al eje de giro es I_e . Calcular:

- 1) El módulo de la fuerza aplicada.
- 2) El número de vueltas que da hasta detenerse.

DATOS: $I_e = 48 \text{ kg.m}^2$, $N = 521 \text{ rpm}$, $R = 2.7 \text{ m}$, $t = 7.1 \text{ s}$

SOLUCIÓN 8.5.

- 1) 137 N
- 2) 30.8 vueltas

**PROBLEMA PROPUESTO 8.6.**

Un rectángulo de masa M y dimensiones $a \times b$ está situado en un plano vertical sujeto por pasadores en dos vértices A y B consecutivos del mismo lado a .

Se suelta el vértice B . Calcular:

- 1) La aceleración angular inicial que adquiere.
- 2) La velocidad angular en el instante que el centro de masas pasa por la vertical del punto de suspensión.
- 3) La reacción en el punto de suspensión cuando el centro de masas pasa por la vertical del punto de suspensión.

DATOS: $M = 10.6 \text{ kg}$, $a = 7.9 \text{ m}$, $b = 4.5 \text{ m}$

SOLUCIÓN 8.6.

- 1) 1.40 rad/s^2
- 2) 1.28 rad/s
- 3) 183 N



PROBLEMA PROPUESTO 8.7.

Una varilla de longitud L y masa M cuelga de uno de sus extremos. Se lleva la varilla a la posición horizontal y se suelta de nuevo.

Calcular cuando la varilla pasa por la posición vertical:

- 1) La velocidad del extremo libre.
- 2) La reacción en el punto de suspensión.

DATOS: $M = 12.2 \text{ kg}$, $L = 8.5 \text{ m}$

SOLUCIÓN 8.7.

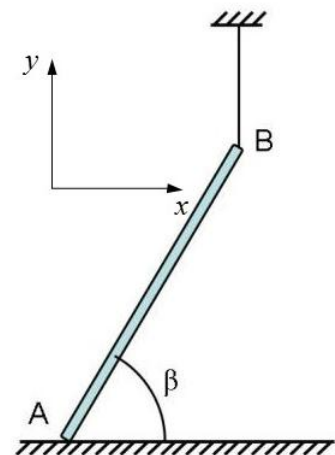
- 1) 15.8 m/s
- 2) 299 N

**PROBLEMA PROPUESTO 8.8.**

Un extremo de una varilla homogénea de masa M y longitud L , permanece sobre una superficie horizontal rugosa. Se mantiene en la posición $\beta = 60^\circ$ por medio de un hilo unido al otro extremo. Si se rompe el hilo y suponiendo que el rozamiento es suficientemente grande para impedir todo deslizamiento, calcular, nada más romperse el hilo:

- 1) La aceleración angular de la varilla.
- 2) La reacción en A.

DATOS: $M = 12.0 \text{ kg}$, $L = 9.0 \text{ m}$

**SOLUCIÓN 8.8.**

- 1) 0.817 rad/s^2
- 2) $(38.2, 294) \text{ N}$



PROBLEMA PROPUESTO 8.9.

Un sólido de masa M y de forma irregular se suspende de un eje que dista r_C de su centro de masas. El periodo de las pequeñas oscilaciones alrededor de su posición de equilibrio estable es T .

Calcular el momento de inercia del sólido respecto de un eje, paralelo al de suspensión y que pasa por su centro de masas.

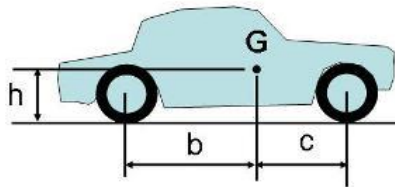
DATOS: $M = 15.0 \text{ kg}$, $r_C = 0.4 \text{ m}$, $T = 2.2 \text{ s}$

SOLUCIÓN 8.9.

$$4.81 \text{ kg.m}^2$$

**PROBLEMA PROPUESTO 8.10.**

Calcular la aceleración máxima que se puede obtener del automóvil de la figura que tiene la tracción en las ruedas traseras, siendo μ el coeficiente de rozamiento, G el centro de gravedad del automóvil, M su masa y h , b y c las cotas indicadas.



DATOS: $M = 474 \text{ kg}$, $\mu = 0.5$, $h = 0.3 \text{ m}$, $b = 1.6 \text{ m}$, $c = 2.0 \text{ m}$

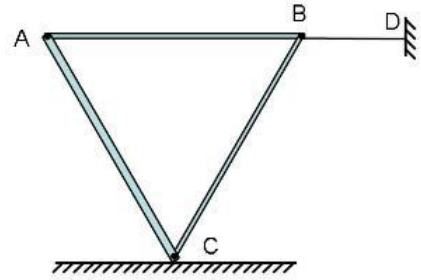
SOLUCIÓN 8.10.

$$2.84 \text{ m/s}^2$$



PROBLEMA PROPUESTO 8.11.

Un sólido rígido está formado por tres varillas homogéneas, de longitud L , unidas por sus extremos, formando un triángulo equilátero, y dispuestas según se indica en la figura, con la varilla AB horizontal. Las masas de las varillas son M_{AB} , M_{BC} , M_{CA} .



En un cierto instante se rompe la cuerda BD . Calcular para dicho instante:

- 1) La aceleración angular del sólido.
- 2) La componente vertical de la reacción en C suponiendo que el rozamiento es suficientemente grande como para que no exista deslizamiento.
- 3) La componente horizontal de la reacción en C suponiendo que el rozamiento es suficientemente grande como para que no exista deslizamiento.

DATOS: $M_{AB} = M$, $M_{BC} = M$, $M_{CA} = 2M$, $M = 11.1 \text{ kg}$, $L = 6.0 \text{ m}$

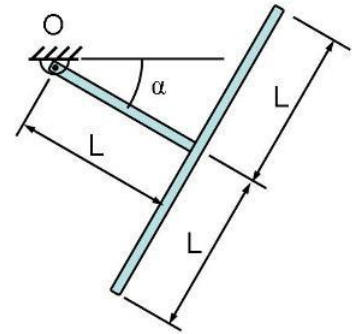
SOLUCIÓN 8.11.

- 1) 0.223 rad/s^2
- 2) 431 N
- 3) 32.1 N



PROBLEMA PROPUESTO 8.12.

Las dos varillas delgadas y uniformes de la figura están soldadas según se indica y pueden girar alrededor de la articulación en O , contenidas en un plano vertical. La masa de las varillas por unidad de longitud es λ . En el instante representado en la figura, la velocidad angular es ω en el sentido de las agujas del reloj.



Calcular para dicho instante:

- 1) La aceleración angular.
- 2) El módulo de la componente vertical de la reacción en O .
- 3) El módulo de la componente horizontal de la reacción en O

DATOS: $L = 7.6 \text{ m}$, $\lambda = 2.0 \text{ kg/m}$, $\omega = 1.8 \text{ rad/s}$, $\alpha = 41^\circ$

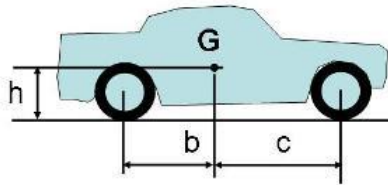
SOLUCIÓN 8.12.

- 1) 0.811 rad/s^2
- 2) 884 N
- 3) -860 N



PROBLEMA PROPUESTO 8.13.

Un coche, de masa total M cuya posición del centro de masas se indica en la figura, que marcha a una velocidad v_0 frena bruscamente inmovilizando sus cuatro ruedas. La distancia que recorre desde que se aplican los frenos hasta que se detiene es D .



Calcular, durante el recorrido de frenada:

- 1) El módulo de la componente vertical de la reacción en una de las ruedas delanteras.
- 2) El módulo de la componente vertical de la reacción en una de las ruedas traseras.
- 3) El coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo.

DATOS:

$$M = 1793 \text{ kg}, \quad v_0 = 27 \text{ m/s}, \quad D = 176 \text{ m}, \quad h = 0.5 \text{ m}, \quad b = 1.9 \text{ m}, \quad c = 2.5 \text{ m}$$

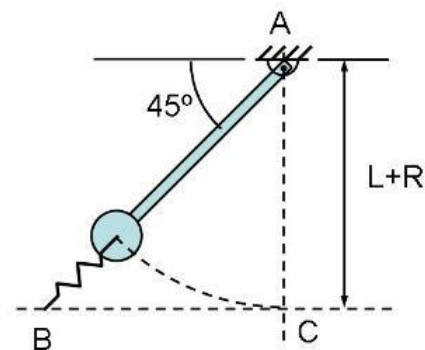
SOLUCIÓN 8.13.

- 1) 4000 N
- 2) 4780 N
- 3) 0.211



PROBLEMA PROPUESTO 8.14.

Un sólido rígido está formado por una varilla de longitud L y masa M_V , que puede girar alrededor del pasador situado en A , y por una esfera de radio R y masa M_E , soldada en su extremo como se indica en la figura. La esfera está unida al punto fijo B mediante un muelle de constante k . En la posición indicada en la figura el sólido tiene una velocidad angular ω en sentido contrario a las agujas del reloj y el muelle está en línea recta con la varilla y sin deformar.



- 1) Calcular, en módulo, la aceleración angular del sólido en dicho instante.

Cuando ha girado 45° a partir de dicha posición, es decir, cuando el centro de la esfera se encuentra en el punto C :

- 2) Calcular, en módulo, la aceleración del centro de masas del sólido.
- 3) Calcular la velocidad angular del sólido.

DATOS: $L = 8.5 \text{ m}$, $M_V = 5.1 \text{ kg}$, $R = 0.2 \text{ m}$, $M_E = 1.7 \text{ kg}$
 $k = 2.0 \text{ N/m}$, $\omega = 11.8 \text{ rad/s}$

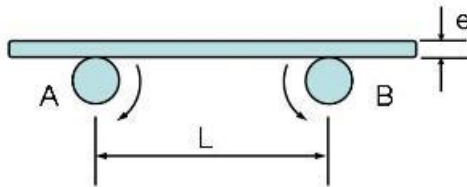
SOLUCIÓN 8.14.

- 1) 1.00 rad/s^2
- 2) 1.89 m/s^2
- 3) 11.8 rad/s

PROBLEMA PROPUESTO 8.15.

Una barra de masa M permanece en equilibrio, en posición horizontal, apoyada sobre dos rodillos rugosos que giran en sentidos opuestos con la misma velocidad angular. La distancia entre los ejes de los rodillos es L , el espesor de la barra es e y el coeficiente de rozamiento es μ .

Se desplaza la barra, horizontalmente, una cantidad x_0 hacia la derecha y se deja libre.



- 1) Calcular el valor del desplazamiento para $t = t_1$.
- 2) Calcular, justo cuando está desplazada x_0 la componente vertical de la reacción en el rodillo B .
- 3) Calcular, justo cuando está desplazada x_0 la componente vertical de la reacción en el rodillo A .

DATOS: $L = 9.0 \text{ m}$, $M = 12.0 \text{ kg}$, $x_0 = 0.5 \text{ m}$, $\mu = 0.4$, $e = 0.2 \text{ m}$, $t_1 = 1.1 \text{ s}$

SOLUCIÓN 8.15.

- 1) 0.257 m
- 2) 65.4 N
- 3) 52.2 N

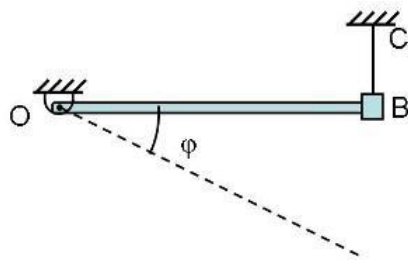


PROBLEMA PROPUESTO 8.16.

Una barra uniforme, de masa M y longitud L , tiene adosada en un extremo una masa M que puede considerarse puntual. Inicialmente la barra está en posición horizontal mediante un pasador en O y la cuerda vertical CB , según se indica en la figura.

Calcular:

- 1) La distancia desde el centro de masas del sólido hasta el punto O .
- 2) La tensión de la cuerda.



Se corta la cuerda CB . Calcular cuando forma un ángulo φ con la horizontal:

- 3) La aceleración angular del sólido.
- 4) La velocidad angular del sólido.

DATOS: $M = 14.2 \text{ kg}$, $L = 9.8 \text{ m}$, $\varphi = 54^\circ$

SOLUCIÓN 8.16.

- 1) 7.35 m
- 2) 209 N
- 3) 0.661 rad/s^2
- 4) 1.35 rad/s



PROBLEMA PROPUESTO 8.17.

Una chapa de hierro de masa M , en forma de triángulo equilátero está en posición horizontal suspendida de sus tres vértices mediante hilos verticales. Se corta uno de los hilos.

Calcular:

- 1) El valor inicial de las reacciones en los otros dos hilos.
- 2) La aceleración inicial del centro de masas del triángulo.

DATOS: $M = 13.9\text{kg}$

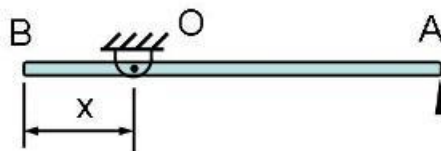
SOLUCIÓN 8.17.

- 1) 22.7 N
- 2) 14.7 m/s^2

**PROBLEMA PROPUESTO 8.18.**

Una varilla homogénea, de longitud L , está simplemente apoyada en su extremo A y puede girar alrededor de un pasador en O , sin rozamiento. Se suprime el apoyo en A .

Calcular el valor de la distancia x para que la reacción en O al iniciarse el giro de la varilla sea igual a la que existía en dicho punto antes de retirar el apoyo A .



DATOS: $L = 6.0\text{ m}$

SOLUCIÓN 8.18.

2.00 m

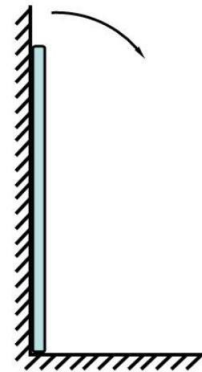


PROBLEMA PROPUESTO 8.19.

Una varilla homogénea, de longitud L , se encuentra apoyada en la pared vertical y en el suelo, sin rozamiento, como se indica en la figura. Se separa ligeramente de su posición de equilibrio inestable y cae manteniéndose siempre en el mismo plano vertical.

Calcular el ángulo que la varilla formará con la pared cuando deje de apoyarse en ella.

DATOS: $L = 7.1\text{m}$

**SOLUCIÓN 8.19.**

48.2°

**PROBLEMA PROPUESTO 8.20.**

Un cartel de anuncios, plano y cuadrado, de lado L , está sujeto por un eje horizontal que coincide prácticamente con su lado superior. El cartel puede girar libremente sobre dicho eje, con rozamiento despreciable. Si realiza pequeñas oscilaciones, calcular el periodo de las mismas.

DATOS: $L = 7.2\text{m}$

SOLUCIÓN 8.20.

4.40 s

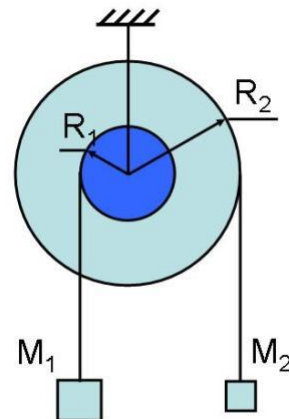


PROBLEMA PROPUESTO 8.21.

Se dispone de dos discos rígidamente unidos, con un eje común, de radios R_1 y R_2 .

Arrollados a la periferia de ambos discos se encuentran dos cables de masa despreciable, de los que penden masas M_1 y M_2 , situadas a la misma altura según se indica en la figura. Los cables no pueden deslizar sobre la superficie de los discos.

El conjunto de los dos discos tiene masa M_D y su radio de giro es k_e . En el instante inicial, las masas se encuentran sobre la misma horizontal y sujetas. Se dejan libres las dos al mismo tiempo.



Calcular:

- 1) La aceleración angular de los discos.
- 2) La tensión del cable que soporta la masa M_1
- 3) El tiempo que ha de transcurrir para que las dos masas estén separadas una distancia D .

DATOS: $R = 0.5 \text{ m}$, $R_1 = R$, $R_2 = 4R$, $k_e = 0.5 \text{ m}$

$M = 12.2 \text{ kg}$, $M_1 = 2M$, $M_2 = M$, $M_D = 22M$, $D = 37 \text{ m}$

SOLUCIÓN 8.21.

- 1) 0.980 rad/s^2
- 2) 251 N
- 3) 5.50 s

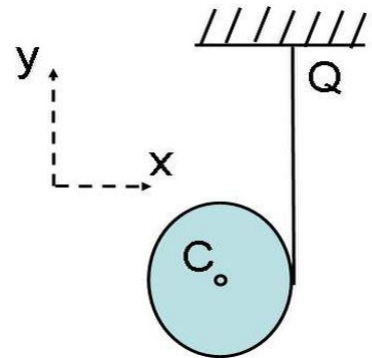


PROBLEMA PROPUESTO 8.22.

Un disco homogéneo de masa M y radio R pende de un hilo que esta unido a un punto Q fijo. El hilo está arrollado al disco. Se abandona el sistema desde el reposo y con el hilo en situación vertical. Se pide:

- 1) El valor de la tensión.
- 2) El módulo de la velocidad angular para el instante $t = t_0$.
- 3) El ángulo girado para el instante $t = t_0$.

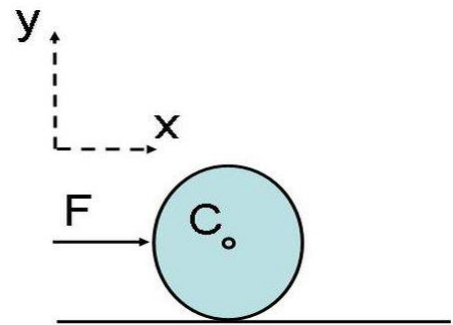
DATOS: $R = 0.19 \text{ m}$, $M = 4.8 \text{ kg}$, $t_0 = 25 \text{ s}$

**SOLUCIÓN 8.22.**

- 1) 15.7 N
- 2) 860 rad/s
- 3) 1.07E4 rad

PROBLEMA PROPUESTO 8.23.

Un disco homogéneo de masa M y radio R apoya sobre un suelo con coeficiente de rozamiento estático μ_e . El disco se encuentra inicialmente en reposo. Sobre él comienza a actuar una fuerza $F = at$ donde a es una constante cuya recta soporte atraviesa el CM tal como se muestra en la figura.



Se pide:

- 1) El instante en el que comienza a deslizar.
- 2) El módulo de la velocidad del centro de masas en el instante en el que comienza a deslizar.
- 3) El módulo de la velocidad angular en el instante en el que comienza a deslizar.

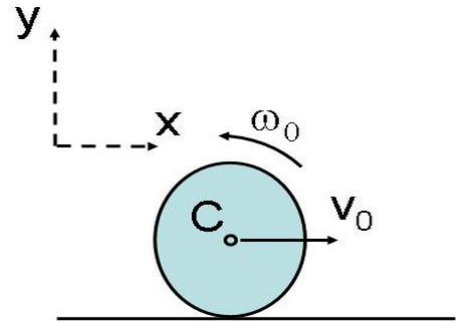
DATOS: $R = 0.32 \text{ m}$, $M = 4. \text{ kg}$, $\mu_e = 0.37$, $a = 0.99 \text{ N/s}$

SOLUCIÓN 8.23.

- 1) 48.3 s
- 2) 175 m/s
- 3) 548 rad/s

PROBLEMA PROPUESTO 8.24.

Un disco homogéneo de masa M y radio R se mueve apoyando sobre una superficie horizontal de coeficiente de rozamiento μ_d . En un determinado momento que consideraremos como instante inicial el disco posee una velocidad angular ω_0 y una velocidad del centro de masas v_0 según se muestra en la figura.



Se pide:

- 1) La componente x de la aceleración del centro de masas.
- 2) La componente z de la aceleración angular del sólido.
- 3) La componente x de la velocidad del centro de masas en el instante $t = t_0$.
- 4) La componente z de la velocidad angular del sólido en el instante $t = t_0$.
- 5) El instante en el que comienza a rodar.
- 6) La energía disipada hasta el instante $t = t_0$.

DATOS: $R = 0.60 \text{ m}$, $M = 8.7 \text{ kg}$, $\mu_d = 0.31$

$\omega_0 = 19 \text{ rad.s}^{-1}$, $v_0 = 1.02 \text{ m/s}$, $t_0 = 38 \text{ s}$

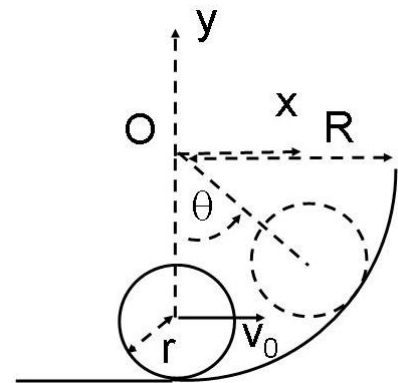
SOLUCIÓN 8.24.

- 1) -3.04 ms^{-2}
- 2) -10.1 rads^{-2}
- 3) -114 m/s
- 4) -366 rad/s
- 5) 1.36 s
- 6) $-1.23E4 \text{ J}$

PROBLEMA PROPUESTO 8.25.

Una esfera homogénea de masa M y radio R rueda sin deslizar por una pista horizontal. La pista se curva verticalmente en forma de circunferencia de radio $R = 4r$. Se toma como instante inicial aquel en el que la esfera entra en la parte curva de la pista, momento en el que la velocidad del centro de masas es v_0 .

Se conoce el coeficiente de rozamiento estático $\mu_e = 1/3$ entre la pista y la esfera.



Se pide, cuando el centro de la esfera ha girado un ángulo $\theta = \theta_0$ en torno al centro de la circunferencia de radio R (punto O), en módulo:

- 1) La velocidad angular.
- 2) La aceleración normal.
- 3) La reacción normal de la pista.

Tómese $v_0 = \sqrt{\frac{10gR}{7}}$.

(Ayuda: Utilícese el teorema de la energía cinética y las ecuaciones de movimiento).

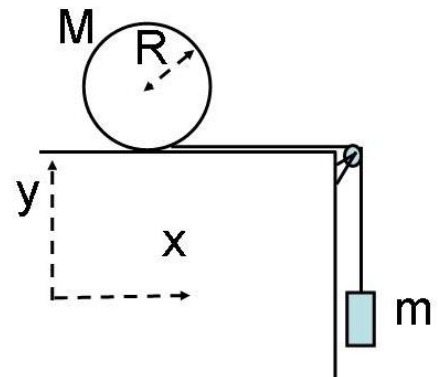
DATOS: $r = 0.60 \text{ m}$, $M = 3.9 \text{ kg}$, $\theta_0 = 0.22 \text{ rad}$

SOLUCIÓN 8.25.

- 1) 9.54 rads^{-1}
- 2) 13.7 ms^{-2}
- 3) 90.6 N

PROBLEMA PROPUESTO 8.26.

El disco homogéneo de la figura de masa M y radio R contenido en un plano vertical tiene arrollado a lo largo de su perímetro un hilo ideal (alojado en una pequeña garganta). El hilo no interfiere con el apoyo del disco gracias a la garganta o rebaje. El hilo está unido en su otro extremo a una masa $m = M$ tal y como se muestra en la figura. El coeficiente de rozamiento estático y dinámico entre el disco y la superficie es μ . El conjunto se encuentra inicialmente en reposo.



Se pide:

- 1) El módulo de la aceleración de bajada de la masa M .
- 2) El módulo de la aceleración angular del disco.
- 3) El módulo de la aceleración del centro de masas del disco.

DATOS: $R = 0.54 \text{ m}$, $M = 3.2 \text{ kg}$, $\mu = 0.37$

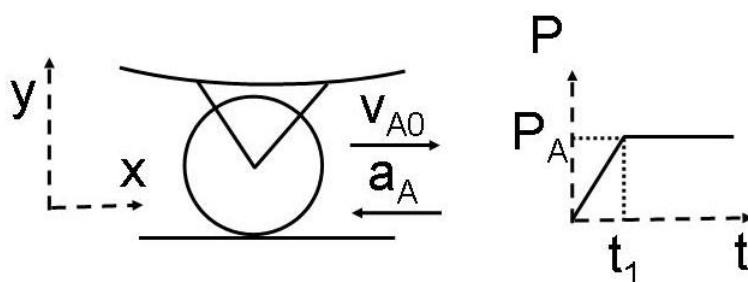
SOLUCIÓN 8.26.

- 1) 4.63 m.s^{-2}
- 2) 5.72 rad.s^{-2}
- 3) 1.54 m.s^{-2}



PROBLEMA PROPUESTO 8.27.

Un avión va a tomar tierra. Considérese una de las ruedas del tren de aterrizaje. Supongamos que ésta es un disco homogéneo de masa M y radio R . El instante inicial es aquel en el que la rueda hace contacto con la pista. En tal instante el avión lleva una velocidad v_{A0} y una deceleración de valor a_A que se mantiene constante, ambas paralelas a la superficie de la pista. El coeficiente de rozamiento entre la rueda y la pista es μ . La fuerza vertical neta que la rueda hace sobre la pista varía linealmente con el tiempo según se indica en la figura. Sabiendo que para $t = 0$ la velocidad angular de la rueda es nula, y que justo a partir de t_1 el movimiento es de rodadura.



Calcular:

- 1) El valor de t_1 .
- 2) El tiempo que tarda el avión en detenerse.
- 3) La energía disipada por rozamiento.

DATOS: $R = 0.36 \text{ m}$, $M = 13.6 \text{ kg}$, $\mu = 0.44$

$v_{A0} = 46.9 \text{ m/s}$, $P_A = 1547 \text{ N}$, $a_A = 14.7 \text{ m.s}^{-2}$

SOLUCIÓN 8.27.

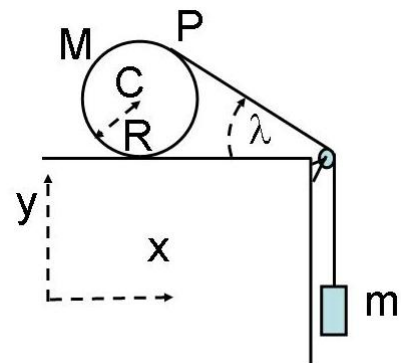
- 1) 0.724 s
- 2) 3.19 s
- 3) 5340 J

PROBLEMA PROPUESTO 8.28.

Un cilindro macizo y homogéneo, de masa M y radio R , tiene arrollado un hilo ideal que pasa a través de una pequeña polea de masa despreciable. El hilo se une en el otro extremo a una masa $m = M$ según se indica en la figura. No existe rozamiento entre el cilindro y el suelo. Sea λ el ángulo que forma la cuerda con la horizontal en la polea. Se pide la aceleración del centro de masas del cilindro.

(Ayuda: Utilícese el campo de aceleraciones del sólido entre el centro de masas y el punto P donde la cuerda pierde contacto con el cilindro y proyéctese en la dirección de la cuerda.)

DATOS: $R = 0.76 \text{ m}$, $M = 12.1 \text{ kg}$, $\lambda = 0.35 \text{ rad}$, $m = 7.2 \text{ kg}$

**SOLUCIÓN 8.28.**

$$2.02 \text{ m.s}^{-2}$$



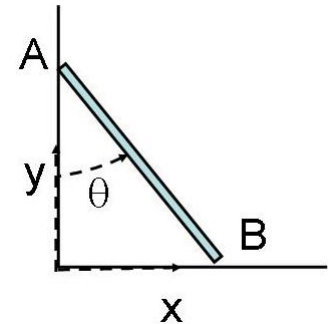
PROBLEMA PROPUESTO 8.29.

Una varilla AB de longitud L , masa M y sección despreciable se mueve apoyando sobre una pared vertical en A y sobre una superficie horizontal en B , con rozamiento despreciable en ambos apoyos. Sea θ el ángulo que forma la varilla con la vertical. Si inicialmente se abandona la varilla desde el reposo en una posición vertical $\theta_0 = 0$.

Se pide para un determinado ángulo θ :

- 1) El módulo de la velocidad angular.
- 2) La componente x de la velocidad del centro de masas.
- 3) La componente y de la velocidad del centro de masas
- 4) El módulo de la aceleración angular.
- 5) La componente x de la aceleración del centro de masas.

DATOS: $L = 0.14 \text{ m}$, $M = 4.5 \text{ kg}$, $\theta = 0.44 \text{ rad}$

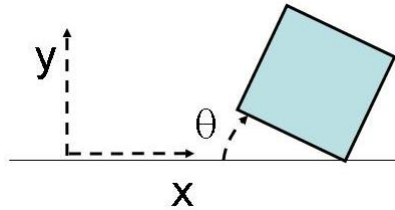
**SOLUCIÓN 8.29.**

- 1) 4.47 rad.s^{-1}
- 2) 0.283 m.s^{-1}
- 3) -0.133 m.s^{-1}
- 4) 44.7 rad.s^{-2}
- 5) 2.24 m.s^{-2}



PROBLEMA PROPUESTO 8.30.

Una placa cuadrada de lado L y masa M se mueve sobre un suelo horizontal contenida siempre en un plano vertical. La velocidad de rotación de la placa alrededor de un eje perpendicular a ésta es una función sinusoidal del tiempo cuyo valor máximo es ω_M , su periodo T y es máxima en la posición $\theta = 0$ siendo θ el ángulo que forma con la horizontal. El vértice de apoyo no desliza sobre el suelo. Se pide el par que es necesario aplicar para que se produzca el movimiento que se ha descrito en un instante t .



DATOS: $L = 0.54 \text{ m}$, $M = 2.8 \text{ kg}$, $\omega_M = 47 \text{ rads}^{-1}$, $T = 25 \text{ s}$, $t = 48.5 \text{ s}$

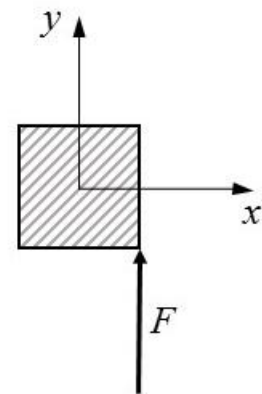
SOLUCIÓN 8.30.

11.9 m.N

**PROBLEMA PROPUESTO 8.31.**

Una placa cuadrada plana descansa en reposo apoyando su cara sobre una superficie horizontal sin rozamiento. La placa tiene masa M y lado L . Si a partir del reposo se aplica en uno de sus vértices una fuerza de magnitud F paralela al eje OY , determinar en el instante inicial, el módulo de la aceleración angular de la placa.

DATOS: $L = 0.36 \text{ m}$, $M = 9.9 \text{ kg}$, $F = 56 \text{ N}$

**SOLUCIÓN 8.31.**

47.14 rads^{-2}

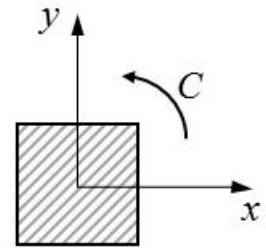


PROBLEMA PROPUESTO 8.32.

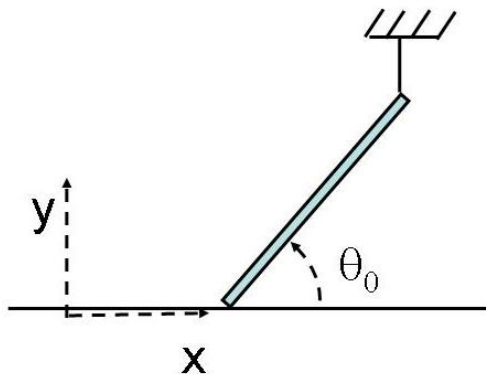
Una placa cuadrada plana descansa en reposo apoyando su cara sobre una superficie horizontal sin rozamiento. La placa tiene masa M y lado L . Si a partir del reposo se aplica un par $C \vec{k}$, de magnitud constante, determinar:

- 1) La energía cinética cuando ha girado una vuelta.
- 2) El trabajo del par realizado por el par durante la primera vuelta.

DATOS: $L = 0.59 \text{ m}$, $M = 1.9 \text{ kg}$, $C = 47 \text{ m.N}$

**SOLUCIÓN 8.32.**

- 1) 295 J
- 2) 295 J

**PROBLEMA PROPUESTO 8.33.**

Una varilla delgada, homogénea, de masa M y longitud L , está apoyada en el suelo horizontal sin rozamiento y suspendida de una cuerda vertical según se indica en la figura. Sea θ_0 el ángulo inicial que forma la varilla con la horizontal. Se corta la cuerda y la varilla cae. Se pide el módulo de la velocidad angular de la varilla para $\theta = \theta_0/2$.

DATOS: $L = 0.55 \text{ m}$, $m = 1.2 \text{ kg}$, $\theta_0 = 1.30 \text{ rad}$

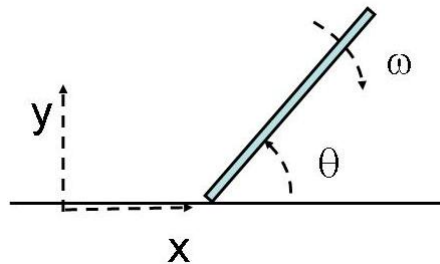
SOLUCIÓN 8.33.

5.14 rad/s



PROBLEMA PROPUESTO 8.34.

Una varilla delgada, homogénea, de masa M y longitud L , está apoyada en el suelo horizontal sin rozamiento. En un determinado instante en el que forma un ángulo θ con la horizontal cae con una velocidad angular ω tal que $\omega^2 = g/L$.



- 1) Calcular la componente z de la aceleración angular de la varilla.
- 2) Calcular la componente y de la aceleración del centro de masas de la varilla.
- 3) Calcular la reacción normal con el suelo.

DATOS: $L = 0.50m$, $m = 9.3kg$, $\theta = 0.14 \text{ rad}$

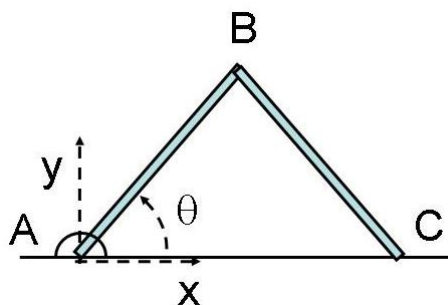
SOLUCIÓN 8.34.

- 1) 27.5 rad.s^{-2}
- 2) 6.12 m.s^{-2}
- 3) 16.8 N



PROBLEMA PROPUESTO 8.35.

Dos varillas de longitud L y masa M articuladas en un punto B se encuentran en un plano vertical y apoyan sus extremos en una superficie. Una de ellas se encuentra articulada además en su punto de apoyo con la superficie (punto fijo A) tal y como se muestra en la figura. La otra varilla apoya con rozamiento en el punto C . Se pide cuando las varillas forman un ángulo θ respecto del suelo:



- 1) El módulo de la componente horizontal de la reacción en B .
- 2) El módulo de la fuerza de rozamiento estático en C .

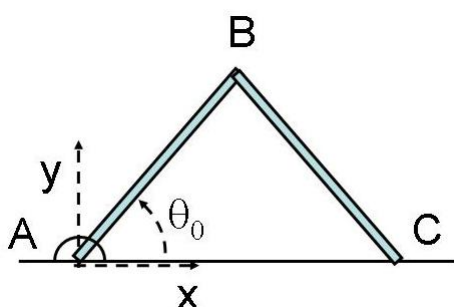
DATOS: $L = 0.14 \text{ m}$, $m = 7.0 \text{ kg}$, $\theta = 0.77 \text{ rad}$

SOLUCIÓN 8.35.

- 1) 35.4 N
- 2) 35.4 N



PROBLEMA PROPUESTO 8.36.



Dos varillas de longitud L y masa M articuladas en un punto B se encuentran en un plano vertical y apoyan sus extremos en una superficie. Una de ellas se encuentra articulada además en su punto de apoyo con la superficie (punto fijo A) tal y como se muestra en la figura. La otra varilla apoya con rozamiento en el punto C . Las varillas se encuentran inicialmente en reposo formando un ángulo θ_0 con el suelo. Se pide el módulo de la velocidad angular cuando las varillas forman para un ángulo $\theta_0/2$ con el suelo.

DATOS: $L = 0.66 \text{ m}$, $M = 5.9 \text{ kg}$, $\theta_0 = 0.19 \text{ rad}$

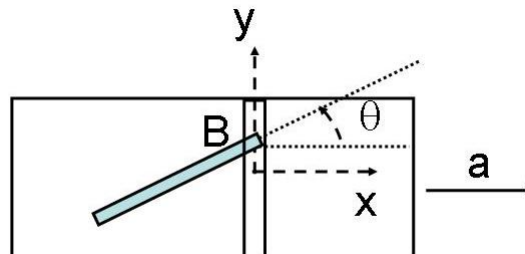
SOLUCIÓN 8.36.

1.10 rad/s



PROBLEMA PROPUESTO 8.37.

Sobre un camión se mueve una barra de longitud L y masa M . El camión se mueve con aceleración a en el sentido de su movimiento. La barra se mueve desplazándose uno de sus extremos (B) sobre una guía tal y como se muestra en la figura. Inicialmente la barra parte del reposo estando situada paralela a la guía.



Se pide cuando la barra se encuentra perpendicular a la guía:

- 1) El módulo de la velocidad angular.
- 2) El módulo de la aceleración del centro de masas.
- 3) El módulo de la reacción en el punto B .

DATOS: $L = 0.69 \text{ m}$, $M = 2.4 \text{ kg}$, $a = 10.9 \text{ m.s}^{-2}$

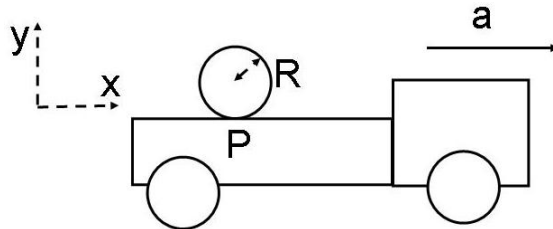
SOLUCIÓN 8.37.

- 1) 13.8 rad/s
- 2) 65.4 m.s^{-2}
- 3) 183 N



PROBLEMA PROPUESTO 8.38.

La figura muestra una esfera maciza y homogénea de masa M y radio R que apoya sobre una plataforma de camión en un punto P . En el instante mostrado la plataforma está horizontal y se desplaza con aceleración a tal y como se muestra en la figura. La esfera inicia su movimiento partiendo del reposo, y se supone que el rozamiento es el suficiente para que ruede sin deslizar.



Se pide:

- 1) El módulo de la aceleración angular.
- 2) La aceleración del centro de masas, tómese como sentido positivo el de la aceleración de la plataforma.
- 3) La fuerza de rozamiento, tómese como sentido positivo el de la aceleración de la plataforma.
- 4) El trabajo realizado por la fuerza de inercia cuando ha transcurrido un tiempo t .
- 5) La energía cinética al cabo de un tiempo t .

DATOS: $R = 0.46m$, $M = 3.4kg$, $a = 19.2 m.s^{-2}$, $t = 46 s$

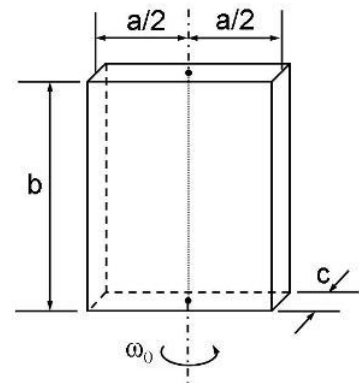
SOLUCIÓN 8.38.

- 1) $29.8 rad.s^{-2}$
- 2) $-13.7 m.s^{-2}$
- 3) $18.7 N$
- 4) $1.89E6 J$
- 5) $1.89E6 J$

PROBLEMA PROPUESTO 8.39.

Una placa delgada de dimensiones a , b y c (c despreciable) y de masa M , gira alrededor de un eje vertical que pasa por su centro de masas, según se indica en la figura. En el instante que tomamos como inicial su velocidad angular es ω_0 . A este movimiento se opone la resistencia del aire que se supone proporcional al cuadrado de la velocidad angular instantánea y a la superficie de la placa, con constante de proporcionalidad k .

Calcular el tiempo que transcurre hasta que la velocidad angular se reduce a la mitad.



DATOS:

$$M = 11.1 \text{ kg}, \quad a = 6.1 \text{ m}, \quad b = 3.8 \text{ m}, \quad \omega_0 = 71 \text{ rad/s}, \quad k = 1.8 \text{ N}\cdot\text{s}^2/(\text{rad}^2\cdot\text{m}^2)$$

SOLUCIÓN 8.39.

$$0.00762 \text{ s}$$

