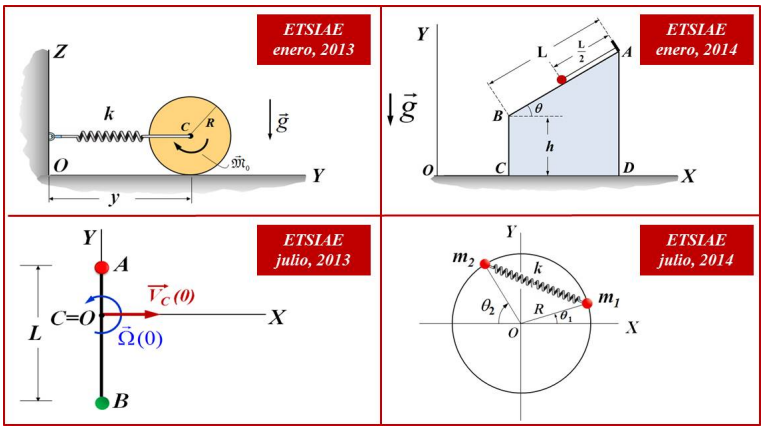
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

FÍSICA I

CUESTIONES DE EVALUACIÓN CONTINUA Y PROBLEMAS DE EXAMEN

Fernando Jiménez Lorenzo

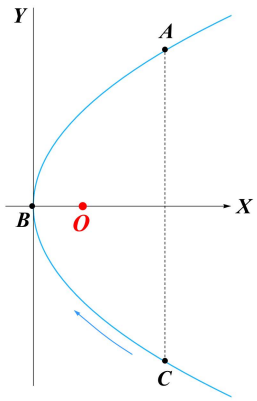


2.- CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

2 Cinemática de la partícula

CUESTIÓN C2.1.

Una partícula se mueve en sentido horario describiendo la trayectoria parabólica mostrada en la figura. Conforme se mueve a lo largo de la trayectoria su aceleración apunta siempre hacia el punto fijo O (foco de la parábola).



Respecto al módulo de la velocidad de la partícula, se puede decir que:

A) Aumenta en A, B, y C.

B) Disminuye en A, B, y C.

C) Disminuye en A y aumenta en C.

D) Aumenta en A y disminuye en C.

E) Es mínimo en B.

(ETSIAE, octubre 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.2.

Si $\vec{a}_T$ y $\vec{a}_N$ son las componentes intrínsecas del vector aceleración de una partícula, en cualquier instante:

A) Ambas componentes son distintas de cero siempre que varíe el vector velocidad $\vec{v}$.

B) $\vec{a}_N \neq \vec{0}$ siempre que el movimiento no sea rectilíneo.

C) $\vec{a}_T \neq \vec{0}$ siempre que el movimiento no sea rectilíneo.

D) $\vec{a}_T \neq \vec{0}$ siempre que el movimiento sea circular uniforme.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, octubre 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.3.

Una partícula P describe un movimiento circular uniforme. Se puede decir que:

A) La aceleración $\vec{a}_P$ de la partícula es constante.

B) La aceleración tangencial de P es constante pero su aceleración normal aumenta uniformemente.

C) La aceleración normal de P es constante pero su aceleración tangencial aumenta uniformemente.

D) La velocidad $\vec{V}_P$ y la aceleración $\vec{a}_P$ de la partícula son perpendiculares.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, enero 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.4.

Una partícula describe un movimiento circular uniforme. Se puede decir que:

A) Su aceleración $\vec{a}$ es constante.

B) Su aceleración tangencial $\vec{a}_t$ es constante y su aceleración normal $\vec{a}_n$ es nula.

C) Su aceleración tangencial $\vec{a}_t$ es nula y su aceleración normal $\vec{a}_n$ es constante.

D) Su velocidad $\vec{v}$ es constante.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, junio 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.5.

Si $\vec{v}$ y $\vec{a}$ son la velocidad y la aceleración de una partícula, se puede afirmar que:

A) Si $|\vec{v}|$ es constante, la trayectoria de la partícula es una línea recta.

B) Si $\vec{a}$ es constante, la trayectoria de la partícula está contenida en un plano.

C) Si $\vec{a}$ es constante, el radio de curvatura de la trayectoria es constante.

D) Si $\vec{v}$ y $\vec{a}$ son perpendiculares la trayectoria es una circunferencia.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, septiembre 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.6.

Sean $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$ la velocidad y la aceleración de una partícula P. Se sabe que la dirección de $\vec{a}(t)$ es constante y que la trayectoria de P no es rectilínea. En estas condiciones, se puede decir que:

A) La dirección de $\vec{v}(t)$ se mantiene constante.

B) La dirección de la aceleración tangente $\vec{a}_T$ es constante.

C) La dirección de la aceleración normal $\vec{a}_N$ es constante.

D) El vector $\vec{a}_T \times \vec{a}_N$ tiene dirección constante.

E) Si en un cierto instante t^* el ángulo entre $\vec{v}(t^*)$ y $\vec{a}(t^*)$ es 120º, la partícula está acelerando.

(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, septiembre 2014)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.7.

En el instante $t = 0$, tres partículas A, B y C parten del origen de coordenadas de un triedro cartesiano $S(O; X, Y, Z)$ en las siguientes condiciones:

- A describe una trayectoria desconocida con aceleración constante $\vec{a}_A = a_A\,\vec{j}$.
- B recorre el eje positivo OX con velocidad constante $\vec{v}_B = v_B\,\vec{\imath}$.
- C recorre el eje positivo OY con velocidad inicial nula y aceleración constante desconocida.

Se sabe que en cada instante las tres partículas están alineadas y la partícula A equidista de las otras dos. En estas condiciones, si $\vec{r}_A(t)$ y $\vec{r}_C(t)$ son, respectivamente, los vectores de posición de las partículas A y C, se puede decir que:

A) $\vec{r}_A(t) = v_B t\,\vec{\imath} + a_A t^2\,\vec{j}$

B) $\vec{r}_A(t) = \frac{1}{2} v_B\,t\,\vec{\imath} + \frac{1}{2} a_A\,t^2\,\vec{j}$

C) $\vec{r}_C(t) = 2a_A t^2\,\vec{j}$

D) $\vec{r}_C(t) = \left(\frac{1}{2} v_B\,t + a_A t^2\right)\,\vec{j}$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(EUITA, febrero 2005)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.8.

Si $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$ son, respectivamente, el vector de posición, la velocidad y la aceleración de una partícula P en un triedro cartesiano $S(O, X, Y, Z)$, ¿cuál de estas afirmaciones es **falsa**?

A) Si la dirección de $\vec{a}$ pasa siempre por un punto fijo, la trayectoria de P en S está siempre contenida en un plano.

B) Si $\vec{r} \times \vec{v} = \overrightarrow{C^{te}}$, la trayectoria de P en S está siempre contenida en un plano.

C) Si $\vec{v} \times \vec{a} = \vec{0}$, la trayectoria de P en S es una línea recta.

D) Si $\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$ y los módulos de $\vec{v}$ y $\vec{a}$ son proporcionales, el radio de curvatura de la trayectoria de P en S es constante.

E) Si $\vec{a}(t)$ es en todo momento perpendicular a la trayectoria y además su módulo aumenta a ritmo constante, el radio de curvatura de la trayectoria de P en S crece linealmente con el tiempo.

(ETSIAE, septiembre 2015)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.9.

Una partícula se mueve en el espacio a lo largo de la curva descrita por el vector de posición:

$$\vec{r}(t) = a\,\mathrm{sen}\,\omega t\vec{\imath} - a\cos\omega t\vec{\jmath} + \sqrt{3}a\omega\, t\vec{k}$$

donde a y ω son dos constantes positivas y t el tiempo.

Sea s el espacio recorrido por la partícula sobre la curva entre los instantes $t_0 = 0$ y $t_1 = \frac{\pi}{\omega}$. Se cumple que:

A) $s = 2\pi a$

B) $s = \sqrt{3}\pi a$

C) $s = a\sqrt{4 + 3\pi^2}$

D) $s = a\sqrt{1 + 3\pi^2}$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, octubre 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.10.

Una partícula se mueve en el espacio a lo largo de la curva descrita por el vector de posición:

$$\vec{r}(t) = At\vec{\imath} + Bt^2\vec{\jmath}$$

donde A y B son constantes positivas.

En el instante t_1 en el que la partícula pasa por el punto $P(\frac{A^2}{2B}, \frac{A^2}{4B}, 0)$, su aceleración tangente $\vec{a}_T(t_1)$ vale:

A) $\vec{a}_T(t_1) = B(\vec{\imath} + \vec{\jmath})$

B) $\vec{a}_T(t_1) = B(\vec{\imath} - \vec{\jmath})$

C) $\vec{a}_T(t_1) = \sqrt{2}B(\vec{\imath} + \vec{\jmath})$

D) $\vec{a}_T(t_1) = \sqrt{2}B(\vec{\imath} - \vec{\jmath})$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, octubre 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.11.

Una nave espacial de tamaño despreciable se mueve de manera tal que su vector de posición $\vec{r}(t)$, referido a un triedro cartesiano de referencia $S(O, X, Y, Z)$, viene dado en función del tiempo por:

$$\vec{r}(t) = At\vec{\imath} + A(t - ABt^2)\vec{\jmath}$$

donde A y B son constantes positivas. Transcurrido un tiempo t^* desde el despegue, el comandante apaga los motores de la nave con el fin de llegar libremente -sin fuerzas aplicadas- a una estación espacial situada en el punto de coordenadas $P(\frac{1}{B}, \frac{1}{4B}, 0)$.

Respecto al tiempo t^*, se puede afirmar que:

A) $t^* = 1/(AB)$

B) $t^* = 1/(2AB)$

C) $t^* = 1/(3AB)$

D) $t^* = 1/(4AB)$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, octubre 2014)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.12.

Una partícula se mueve en el espacio a lo largo de la curva descrita por el vector de posición:

$$\vec{r}(t) = at^2\,\vec{\imath} + \frac{3}{4}(at^2 + b)\,\vec{\jmath}$$

siendo a y b constantes positivas conocidas.

Sabiendo que $|\vec{r}(0) - \vec{r}(t_0)| = 5b$, se puede afirmar que:

A) La trayectoria de la partícula es una rama de parábola.

B) La trayectoria de la partícula es una línea recta de pendiente $m = 4/3$.

C) En el instante t_0 la velocidad de la partícula vale $\vec{v}(t_0) = \sqrt{ab}\,[3\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath}]$.

D) El espacio recorrido por la partícula en el intervalo $[0, t_0]$ es $s(t_0) = 5b$.

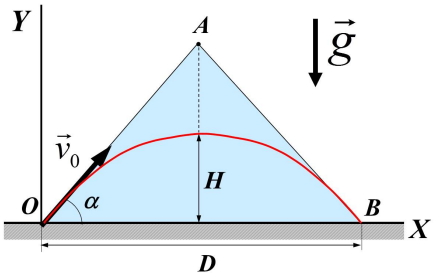
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, octubre 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.13.

Desde el origen O del sistema de referencia inercial mostrado en la figura se lanza un proyectil con velocidad inicial $\vec{v}_0$ y con un ángulo de inclinación α respecto al suelo horizontal. Sometido exclusivamente a la fuerza de la gravedad el proyectil describe una curva plana, con aceleración constante $\vec{a} = -g\vec{j}$.



Suponiendo conocidos el alcance D y la altura máxima H del proyectil, se puede afirmar que el área S del triángulo $\widehat{OAB}$ dibujado vale:

A) $S = 2\sqrt{2}\,HD$

B) $S = HD$

C) $S = 2HD$

D) $S = \sqrt{2}\,HD$

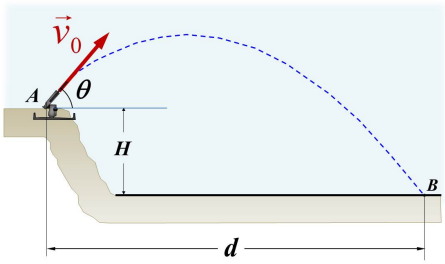
E) Ninguna de las anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, octubre, 2014)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.14.

Un cañón que se encuentra situado en la cima de una colina de altura H -punto A de la figura- dispara un proyectil con una velocidad inicial de magnitud v_0. Sometido exclusivamente a la fuerza de la gravedad, el proyectil describe una curva plana, con aceleración constante $\vec{a} = -g\vec{k}$.



Respecto al alcance máximo, $d_{\text{máx}}$, que es posible alcanzar con el cañon para ese valor de la velocidad de salida, el artillero debería saber que:

A) $d_{\text{máx}} = \frac{v_0}{2g}\left[v_0 + \sqrt{v_0^2 + 4gH}\right]$

B) $d_{\text{máx}} = \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gH}$

C) $d_{\text{máx}} = \frac{v_0}{2g}\sqrt{v_0^2 + 2gH}$

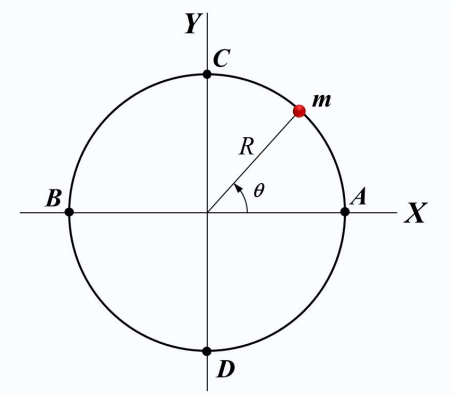
D) $d_{\text{máx}} = \frac{v_0}{2g}\left[v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}\right]$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, octubre 2014)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.15.



Un abalorio de masa m es obligado a moverse por un alambre circular de radio R -véase figura- de forma tal que el ángulo θ que su vector de posición forma con el eje X del triedro $S(O, X, Y, Z)$ mostrado verifica:

$$\theta(t) = \pi \ \mathrm{sen}^2(\omega t)$$

siendo ω una constante positiva y t el tiempo. Si $\vec{a}_T$ y $\vec{a}_N$ son, respectivamente, la aceleración tangente y la aceleración normal del abalorio.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**?

A) $\vec{a}_T(A) = \vec{a}_T(B)$

B) $\vec{a}_N(A) = \vec{a}_N(B)$

C) $\vec{a}_T(C) = -2\pi R\omega^2\,\vec{\imath}$

D) $\vec{a}_N(C) = -\pi^2 R\omega^2\,\vec{\jmath}$

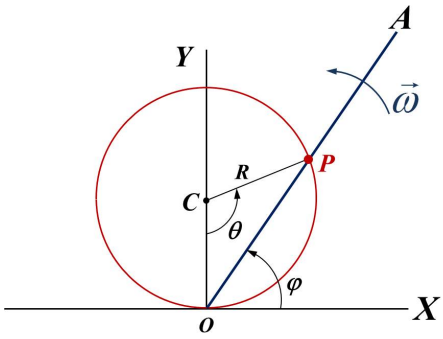
E) El abalorio no alcanza el punto D.

(ETSIAE, septiembre 2015)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.16.

En la figura se representa una circunferencia fija de radio R y una semirrecta OA; ambas están contenidas en el plano XY de un triedro cartesiano de referencia $S(O;X,Y,Z)$. La semirrecta, que en el instante inicial $t=0$ apoya sobre el eje OX, gira con velocidad angular constante $\vec{\omega}$ alrededor del eje Z de S. Sea P el punto que, en cada instante, representa la intersección de la semirrecta y la circunferencia.



Si $\vec{a}_T^P$ y $\vec{a}_N^P$ son, respectivamente, la aceleración tangente y la aceleración normal de P, se puede decir que:

A) $\vec{a}_T^P = 2R\omega^2[\cos 2\omega t\,\vec{\imath} + \operatorname{sen} 2\omega t\,\vec{\jmath}]$

B) $\vec{a}_N^P = 2R\omega^2[-\operatorname{sen} 2\omega t\,\vec{\imath} + \cos 2\omega t\,\vec{\jmath}]$

C) $\vec{a}_T^P = 4R\omega^2[\cos 2\omega t\,\vec{\imath} + \operatorname{sen} 2\omega t\,\vec{\jmath}]$

D) $\vec{a}_N^P = 4R\omega^2[-\operatorname{sen} 2\omega t\,\vec{\imath} + \cos 2\omega t\,\vec{\jmath}]$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(EUITA, septiembre 2009)

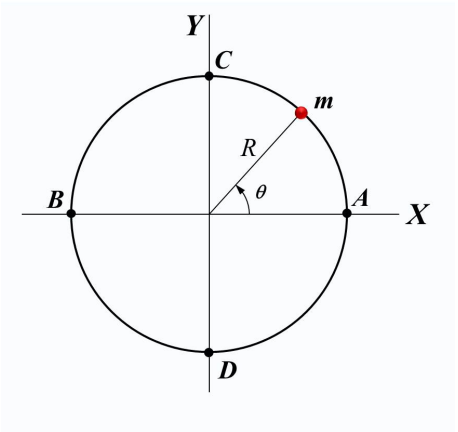
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.17.

Una partícula m -inicialmente en el punto A de la figura- se mueve describiendo una circunferencia de modo que su ley horaria está dada por:

$$s(t) = At^2 + Bt$$

donde A y B son constantes positivas. Se sabe que el módulo de la aceleración normal de la partícula en el instante $t_1 = (B/A)$ es $|\vec{a}_N(t_1)| = 4A$.



Si $\vec{\alpha}(t) = \alpha(t)\,\vec{k}$ es la aceleración angular de la partícula, se puede decir que:

A) $\alpha(t) = 4A^2/(9B^2)$

B) $\alpha(t) = 8A^2/(9B^2)$

C) $\alpha(t) = [2A^3/(9B^3)]t$

D) $\alpha(t) = [4A^3/(9B^3)]t$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, octubre 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

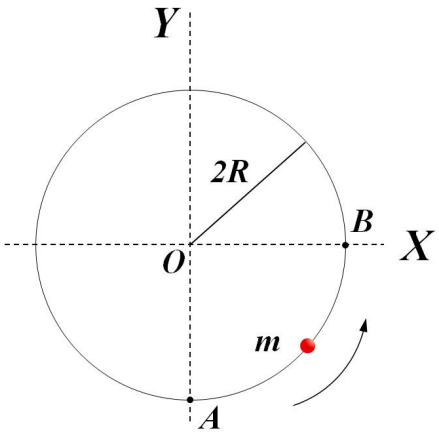
CUESTIÓN C2.18.

Una partícula m se mueve a lo largo de una circunferencia de radio $2R$, en el sentido indicado, partiendo del reposo desde el punto A -véase figura-. El espacio s recorrido por la partícula en función del tiempo t viene dado por:

$$s(t) = (\gamma/2)t^2$$

donde γ es una constante positiva.

En B, el módulo de la aceleración de m, $|\vec{a}(B)|$, vale:



A) $|\vec{a}(B)| = \gamma$

B) $|\vec{a}(B)| = \pi\gamma$

C) $|\vec{a}(B)| = \gamma\sqrt{1+\pi^2}$

D) $|\vec{a}(B)| = \gamma\sqrt{1+4\pi^2}$

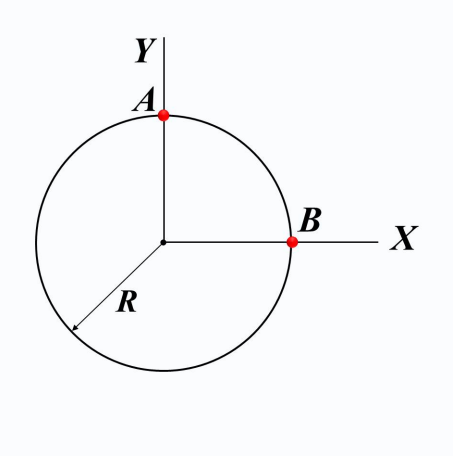
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, julio 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.19.

Dos partículas A y B se mueven sobre la misma circunferencia, de ecuación $x^2 + y^2 = R^2$. Una de ellas la recorre con velocidad constante, $\vec{\omega}_A = \omega_A \vec{k}$, $(\omega_A > 0)$, y pasa en cierto instante por el punto de coordenadas $(0, R)$. La otra se mueve con aceleración angular constante, $\vec{\alpha}_B = \alpha_B \vec{k}$, $(\alpha_B > 0)$, y pasa en el mismo instante por el punto $(R, 0)$ con velocidad angular nula.



Para que ambas coincidan por primera vez en el punto $(-R, 0)$ se ha de cumplir que:

A) $\alpha_B = \frac{2}{\pi}\omega_A^2$

B) $\alpha_B = \frac{4}{\pi}\omega_A^2$

C) $\alpha_B = \frac{6}{\pi}\omega_A^2$

D) $\alpha_B = \frac{8}{\pi}\omega_A^2$

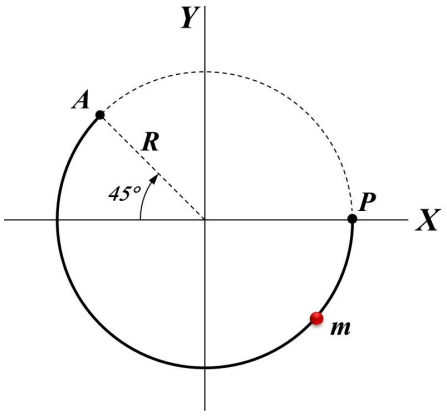
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, enero 2014)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.20.

Una partícula m se mueve sobre una guía circular vertical de radio R, partiendo del reposo desde el punto P -véase figura-, con aceleración angular $\vec{\alpha} = -(5g/2\pi R)\,\vec{k}$, siendo g una constante positiva. Al llegar al punto A la partícula se libera de la guía y sigue un movimiento parabólico con aceleración constante $\vec{a} = -g\,\vec{\jmath}$.



Si y_M es el valor máximo de la coordenada y que alcanza la partícula tras abandonar la guía, se puede decir que:

A) $y_M = R\left(1/\sqrt{2} + 25/4\right)$

B) $y_M = R\left(1/\sqrt{2} + 25/24\right)$

C) $y_M = R\left(1/\sqrt{2} + 25/8\right)$

D) $y_M = R\left(1/\sqrt{2} + 25/16\right)$

E) Ninguna de las anteriores.

(EUITA, enero 2010)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.21.

Una partícula m describe una curva plana de forma tal que en todo instante su velocidad $\vec{v}(t)$ y aceleración $\vec{a}(t)$ satisfacen:

$$\vec{v}(t)\cdot\vec{a}(t)=C_1 \qquad , \qquad \vec{v}(t)\times\vec{a}(t)=C_2\,\vec{k}$$

siendo C_1 y C_2 dos constantes positivas. Sabiendo que la partícula parte del origen de un triedro cartesiano con velocidad y aceleración iniciales:

$$\vec{v}(0)=v_0\,\vec{\imath} \qquad \text{y} \qquad \vec{a}(0)=(a_0/\sqrt{2})\,[\vec{\imath}+\vec{\jmath}]$$

indicar cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**:

A) $C_1=C_2=(v_0a_0/\sqrt{2})$.

B) En todo instante la velocidad y la aceleración de la partícula forman un ángulo de 45^{o}.

C) La distancia recorrida por la partícula sobre la curva vale: $s(t)=\frac{1}{C_1}\left[(v_0^2+2C_1t)^{3/2}-v_0^3\right]$

D) Las componentes intrínsecas de la aceleración de la partícula son tales que $|\vec{a}_T(t)|=|\vec{a}_N(t)|$

E) El radio de curvatura de la trayectoria de la partícula vale $\rho(t)=\frac{1}{C_1}(v_0^2+2C_1t)^{3/2}$

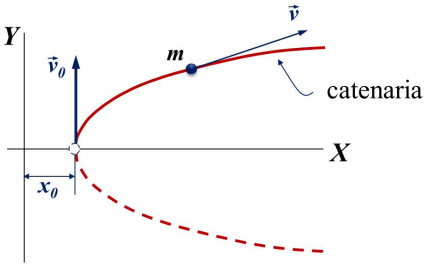
(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, octubre 2015)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.22.

Una partícula m se mueve respecto de un triedro cartesiano de referencia de forma tal que su trayectoria y la componente x de su velocidad verifican:

$$x(y) = x_0 \cosh\left(\frac{c}{v_0 x_0}\, y\right) \qquad \text{(catenaria)}$$
$$v_x(y) = c \tanh\left(\frac{c}{v_0 x_0}\, y\right)$$



siendo x_0, v_0 y c constantes positivas.

Inicialmente el vector de posición de la partícula es $\vec{r}(0) = x_0\,\vec{\imath}$ y su velocidad $\vec{v}(0) = v_0\,\vec{\jmath}$, -véase figura-.

En función del tiempo t, se puede decir que:

A) $v_x(t) = (c^2 t)/\sqrt{x_0^2 + c^2 t^2}$

B) $v_x(t) = (c x_0)/\sqrt{x_0^2 + c^2 t^2}$

C) $v_x(t) = (v_0^2 t)/\sqrt{x_0^2 + c^2 t^2}$

D) $v_x(t) = (v_0 x_0)/\sqrt{x_0^2 + c^2 t^2}$

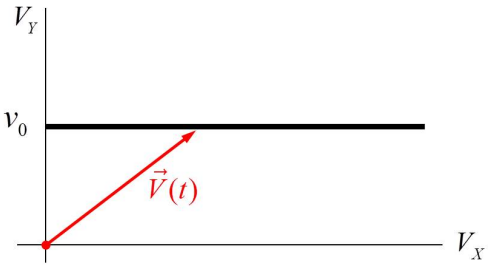
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, octubre 2014)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.23.

Una partícula m describe una curva contenida en el plano XY de un triedro cartesiano de referencia, de forma tal que la hodógrafa de su movimiento es la semirrecta $\{v_y = v_0\ ,\ v_x \geq 0\}$, cuyo móvil representativo -extremo del vector velocidad-, la recorre a velocidad constante -véase figura-.



Se sabe que en el instante inicial el vector de posición y la velocidad de la partícula valen: $\vec{r}(0) = -A\,\vec{\imath}$ y $\vec{v}(0) = v_0\,\vec{\jmath}$; y que en un cierto instante posterior t^*, los módulos de su velocidad y de su aceleración normal son: $|\vec{v}(t^*)| = 2v_0$ y $|\vec{a}_n(t^*)| = (v_0^2/B)$, siendo A, B y v_0 constantes positivas conocidas.

Respecto a la ecuación de la curva $y = y(x)$ recorrida por la partícula, se puede afirmar que:

A) $y^2(x) = B\,[x + A]$

B) $y^2(x) = (B^2/A^2)\,[A^2 - x^2]$

C) $y^2(x) = (B^2/A^2)\,[x^2 - A^2]$

D) $y(x) = (B/A^2)\,[x^2 - A^2]$

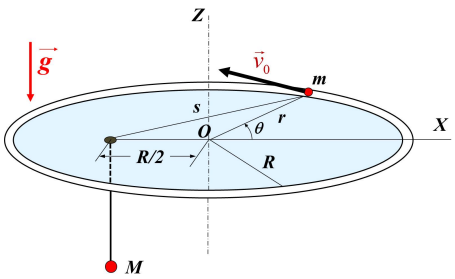
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(EUITA, septiembre 1997)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.24.

Una partícula m se mueve con una velocidad de módulo constante v_0 por un carril circular de radio R contenido en el plano horizontal XY del triedro mostrado en la figura. La partícula se encuentra atada mediante un hilo ideal -que permanece siempre tenso- a otra partícula M que cuelga debajo de un orificio localizado a una distancia $R/2$ del centro O del carril.



Si $v_{M,\text{máx}}$ es la magnitud de la velocidad máxima que puede alcanzar M, se puede decir que:

A) $v_{M,\text{máx}} = v_0/4$

B) $v_{M,\text{máx}} = v_0/3$

C) $v_{M,\text{máx}} = v_0/2$

D) $v_{M,\text{máx}} = v_0$

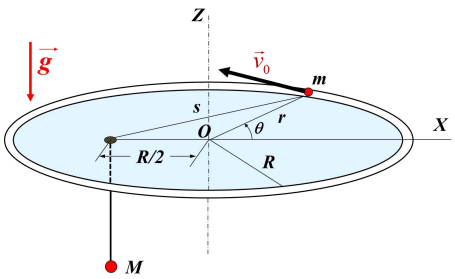
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, septiembre 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.25.

Una partícula m se mueve con una velocidad de módulo constante v_0 por un carril circular de radio R contenido en el plano horizontal XY del triedro mostrado en la figura. La partícula se encuentra atada mediante un hilo ideal -que permanece siempre tenso- a otra partícula M que cuelga debajo de un orificio localizado a una distancia $R/2$ del centro O del carril.



Si $\vec{a}_M(\theta)$ es la aceleración de la partícula M, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**?

A) $\vec{a}_M(0) = -v_0^2/(3R)\,\vec{k}$

B) $\vec{a}_M(120^o) = \vec{0}$

C) $\vec{a}_M(180^o) = v_0^2/R\,\vec{k}$

D) $\vec{a}_M(240) = \vec{0}$

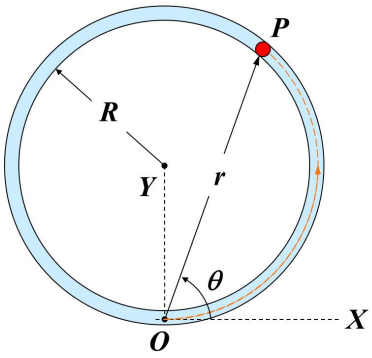
E) $\vec{a}_M(300) = -(5\sqrt{3}v_0^2)/(2R)\,\vec{k}$

(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, septiembre 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.26.

Una partícula P, inicialmente en reposo en el origen O del triedro $S(O, X, Y, Z)$ mostrado en la figura, se mueve en sentido antihorario por el interior de un tubo circular de radio R bajo la acción de un mecanismo -no dibujado- que la obliga a desplazarse con aceleración tangencial constante a_0.



Respecto a la velocidad de la partícula, $\vec{v}(t^*)$, en el instante $t^* = \sqrt{\pi R/(2a_0)}$, se puede decir que:

A) $\vec{v}(t^*) = (1/2)\sqrt{\pi a_0 R}\,(\vec{\imath} + \vec{\jmath})$

B) $\vec{v}(t^*) = \sqrt{\pi a_0 R}\,\vec{\jmath}$

C) $\vec{v}(t^*) = -\sqrt{2\pi a_0 R}\,\vec{\imath}$

D) $\vec{v}(t^*) = \sqrt{2\pi a_0 R}\,(\vec{\imath} + \vec{\jmath})$

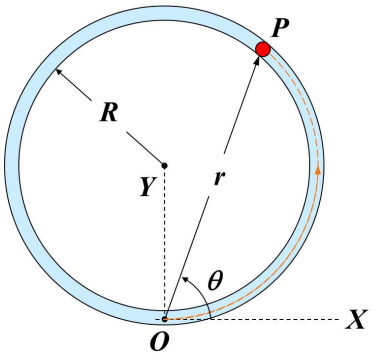
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, septiembre 2014)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.27.

Una partícula P, inicialmente en reposo en el origen O del triedro $S(O, X, Y, Z)$ mostrado en la figura, se mueve en sentido antihorario por el interior de un tubo circular de radio R bajo la acción de un mecanismo -no dibujado- que la obliga a desplazarse con aceleración tangencial constante a_0.



Respecto a la aceleración de la partícula, $\vec{a}(t^*)$, en el instante $t^* = \sqrt{\pi R/(2a_0)}$, se puede decir que:

A) $\vec{a}(t^*) = \frac{a_0}{\sqrt{2}}\left[(1+\frac{\pi}{2})\,\vec{\imath} + (1-\frac{\pi}{2})\,\vec{\jmath}\right]$

B) $\vec{a}(t^*) = \frac{a_0}{\sqrt{2}}\left[(1-\frac{\pi}{2})\,\vec{\imath} + (1+\frac{\pi}{2})\,\vec{\jmath}\right]$

C) $\vec{a}(t^*) = \sqrt{2}a_0\left[(1-\frac{\pi}{2})\,\vec{\imath} + (1+\frac{\pi}{2})\,\vec{\jmath}\right]$

D) $\vec{a}(t^*) = \sqrt{2}a_0\left[(1-\frac{\pi}{2})\,\vec{\imath} + (1+\frac{\pi}{2})\,\vec{\jmath}\right]$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, septiembre 2014)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.28.

Una partícula se mueve en un plano de manera que sus coordenadas polares están dadas en función del tiempo por las relaciones:

$$r(t) = 2b\cos\omega t \qquad , \qquad \theta(t) = \omega t$$

donde b y ω son constantes positivas conocidas. Si $\vec{v}(t)$ y $\vec{a}(t)$ son, respectivamente, la velocidad y la aceleración de la partícula,

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**?

A) $\vec{v}(t)\cdot\vec{a}(t) = 0$

B) $|\vec{v}(t)\times\vec{a}(t)| = 8b^2\omega^3$

C) $|\vec{a}| = 4b\omega^2$

D) La ecuación de la trayectoria de la partícula es la circunferencia: $(x+b)^2 + y^2 = b^2$

D) La hodógrafa del movimiento de la partícula es una circunferencia de radio $2b\omega$.

(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, septiembre 2014)

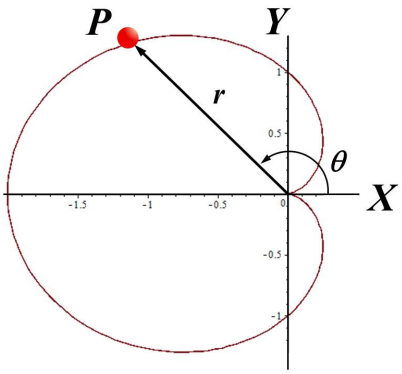
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.29.

Una partícula P describe una curva plana (cardioide) cuya representación en coordenadas polares -véase figura- está dada por:

$$r(t) = R(1 - \cos \pi\omega t), \qquad \theta(t) = \pi\omega t$$

donde t y θ se expresan en segundos y radianes, respectivamente, y R es una constante positiva. Se sabe que al cabo de un tiempo t^*, medido desde el instante inicial $t = 0$, la partícula ha recorrido una distancia $s(t^*) = 6R$ sobre la curva.



Si $|\vec{a}_t(t^*)|$ es el módulo de su aceleración tangente en ese instante, se puede decir que:

A) $|\vec{a}_t(t^*)| = \pi^2\omega^2 R/2$

B) $|\vec{a}_t(t^*)| = \pi^2\omega^2 R/3$

C) $|\vec{a}_t(t^*)| = 2\pi^2\omega^2 R/3$

D) $|\vec{a}_t(t^*)| = 3\pi^2\omega^2 R/2$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, septiembre 2014)

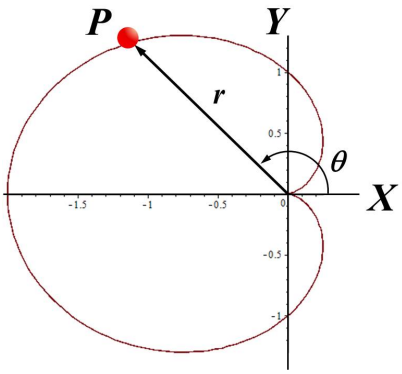
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C2.30.

Una partícula P describe una curva plana (cardioide) cuya representación en coordenadas polares -véase figura- está dada por:

$$r(t) = R(1 - \cos \pi\omega t), \qquad \theta(t) = \pi\omega t$$

donde t y θ se expresan en segundos y radianes, respectivamente, y R es una constante positiva. Se sabe que al cabo de un tiempo t^*, medido desde el instante inicial $t = 0$, la partícula ha recorrido una distancia $s(t^*) = 6R$ sobre la curva.



Si $\rho(t^*)$ es el radio de curvatura de la trayectoria de la partícula en el instante t^*, se puede decir que:

A) $\rho(t^*) = (5\sqrt{3}/3)R$

B) $\rho(t^*) = (4\sqrt{3}/3)R$

C) $\rho(t^*) = (3\sqrt{3}/3)R$

D) $\rho(t^*) = (2\sqrt{3}/3)R$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, septiembre 2014)

.

TABLA DE SOLUCIONES 2.- CINEMÁTICA PARTÍCULA			
C2.1	**C**	C2.21	**C**
C2.2	**B**	C2.22	**A**
C2.3	**D**	C2.23	**A**
C2.4	**E**	C2.24	**C**
C2.5	**B**	C2.25	**E**
C2.6	**D**	C2.26	**A**
C2.7	**B**	C2.27	**B**
C2.8	**E**	C2.28	**D**
C2.9	**A**	C2.29	**A**
C2.10	**A**	C2.30	**D**
C2.11	**B**	C2.31	
C2.12	**D**	C2.32	
C2.13	**B**	C2.33	
C2.14	**B**	C2.34	
C2.15	**C**	C2.35	
C2.16	**D**	C2.36	
C2.17	**B**	C2.37	
C2.18	**C**	C2.38	
C2.19	**D**	C2.39	
C2.20	**D**	C2.40	

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA P 2.1.

En la figura se muestra un alambre en forma de arco de cicloide contenido en el plano vertical OXY de un triedro de referencia inercial $S(O;X,Y,Z)$. Las ecuaciones paramétricas que describen esta curva son:

$$\begin{aligned} x(\beta) &= \ell(\beta - \operatorname{sen}\beta) \\ y(\beta) &= \ell(1 - \cos\beta) \end{aligned}$$

donde ℓ es una constante conocida y $\beta \in [0, 2\pi]$ el parámetro.

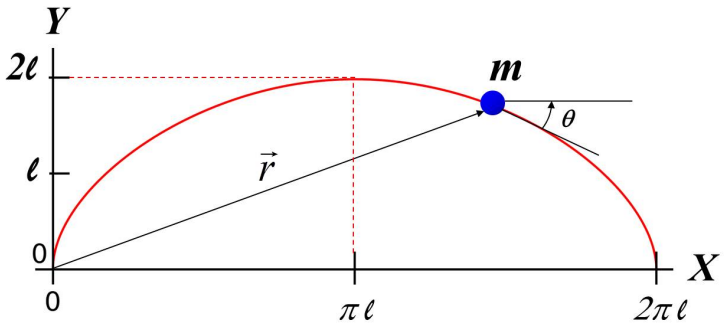
Insertado en el alambre y bajo la acción de una guía -no dibujada-, un abalorio m se mueve de tal modo que la componente tangencial de su aceleración a_T y su coordenada vertical y están relacionadas por:

$$a_T = g\left(1 - \frac{y}{2\ell}\right)^{1/2}$$

donde g es una constante conocida.

Sabiendo que en el instante inicial $t = 0$ el abalorio se encuentra en reposo en el extremo del alambre que coincide con el origen O de S, determinar:

1. La expresión que da el desplazamiento del abalorio por el alambre en función del parámetro β, $s(\beta)$.
2. La ley horaria $s(t)$.
3. La relación entre el parámetro β y el tiempo t.
4. La relación entre el parámetro β y el ángulo θ que forma la tangente a la trayectoria con la horizontal.
5. Los vectores unitarios $(\vec{u}_T(t), \vec{u}_N(t), \vec{u}_b(t))$ que definen el triedro intrínseco asociado al movimiento de m.
6. La velocidad del abalorio, $\vec{v}(t)$.
7. El radio de curvatura[1] de la trayectoria del abalorio en función del tiempo, $\rho(t)$.
8. La componente normal de la aceleración del abalorio, $a_N(t)$.
9. La aceleración del abalorio, $\vec{a}(t)$.
10. La hodógrafa del movimiento.



(EUITA, junio 1996)

[1] El radio de curvatura de una curva plana $y = y(x)$ puede calcularse mediante la expresión $\frac{1}{\rho} = \left|\frac{(d^2y/dx^2)}{[1+(dy/dx)^2]^{3/2}}\right|$

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

SOLUCIÓN P2.1.

1.- $s(\beta) = 4\ell\left(1 - \cos\frac{\beta}{2}\right)$

2.- $s(t) = 4\ell\left[1 - \cos\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right)\right]$

3.- $\beta(t) = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t$

4.- $\theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{2}$

5.-
$$\vec{u}_T(t) = \text{sen}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right)\,\vec{\imath} + \cos\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right)\,\vec{\jmath}$$
$$\vec{u}_N(t) = \cos\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right)\,\vec{\imath} - \text{sen}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right)\,\vec{\jmath}$$
$$\vec{u}_b(t) = \vec{k}$$

6.- $\vec{v}(t) = 2\sqrt{\ell g}\ \text{sen}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right)\ \vec{u}_T(t)$

7.- $\rho(t) = 4\ell\ \text{sen}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right)$

8.- $a_N(t) = g\ \text{sen}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right)$

9.- $\vec{a}(t) = g\left[\text{sen}\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right)\,\vec{\imath} + \cos\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right)\,\vec{\jmath}\right]$

10.- $[v_x - \sqrt{\ell g}]^2 + v_y^2 = \ell g$

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA P 2.2.

Una partícula m se mueve en un plano de forma que la componente tangencial a_T de su aceleración y el espacio recorrido s medido sobre la trayectoria a partir del instante inicial, están relacionados por la ecuación:

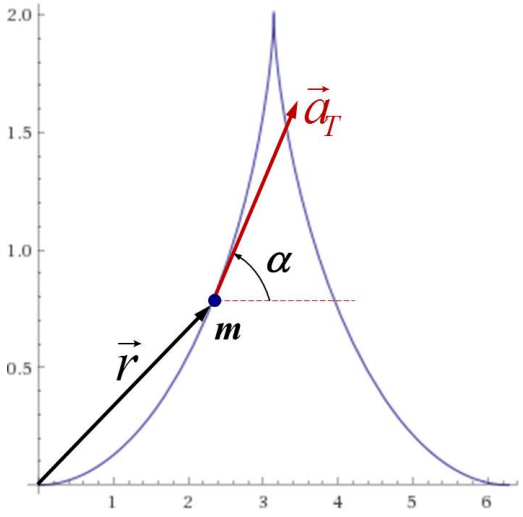
$$a_T = -\omega^2 s$$

siendo ω una constante positiva. Del movimiento de la partícula se sabe, además, que la pendiente del vector $\vec{a}_T$, en un triedro de referencia cartesiano $S(O; X, Y, Z)$ -véase figura-, viene dada, en función del tiempo, por:

$$\tan\alpha = \tan(\omega t)$$

Sabiendo que en el instante inicial ($t = 0$), la partícula se encuentra en el origen de coordenadas de S, con velocidad $\vec{v}(0) = v_0\vec{\imath}$, se pide calcular, en el intervalo $t \in [0, \pi/\omega]$:

1. La ley horaria $s(t)$.
2. La velocidad de la partícula, $\vec{v}(t)$.
3. La aceleración de la partícula, $\vec{a}(t)$.
4. La aceleración normal de la partícula, $\vec{a}_N(t)$.
5. El radio de curvatura de la trayectoria de la partícula en función del tiempo, $\rho(t)$.
6. El vector de posición de la partícula, $\vec{r}(t)$.
7. La hodógrafa del movimiento.
8. Repetir el cálculo[2] de los dos primeros apartados pero ahora suponiendo que $a_T = +\omega^2 s$.



(EUITA, enero 1992)

[2]Para este apartado puede ser útil conocer que $\int \frac{du}{\sqrt{a+bu^2}} = \frac{1}{\sqrt{b}} \ln[\sqrt{b}u + \sqrt{a+bu^2}]$

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

SOLUCIÓN P2.2.

1.- $s(t) = \frac{v_0}{\omega} \operatorname{sen} \omega t$

2.- $\vec{v}(t) = \frac{v_0}{2} \left[(1 + \cos 2\omega t)\vec{\imath} + \operatorname{sen} 2\omega t\, \vec{\jmath}\right]$

3.- $\vec{a}(t) = v_0\omega \left[-\operatorname{sen} 2\omega t\, \vec{\imath} + \cos 2\omega t\, \vec{\jmath}\right]$

4.- $\vec{a}_N(t) = \frac{v_0\omega}{2} \left[-\operatorname{sen} 2\omega t\, \vec{\imath} + (1 + \cos 2\omega t)\vec{\jmath}\right]$

5.- $\rho(t) = \frac{v_0}{\omega} \left|\cos \omega t\right|$

6.- $\vec{r}(t) = \frac{v_0}{4\omega} \left[(2\omega t + \operatorname{sen} 2\omega t)\, \vec{\imath} + (1 - \cos 2\omega t)\, \vec{\jmath}\right]$

7.- $(v_x - \frac{v_0}{2})^2 + v_y^2 = \left(\frac{v_0}{2}\right)^2$

8.-
$$s(t) = \frac{v_0}{\omega} \operatorname{sinh} \omega t$$
$$\vec{v}(t) = v_0 \cosh \omega t \left[\cos \omega t\, \vec{\imath} + \operatorname{sen} \omega t\, \vec{\jmath}\right]$$

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA P 2.3.

Una partícula m se mueve respecto de un triedro cartesiano de referencia $S(O;X,Y,Z)$ de forma tal que su trayectoria y la componente x de su velocidad satisfacen:

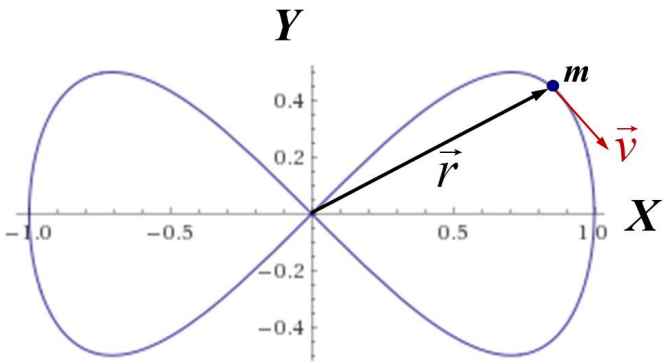
$$y^2 = x^2\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right)$$

$$v_x(t) = v_0 \cos\left(\frac{v_0}{L}\,t\right)$$

siendo L y v_0 constantes positivas conocidas y t el tiempo. Inicialmente la partícula se encuentra en el origen de coordenadas con velocidad $\vec{v}(0) = v_0(\vec{\imath} + \vec{\jmath})$.

Determinar en función del tiempo t y de las constantes del problema:

1. Vector de posición de la partícula, $\vec{r}(t)$.
2. Velocidad de la partícula, $\vec{v}(t)$.
3. Aceleración de la partícula, $\vec{a}(t)$.
4. Triedro intrínseco, $(\vec{u}_T(t), \vec{u}_N(t), \vec{u}_b(t))$.
5. Aceleración tangente, $\vec{a}_T(t)$.
6. Aceleración normal, $\vec{a}_N(t)$.
7. Radio de curvatura, $\rho(t)$.
8. Hodógrafa del movimiento.



(EUITA, enero 1993)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

SOLUCIÓN P 2.3.

1.- $\vec{r}(t) = L\left[\operatorname{sen}\theta\,\vec{\imath} + \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2\theta\,\vec{\jmath}\right] \qquad , \qquad \theta \equiv \left(\frac{v_0}{L}\right) t$

2.- $\vec{v}(t) = v_0\left[\cos\theta\,\vec{\imath} + \cos 2\theta\,\vec{\jmath}\right]$

3.- $\vec{a}(t) = -\frac{v_0^2}{L}\left[\operatorname{sen}\theta\,\vec{\imath} + 2\operatorname{sen} 2\theta\,\vec{\jmath}\right]$

4.-
$$\vec{u}_T(t) = \frac{1}{\sqrt{\cos^2\theta + \cos^2 2\theta}}\left[\cos\theta\,\vec{\imath} + \cos 2\theta\,\vec{\jmath}\right]$$
$$\vec{u}_N(t) = \frac{1}{\sqrt{\cos^2\theta + \cos^2 2\theta}}\left[\cos 2\theta\,\vec{\imath} - \cos\theta\,\vec{\jmath}\right]$$
$$\vec{u}_b(t) = \vec{k}$$

5.- $\vec{a}_T(t) = -\frac{v_0^2}{2L}\left[\frac{\operatorname{sen} 2\theta + 2\operatorname{sen} 4\theta}{\cos^2\theta + \cos^2 2\theta}\right]\left[\cos\theta\,\vec{\imath} + \cos 2\theta\,\vec{\jmath}\right]$

6.- $\vec{a}_N(t) = \frac{v_0^2}{L}\left[\frac{\operatorname{sen}\theta(1+2\cos^2\theta)}{\cos^2\theta + \cos^2 2\theta}\right]\left[\cos 2\theta\,\vec{\imath} - \cos\theta\,\vec{\jmath}\right]$

7.- $\rho = L\,\frac{\left[\cos^2\theta + \cos^2 2\theta\right]^{3/2}}{\operatorname{sen}\theta(1+2\cos^2\theta)}$

8.- $v_y = \frac{2}{v_0}v_x^2 - v_0$

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA P 2.4.

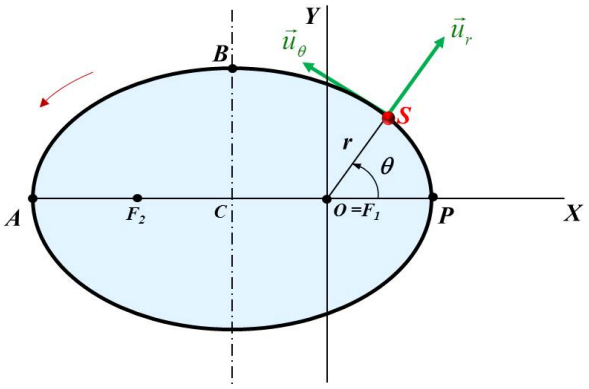
Un satélite S de dimensiones despreciables, describe alrededor de la Tierra, en sentido antihorario, la elipse de ecuación:

$$r(\theta) = \frac{3k}{4+2\cos\theta}$$

donde k es una constante y (r, θ) las coordenadas polares respecto a unos ejes cartesianos cuyo origen se sitúa en la Tierra, la cual ocupa la posición del foco F_1 de la elipse -véase figura-.

En $t = 0$ el satélite se encuentra en el punto P (perigeo), y el módulo de su velocidad en ese instante es v_0. El satélite está equipado con un dispositivo de control por el cual se le obliga a girar alrededor de la Tierra de modo que $\dot{\theta} = c$, siendo c una constante. Se pide:

1. Semiejes mayor a y menor b de la elipse y excentricidad ϵ de la misma.
2. Ecuación de la trayectoria del satélite en coordenadas *cartesianas*.
3. Relación entre c y v_0.
4. Velocidad del satélite en coordenadas *polares*, $\vec{v}(\theta)$.
5. Velocidad areolar (área descrita por unidad de tiempo) del satélite en función de θ.
6. Relación entre los versores polares $(\vec{u}_r(\theta), \vec{u}_\theta(\theta))$ y los versores intrínsecos $(\vec{u}_T(\theta), \vec{u}_N(\theta))$.
7. Aceleración del satélite en coordenadas *polares*, $\vec{a}(\theta)$.
8. Componente tangente de la aceleración del satélite, $a_T(\theta)$.
9. Componente normal de la aceleración del satélite, $a_N(\theta)$.
10. Radio de curvatura de la trayectoria del satélite, $\rho(\theta)$.



(ETSIAE, autoevaluación 2-G5, octubre 2014)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

SOLUCIÓN P 2.4.

1.- $a = k \quad , \quad b = \frac{\sqrt{3}}{2}\, k \quad , \quad \epsilon = \frac{1}{2}$

2.- $(x + \frac{k}{2})^2 + \frac{4}{3}y^2 = k^2$

3.- $c = \frac{2v_0}{k}$

4.- $\vec{v}(\theta) = \frac{3v_0}{2+\cos\theta}\left[\left(\frac{\sin\theta}{2+\cos\theta}\right)\vec{u}_r + \vec{u}_\theta\right]$

5.- $\frac{dA}{dt} = \frac{9}{4}\left[\frac{v_0 k}{(2+\cos\theta)^2}\right]$

6.- $\begin{pmatrix} \vec{u}_r(\theta) \\ \vec{u}_\theta(\theta) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5+4\cos\theta}} \begin{pmatrix} \sin\theta & -(2+\cos\theta) \\ 2+\cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{u}_T(\theta) \\ \vec{u}_N(\theta) \end{pmatrix}$

7.- $\vec{a}(\theta) = \frac{12v_0^2}{k(2+\cos\theta)^2}\left[(-1 + \frac{\mathrm{sen}^2\theta}{2+\cos\theta})\vec{u}_r + \mathrm{sen}\theta\, \vec{u}_\theta\right]$

8.- $a_T(\theta) = \frac{36\, v_0^2}{k}\left[\frac{\mathrm{sen}\,\theta\,(1+\cos\theta)}{(2+\cos\theta)^3\sqrt{5+4\cos\theta}}\right]$

9.- $a_N(\theta) = \frac{12\, v_0^2}{k}\left[\frac{1}{(2+\cos\theta)\sqrt{5+4\cos\theta}}\right]$

10.- $\rho(\theta) = \frac{3k}{4}\left[\frac{(5+4\cos\theta)^{3/2}}{(2+\cos\theta)^3}\right]$