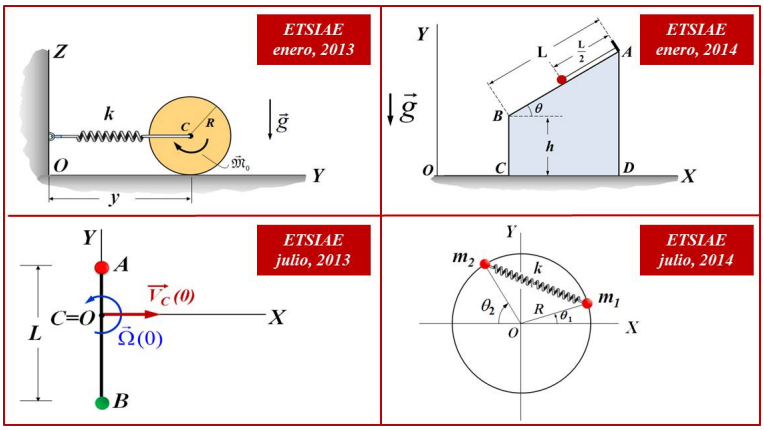
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

FÍSICA I

CUESTIONES DE EVALUACIÓN CONTINUA Y PROBLEMAS DE EXAMEN

Fernando Jiménez Lorenzo

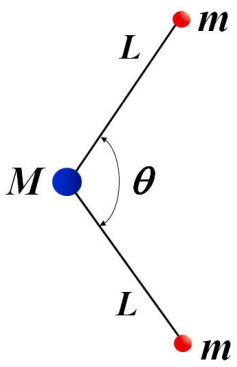


5.- SISTEMAS DE PARTÍCULAS

5 Sistemas de partículas

CUESTIÓN C5.1.

La molécula representada en la figura está constituida por dos átomos iguales de masa m y un átomo de masa $M = (m/4)$, con un ángulo de enlace $\theta = 120^{\circ}$.



Si d_M es la distancia entre el átomo más ligero y el centro de masas de la molécula, se puede decir que:

A) $d_M = (4/9)\, L$

B) $d_M = (2\sqrt{2}/5)\, L$

C) $d_M = (\sqrt{2}/6)\, L$

D) $d_M = L/4$

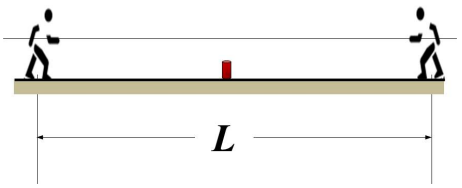
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, noviembre 2012))

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.2.

Dos patinadores de masas $M_A = m$ y $M_B = (2/3)m$, inicialmente separados una distancia L, están parados sobre la superficie horizontal de un estanque helado. A medio camino entre ellos se encuentra una lata de su bebida favorita. Los dos tiran de los extremos de una cuerda ligera para coger la lata como se ve en la figura.



Cuando A se encuentra a una distancia $d_A = L/5$ de la lata, la distancia d_B entre B y aquella es:

A) $d_B = (3/10)L$

B) $d_B = (1/10)L$

C) $d_B = (3/20)L$

D) $d_B = (1/20)L$

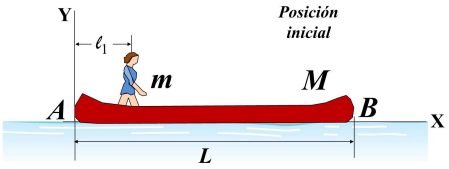
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, junio 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.3.

Una persona de masa m está de pie, en reposo, en una canoa de masa M y longitud L. En un cierto instante ($t = 0$) comienza a caminar desde un punto situado a una distancia ℓ_1 de su extremo A hacia un punto situado a una distancia ℓ_2 de su extremo B. Al llegar a este punto se para de nuevo.



Utilizando el triedro inercial de referencia mostrado y despreciando la resistencia al movimiento de la canoa en el agua, la distancia D que recorre el centro de masas de la canoa mientras el pasajero esta caminando vale:

A) $D = \frac{1}{m+M}\left[m\ell_1 + M(L-\ell_2)\right]$

B) $D = \frac{1}{m+M}\left[M\ell_1 + m(L-\ell_2)\right]$

C) $D = \frac{M}{m+M}\left[L-(\ell_1+\ell_2)\right]$

D) $D = \frac{m}{m+M}\left[L-(\ell_1+\ell_2)\right]$

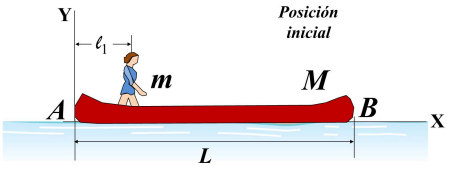
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 5-G5, diciembre 2014)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.4.

Una persona de masa m está de pie, en reposo, en una canoa de masa M y longitud L. En un cierto instante ($t = 0$) comienza a caminar desde un punto situado a una distancia ℓ_1 de su extremo A hacia un punto situado a una distancia ℓ_2 de su extremo B. Al llegar a este punto se para de nuevo.



Utilizando el triedro inercial de referencia mostrado y despreciando la resistencia al movimiento de la canoa en el agua, la distancia d que recorre la persona hasta que se para vale:

A) $d = \frac{1}{m+M}\left[m\ell_1 + M(L-\ell_2)\right]$

B) $d = \frac{1}{m+M}\left[M\ell_1 + m(L-\ell_2)\right]$

C) $d = \frac{M}{m+M}\left[L-(\ell_1+\ell_2)\right]$

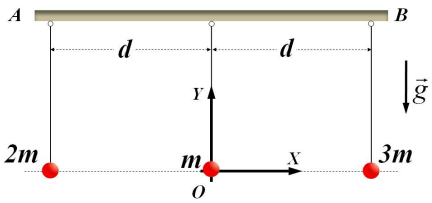
D) $d = \frac{m}{m+M}\left[L-(\ell_1+\ell_2)\right]$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 5-G5, diciembre, 2014)

CUESTIÓN C5.5.

Tres partículas "puntuales", en la posición y con las masas indicadas, cuelgan del bastidor AB de la figura mediante hilos ideales de masa despreciable. En un cierto instante, y simultáneamente, los hilos se rompen y las partículas caen, exclusivamente, bajo la acción de la fuerza de la gravedad.



Respecto al triedro fijo $OXYZ$ mostrado, la posición del centro de masas $\vec{r}_{CM}(t)$ del sistema, en función del tiempo, está dada por:

A) $\vec{r}_{CM}(t) = \frac{d}{6}\,\vec{\imath}$

B) $\vec{r}_{CM}(t) = \frac{d}{5}\,\vec{\imath}$

C) $\vec{r}_{CM}(t) = \frac{d}{5}\,\vec{\imath} - \frac{1}{2}gt^2\,\vec{\jmath}$

D) $\vec{r}_{CM}(t) = \frac{d}{6}\,\vec{\imath} - \frac{1}{2}gt^2\,\vec{\jmath}$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, noviembre 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.6.

La cantidad de movimiento de cualquier sistema de partículas medida en un triedro S, con origen en su centro de masas, cumple que:

A) Es constante.

B) Es nula solo si el triedro S es inercial.

C) Es nula.

D) Es nula solo si la resultante de las fuerzas exteriores es nula.

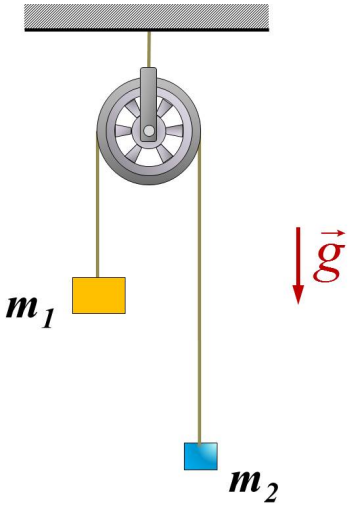
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, julio 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.7.

La figura muestra una polea fija de masa despreciable y sin rozamiento, de la cual cuelgan dos partículas de masas m_1 y m_2 ($m_2 > m_1$), unidas por una cuerda sin masa e inextensible.



Respecto al valor de la aceleración del centro de masas del sistema en un instante genérico t, se puede decir que $\vec{a}_{CM} = \gamma\vec{g}$, donde $\vec{g}$ es la aceleración de la gravedad y γ una constante de valor:

A) $\gamma = (m_2 - m_1)^2/(m_2 + m_1)^2$

B) $\gamma = (m_2 - m_1)/(m_2 + m_1)$

C) $\gamma = -(m_2 + m_1)/(m_2 - m_1)$

D) $\gamma = -(m_2 - m_1)^2/(m_2 + m_1)^2$

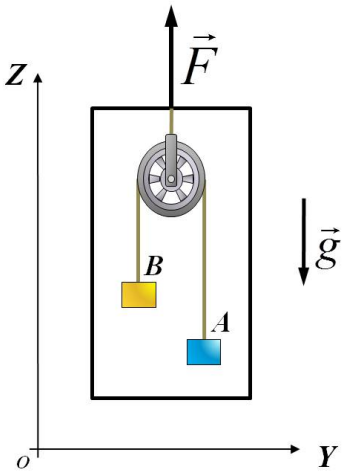
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, junio 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.8.

Dos bloques A y B de masas $3M$ y M, respectivamente, están conectados por una cuerda ideal que pasa a través de una polea de masa despreciable. El conjunto cuelga del techo de un ascensor que se mueve con velocidad constante bajo la acción de una fuerza $\vec{F} = F\vec{k}$, -véase la figura-.



Asumiendo que la aceleración de la gravedad g es constante, la aceleración del centro de masas $\vec{a}_{CM}$ de los dos bloques, respecto al triedro inercial de referencia $S(OXYZ)$ mostrado, vale:

A) $\vec{a}_{CM} = -\frac{g}{4}\vec{k}$

B) $\vec{a}_{CM} = -\frac{g}{2}\vec{k}$

C) $\vec{a}_{CM} = -(\frac{g}{4} + \frac{F}{4M})\vec{k}$

D) $\vec{a}_{CM} = -(\frac{g}{2} + \frac{F}{4M})\vec{k}$

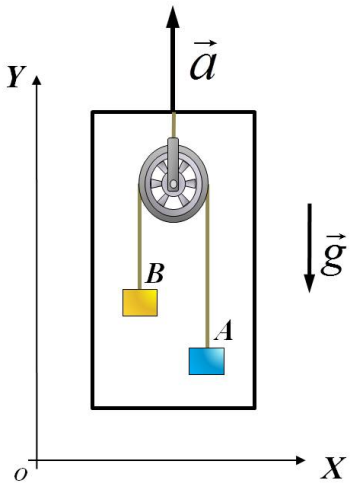
E) Ninguna de las respuestas anteriorers es correcta.

(ETSIAE, enero 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.9.

Dos bloques A y B de masas $3m$ y m, respectivamente, están conectados por una cuerda ideal que pasa a través de una polea de masa despreciable. El conjunto cuelga del techo de un ascensor que está siendo acelerado hacia arriba con una aceleración constante $\vec{a} = \frac{1}{3}g\vec{j}$.



Asumiendo que la aceleración de la gravedad g es constante, se puede decir que la aceleración del centro de masas $\vec{a}_{CM}$ de los dos bloques, respecto al triedro inercial de referencia $S(OXYZ)$ mostrado, vale:

A) $\vec{a}_{CM} = -g\vec{j}$

B) $\vec{a}_{CM} = -\frac{1}{3}g\vec{j}$

C) $\vec{a}_{CM} = \vec{0}$

D) $\vec{a}_{CM} = \frac{1}{3}g\vec{j}$

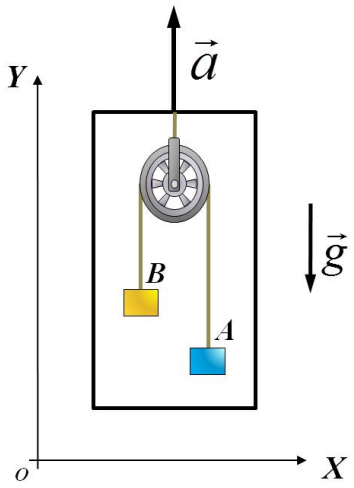
E) $\vec{a}_{CM} = g\vec{j}$

(ETSIAE, noviembre 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.10.

Dos bloques A y B de masas $3m$ y m, respectivamente, están conectados por una cuerda ideal que pasa a través de una polea de masa despreciable. El conjunto cuelga del techo de un ascensor que está siendo acelerado hacia arriba con una aceleración constante $\vec{a} = \frac{1}{3}g\vec{j}$, donde g es la magnitud constante de la aceleración de la gravedad.



Considérese el triedro de referencia S_{CM}, con origen en el centro de masas del sistema constituido por los bloques, y cuyos ejes no giran con respecto al triedro inercial S mostrado. Sean $\vec{V}_{A,CM}$ y $\vec{V}_{B,CM}$, respectivamente, las velocidades de los dos bloques en S_{CM}. Podemos decir que:

A) $\vec{V}_{A,CM} = -\vec{V}_{B,CM}$

B) $\vec{V}_{A,CM} = -\frac{1}{3}\vec{V}_{B,CM}$

C) $\vec{V}_{A,CM} = -3\vec{V}_{B,CM}$

D) El sistema S_{CM} no es inercial.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, noviembre 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.11.

Sea $\vec{r}_{CM}$ el vector de posición del centro de masas de un sistema de partículas respecto a un triedro de referencia S. Se puede asegurar que:

A) Si $\vec{r}_{CM}$ es conocido, se puede conocer la posición de cada partícula del sistema en S.

B) Si $\vec{r}_{CM}$ es constante, las partículas del sistema tienen velocidad nula.

C) Si $\vec{r}_{CM}$ es constante, las partículas del sistema tienen aceleración nula.

D) Si la resultante de las fuerzas exteriores sobre el sistema es nula, entonces $\vec{r}_{CM}$ es constante.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, julio 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.12.

Dos partículas de masas m_1 y m_2 próximas entre sí y situadas en las cercanías de la superficie terrestre, se mueven bajo la acción de la fuerza de la gravedad como única fuerza exterior.

En el triedro terrestre, considerado como inercial, se puede asegurar que:

A) El centro de masas del sistema está siempre contenido en un plano vertical.

B) La aceleración del centro de masas es nula.

C) La energía cinética del sistema se conserva.

D) La suma de la energía cinética y la energía potencial gravitatoria del sistema se conserva.

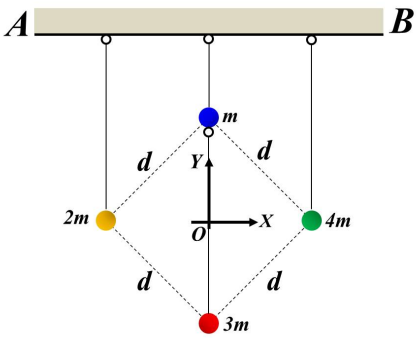
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, julio 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.13.

Cuatro partículas "puntuales", en la posición y con las masas indicadas, $m, 2m, 3m$, y $4m$, cuelgan del bastidor AB de la figura mediante hilos de masa despreciable. Las partículas están unidas entre sí por cuatro varillas de masa despreciable y longitud d.



En un cierto instante, los hilos y las varillas se rompen simultáneamente, y las partículas caen bajo la acción de su peso. Se puede decir que:

A) Se conserva el momento cinético $\vec{L}_O$ del sistema respecto al punto fijo O.

B) El momento cinético del sistema respecto al centro de masas $\vec{L}_{CM}$ es nulo.

C) $\vec{L}_O = \vec{L}_{CM}$

D) $\vec{L}_O - \vec{L}_{CM} = -mdgt\,\vec{k}$

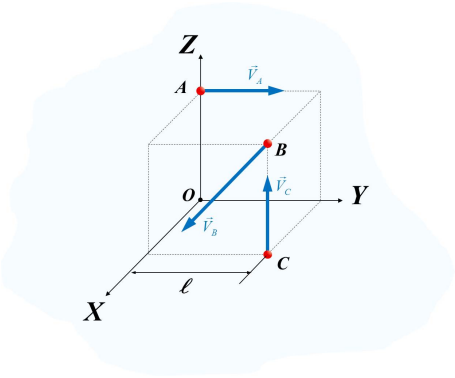
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, junio 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.14.

En la figura se representa un sistema de partículas constituido por tres partículas idénticas A, B, y C, de la misma masa m, cuyas posiciones respecto a un triedro de referencia cartesiano $S(O; X, Y, Z)$, en un cierto instante t^*, son las indicadas.



Las velocidades de las partículas en ese instante son:

$$\vec{V}_A(t^*) = V_A\vec{\jmath} \quad , \quad \vec{V}_B(t^*) = V_B\vec{\imath} \quad , \quad \vec{V}_C(t^*) = V_C\vec{k}$$

siendo V_A, V_B y V_C magnitudes positivas, no conocidas.

En el instante t^* se sabe, sin embargo, que:

- El módulo de la cantidad de movimiento del sistema vale P_0
- El momento cinético del sistema con respecto al origen $\vec{L}_O(t^*)$ y el momento cinético del sistema con respecto al centro de masas, $\vec{L}_{CM}(t^*)$, son iguales.

En base a lo anterior, se puede afirmar que:

A) $\vec{L}_O(t^*) = -\frac{P_0\ell}{\sqrt{3}}\,\vec{\imath}$

B) $\vec{L}_O(t^*) = -\frac{P_0\ell}{\sqrt{3}}\,(\vec{\imath}+\vec{\jmath})$

C) $\vec{L}_O(t^*) = -\frac{P_0\ell}{\sqrt{3}}\,\vec{k}$

D) $\vec{L}_O(t^*) = -\frac{P_0\ell}{\sqrt{3}}\,(\vec{\imath}+\vec{\jmath}+\vec{k})$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 5-G5, noviembre 2015)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.15.

El movimiento de un sistema de partículas es observado desde dos triedros de referencia: uno inercial S, cuyo origen se sitúa en un punto fijo O, y otro S' cuyo origen O' se encuentra en el centro de masas ($\overrightarrow{OO'} \equiv \vec{r}_{CM}$) del sistema, y cuyos ejes no giran con respecto a S. Si $\vec{P}$ y $\vec{L}_{CM}$ son, respectivamente, la cantidad de movimiento del sistema y su momento cinético con respecto al CM en S, y $\vec{P}'$ y $\vec{L}'_{CM}$ la cantidad de movimiento del sistema y su momento cinético con respecto al CM en S', entonces:

A) $\vec{P}' = \vec{P}$, si el sistema de partículas está aislado.

B) $\vec{L}'_{CM} = \vec{0}$, si el sistema de partículas está aislado.

C) $\vec{L}'_{CM} = \vec{L}_{CM}$

D) $\vec{L}_{CM} = \vec{r}_{CM} \times \vec{P}$

E) Ninguna de las anteriores.

(ETSIAE, noviembre 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.16.

Para un sistema de partículas aislado, pero en movimiento con respecto a un triedro inercial con origen en un punto O, puede asegurarse que:

A) El momento cinético del sistema respecto al centro de masas, $\vec{L}_{CM}$, es nulo.

B) La energía cinética del sistema es nula.

C) El momento cinético respecto al punto O, $\vec{L}_O$, es nulo.

D) El CM del sistema describe una parábola.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, noviembre 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.17.

El movimiento de un sistema de partículas es observado desde dos triedros de referencia: uno inercial S, cuyo origen se sitúa en un punto fijo O, y otro S' cuyo origen O' se encuentra en el centro de masas ($\overrightarrow{OO'} \equiv \vec{r}_{CM}$) del sistema, y cuyos ejes no giran con respecto a S.

Si $\vec{P}$ y $\vec{L}_{CM}$ son, respectivamente, la cantidad de movimiento del sistema y su momento cinético con respecto al CM en S, y $\vec{P}'$ y $\vec{L}'_{CM}$ la cantidad de movimiento del sistema y su momento cinético con respecto al CM en S', entonces:

A) $\left(d\,\vec{L}_{CM}/dt\right)_S = \left(d\,\vec{L}'_{CM}/dt\right)_{S'}$

B) $\vec{L}'_{CM} = \vec{L}_{CM} + \vec{r}_{CM} \times \vec{P}$

C) $\vec{P} = \vec{P}'$, solo si el sistema de partículas está aislado.

D) $\vec{P}' = \vec{0}$, solo si el sistema de partículas está aislado.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, enero 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.18.

Un sistema de partículas se está moviendo con respecto a un triedro inercial de referencia S bajo la acción de un conjunto de fuerzas, entre las cuales se encuentra la fuerza de la gravedad.

Sea S_C un triedro de referencia con origen en el centro de masas del sistema y cuyos ejes no giran con respecto a S. Se puede asegurar que:

A) La energía cinética del sistema en el triedro S_{CM} es nula.

B) El trabajo de la fuerza de la gravedad en S_{CM} es nulo.

C) El momento cinético del sistema respecto al centro de masas, $\vec{L}_{CM}$, es constante.

D) Si la resultante de las fuerzas exteriores es nula, la energía cinética del sistema en S es constante.

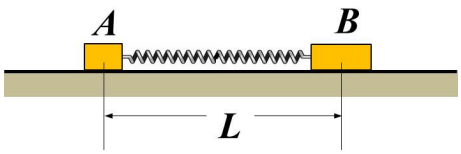
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, noviembre 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.19.

Los bloques A y B de la figura tienen masas $M_B = 2M_A = m$, y descansan sobre una superficie sin rozamiento.



Los bloques se juntan comprimiendo un muelle de longitud L y masa despreciable y luego se sueltan desde el reposo.

El muelle está suelto y cae a la superficie después de estirarse. En este instante podemos decir que:

A) Ambos bloques tendrán la misma velocidad.

B) El bloque B tendrá mayor energía cinética que el bloque A.

C) El bloque A tendrá mayor energía cinética que el bloque B.

D) Ambos bloques tendrán la misma energía cinética.

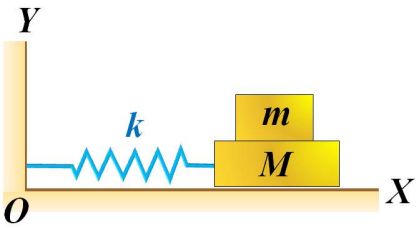
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, junio 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.20.

Un bloque de masa M descansa sobre una superficie horizontal sin rozamiento y está conectado a un muelle de constante elástica k y longitud natural nula. El otro extremo del muelle está fijo a una pared, como se muestra en la figura.



Un segundo bloque de masa m está sobre el primero. El coeficiente de rozamiento entre los bloques es μ.

Respecto a la amplitud de oscilación máxima, x_{max}, que puede tener el muelle sin que el bloque superior deslice, se puede decir que:

A) $x_{max} = \mu \frac{M}{m} \left(\frac{M+m}{k}\right) g$

B) $x_{max} = \mu \frac{m}{M} \left(\frac{M+m}{k}\right) g$

C) $x_{max} = \mu \left(\frac{M+m}{k}\right) g$

D) $x_{max} = 2\mu \left(\frac{M+m}{k}\right) g$

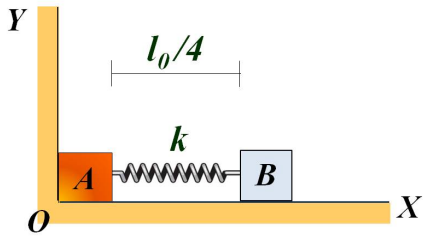
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, noviembre 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.21.

Un sistema de partículas está compuesto por dos bloques A y B de masas m y $2m$, respectivamente, y tamaño despreciable, conectados por un muelle ideal de constante elástica k y longitud natural l_0. Los bloques pueden moverse sobre un plano horizontal sin rozamiento.



Mientras A se mantiene en contacto con la pared vertical, se presiona el bloque B hasta que la longitud del muelle se reduce a $l_0/4$, -véase la figura-. En ese instante ($t = 0$), el sistema se suelta.

Si $\vec{v}_{CM}(t)$ es la velocidad del centro de masas del conjunto a partir del instante en el que A pierde contacto con la pared, entonces:

A) $\vec{v}_{CM}(t) = (l_0/4)\sqrt{2k/m}\ \vec{\imath}$

B) $\vec{v}_{CM}(t) = (2l_0/9)\sqrt{k/m}\ \vec{\imath}$

C) $\vec{v}_{CM}(t) = (l_0/6)\sqrt{2k/m}\ \vec{\imath}$

D) $\vec{v}_{CM}(t) = (l_0/4)\sqrt{k/m}\ \vec{\imath}$

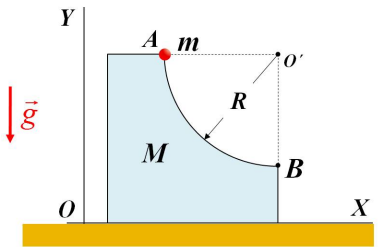
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, noviembre 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.22.

Un bloque de masa $M = 5m$ puede moverse sin rozamieno sobre el plano horizontal del triedro inercial $S(OXYZ)$ mostrado en la figura. Simultáneamente, una partícula de masa m puede moverse sin rozamiento sobre el canal circular de radio R del bloque.



Sabiendo que en el instante inicial tanto el bloque como la partícula estaban en reposo en S, con m en A, ¿cuál es la velocidad $\vec{V}$ del bloque en el instante en el que m llega a B?

A) $\vec{V} = -\sqrt{(3/2)\,gR}\,\vec{\imath}$

B) $\vec{V} = -\sqrt{(1/15)\,gR}\,\vec{\imath}$

C) $\vec{V} = -\sqrt{(1/6)\,gR}\,\vec{\imath}$

D) $\vec{V} = -\sqrt{(5/3)\,gR}\,\vec{\imath}$

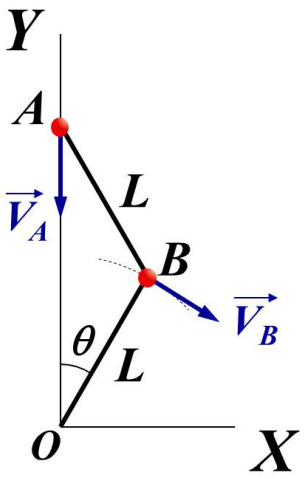
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, noviembre 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.23.

En el plano horizontal XY de un triedro S hay dos partículas A y B de la misma masa m, unidas entre sí por una varilla rígida y sin masa de longitud L, -véase la figura-.



La partícula A está obligada a moverse a lo largo del eje OY. La partícula B, a su vez, está unida al origen O de S mediante una varilla similar a la anterior, siendo θ el ángulo que forma esta con el eje Y.

Sabiendo que en el instante inicial ambas partículas están situadas sobre el eje Y con velocidades $\vec{V}_A(0) = \vec{0}$ y $\vec{V}_B(0) = V_0\vec{\imath}$, y que cualquier rozamiento es despreciable, se puede decir que en el instante en el que $\theta = 45^o$, la energía cinética E_C del sistema en S vale:

A) $E_C = 4mV_0^2$

B) $E_C = 2mV_0^2$

C) $E_C = 2\sqrt{2}mV_0^2$

D) $E_C = \frac{1}{2}mV_0^2$

E) $E_C = mV_0^2$.

(ETSIAE, noviembre 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.24.

Consideremos el sistema solar como un conjunto de N "partículas" sometidas a la atracción gravitatoria mutua, y aisladas del resto del universo.

Sea S_C un triedro de referencia con origen en el centro de masas del sistema y cuyos ejes no giran. Se puede asegurar que:

A) El triedro S_C es inercial.

B) La energía cinética de cada una de las partículas se conserva.

C) La energía cinética total del sistema se conserva.

D) Se conserva la energía mecánica de cada una de las partículas.

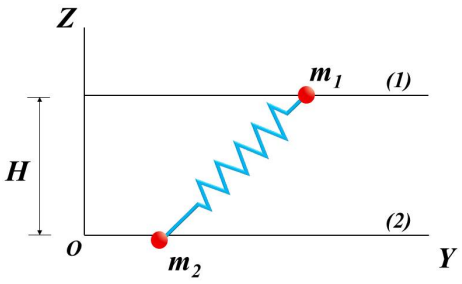
E) Las trayectorias de todas las partículas están contenidas en un plano.

(ETSIAE, noviembre 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.25.

En el plano vertical YZ de un triedro inercial de referencia $S(OXYZ)$ hay dos guías horizontales (1) y (2), fijas y separadas una distancia H.



Dos abalorios m_1 y m_2 se pueden mover sin rozamiento sobre las guías -véase la figura-, mientras permanecen unidos por un muelle de constante elástica k y longitud natural nula.

Inicialmente los abalorios están sobre el eje Z con velocidades $\vec{v}_1(0) = v_0\vec{j}$ y $\vec{v}_2(0) = \vec{0}$.

Sea $\vec{v}_{CM}$ la velocidad del centro de masas del sistema y ℓ_{max} el alargamiento máximo del muelle. Se puede decir que:

A) Se conserva el momento cinético del sistema respecto al origen fijo O de S.

B) Se conserva la energía cinética del sistema respecto al triedro S.

C) $\vec{v}_{CM}(t) = \frac{m_2}{m_1+m_2}\, v_0\, \vec{j}$

D) $\ell_{max} = \sqrt{H^2 + \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}\,(v_0^2/k)}$

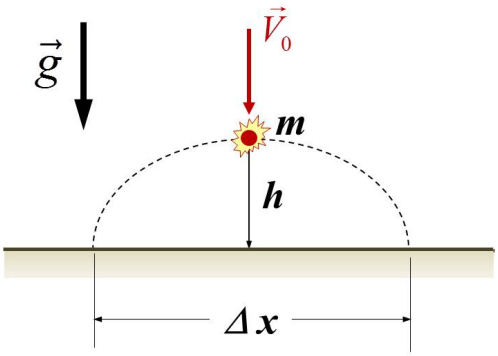
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 5-G5, noviembre 2014)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.26.

Una granada de masa M está cayendo con una velocidad de módulo V_0, y se halla a una altura $h = 12(V_0^2/g)$, cuando explota en dos fragmentos iguales que inicialmente se mueven horizontalmente en el sistema centro de masas.



La variación de la energía cinética en la explosión es: $\Delta E_C = mV_0^2$.

Respecto a la distancia de separación entre los dos fragmentos al llegar al suelo, Δx, se puede afirmar que:

A) $\Delta x = 4\sqrt{2}(V_0^2/g)$

B) $\Delta x = \sqrt{2}(V_0^2/g)$

C) $\Delta x = 2\sqrt{2}(V_0^2/g)$

D) $\Delta x = 8\sqrt{2}(V_0^2/g)$

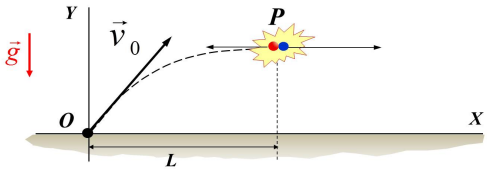
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, junio 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.27.

Desde el origen O del triedro inercial mostrado en la figura, se lanza un proyectil de masa M. El proyectil explota en el punto más alto de su trayectoria, P, rompiéndose en dos fragmentos que, inmediatamente después de la explosión, se separan horizontalmente. La masa de uno de los fragmentos es seis veces superior a la del otro.



Para sorpresa de los artilleros, el fragmento más ligero vuelve al punto de lanzamiento.

Si la distancia horizontal entre O y P es L, ¿a qué distancia D del origen golpea el suelo el fragmento más pesado?

A) $D = (12/5)\,L$

B) $D = (5/2)\,L$

C) $D = (8/3)\,L$

D) $D = (7/3)\,L$

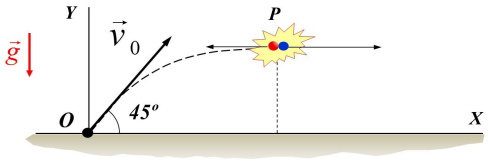
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, noviembre 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.28.

Desde el origen O del triedro inercial mostrado en la figura, se lanza un proyectil de masa M con velocidad inicial $\vec{v}_0$ y con un ángulo de lanzamiento $\alpha = 45^o$ respecto al suelo horizontal.



En el punto más alto P de su trayectoria el proyectil explota en dos fragmentos que, inmediatamente después de la explosión, se separan horizontalmente. La masa de uno de los fragmentos es seis veces superior a la del otro.

Si el fragmento más ligero vuelve al punto de lanzamiento, ¿cuál es el cambio en la energía cinética ΔE_C del sistema proyectil-fragmentos como consecuencia de la explosión?

A) $\Delta E_C = (1/3)M\vec{v}_0^2$

B) $\Delta E_C = (1/5)M\vec{v}_0^2$

C) $\Delta E_C = (1/6)M\vec{v}_0^2$

D) $\Delta E_C = (1/4)M\vec{v}_0^2$

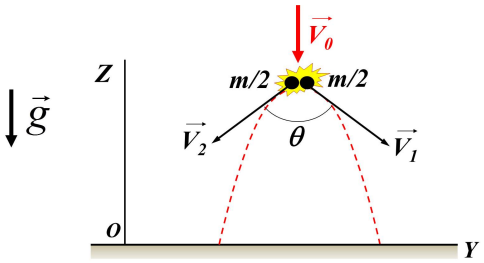
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, enero 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.29.

Una granada de masa m está cayendo verticalmente con una velocidad $\vec{V}_0 = -V_0\,\vec{k}$, -véase la figura-, cuando a una cierta altura explota en dos fragmentos iguales.



En el triedro centro de masas S_C se sabe que tras la explosión los dos fragmentos se mueven horizontalmente, y que la energía cinética del conjunto es $E_{C,S_C} = mV_0^2$.

Si θ es el ángulo que en el triedro S forman los vectores velocidad $\vec{V}_1$ y $\vec{V}_2$ de los dos fragmentos justo después de la explosión, se puede decir que:

A) $\cos\theta = -(1/3)$

B) $\cos\theta = 1/2$

C) $\cos\theta = -(1/2)$

D) $\cos\theta = 1/3$

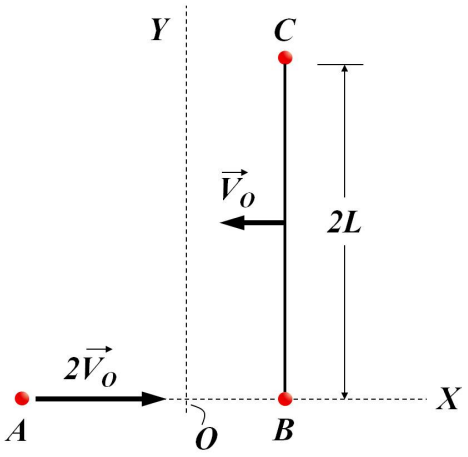
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, noviembre 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.30.

Dos partículas B y C de la misma masa m y unidas por una varilla de longitud $2L$ y masa despreciable, se desplazan con velocidades $\vec{V}_B = \vec{V}_C = -V_0\,\vec{\imath}$ por el plano horizontal XY de un triedro inercial de referencia S , -véase la figura-.



Otra partícula A de la misma masa m que las anteriores se mueve en el mismo plano con velocidad $\vec{V}_A = 2V_0\,\vec{\imath}$. No existe rozamiento entre las partículas y el plano.

Suponiendo que en el origen O de S se produce una colisión perfectamente inelástica entre A y B, respecto a la velocidad angular de rotación de la varilla, $\vec{\Omega}$, alrededor del centro de masas, tras la colisión, se puede decir que:

A) $\vec{\Omega} = (3V_0/4L)\,\vec{k}$

B) $\vec{\Omega} = (3V_0/2L)\,\vec{k}$

C) $\vec{\Omega} = (V_0/2L)\,\vec{k}$

D) $\vec{\Omega} = (V_0/4L)\,\vec{k}$

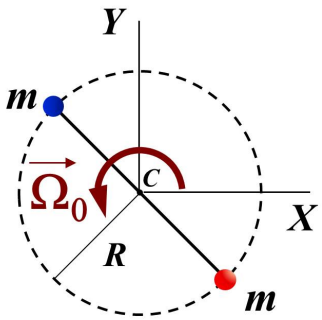
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correecta.

(ETSIAE, enero 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.31.

Dos patinadores de la misma masa m y cuyo tamaño puede despreciarse, se mueven sobre una superficie helada sin rozamiento, girando en torno a su centro de masas C, que permanece en reposo, con velocidad angular $\vec{\Omega}_0 = \Omega_0\,\vec{k}$.



Mientras lo hacen se mantienen asidos a una barra de longitud $l = 2R$ y masa despreciable -véase la figura-.

En cierto instante uno de los patinadores empieza a tirar de la barra y lo hace hasta que la distancia a su compañero se reduce a $l/3$. Si $\Delta E_{C,S_C}$ es el cambio que experimenta, en el triedro S_C, la energía cinética de los patinadores, luego de esa maniobra, se puede afirmar que:

A) $\Delta E_{C,S_C} = 3m\Omega_0^2 R^2$

B) $\Delta E_{C,S_C} = 8m\Omega_0^2 R^2$

C) $\Delta E_{C,S_C} = 24m\Omega_0^2 R^2$

D) $\Delta E_{C,S_C} = 15m\Omega_0^2 R^2$

E) Ninguna de las anteriores es correcta.

(ETSIAE, noviembre 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.32.

Dos partículas de masas m_1 y m_2 próximas entre sí y situadas en las cercanías de la superficie terrestre, se mueven bajo la acción de la fuerza de la gravedad como única fuerza exterior.

En el triedro terrestre, considerado como inercial, se puede asegurar que:

A) La trayectoria del centro de masas del sistema es una línea recta.

B) El momento cinético del sistema respecto al centro de masas es nulo.

C) La energía cinética del sistema se conserva.

D) La suma de la energía cinética y la energía potencial gravitatoria del sistema se conserva.

E) El centro de masas del sistema está siempre contenido en un plano vertical.

(ETSIAE, noviembre 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.33.

Del movimiento de un sistema de partículas se sabe que:

a) Su centro de masas C describe un movimiento rectilíneo respecto a un triedro inercial S.
b) La distancia entre dos cualesquiera de sus partículas permanece siempre constante.

Sea Δt el intervalo de tiempo transcurrido entre dos posiciones arbitrarias del sistema. En dicho intervalo, se puede afirmar que:

A) En S el trabajo W_S^{ext} realizado por las fuerzas exteriores al sistema es nulo.

B) En el triedro centro de masas, S_C, el trabajo $W_{S_C}^{ext}$ realizado por las fuerzas exteriores al sistema es nulo.

C) $W_S^{ext} = W_{S_C}^{ext}$

D) El trabajo de las fuerzas interiores es nulo tanto en S como en S_C.

E) Los cambios en la energía cinética del sistema en S y en S_C son iguales.

(ETSIAE, noviembre 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.34.

El centro de masas C de un sistema de partículas describe una circunferencia con respecto a un triedro inercial S. Mientras lo hace, el módulo de su velocidad $|\vec{V}_C|$ permanece constante.

Sea Δt el intervalo de tiempo transcurrido entre dos posiciones arbitrarias del sistema. En dicho intervalo, se puede afirmar que:

A) En S, el trabajo W_S^{int} realizado por las fuerzas interiores al sistema es nulo.

B) En el triedro centro de masas, S_C, el trabajo $W_{S_C}^{int}$ realizado por las fuerzas interiores al sistema es nulo.

C) $W_S^{int} \neq W_{S_C}^{int}$

D) En S, el trabajo W_S^{ext} realizado por las fuerzas exteriores al sistema es nulo.

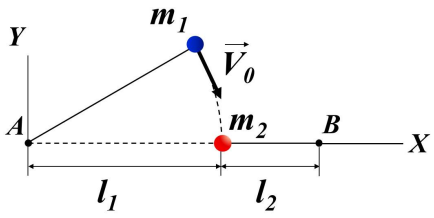
E) En S_C, el trabajo realizado por las fuerzas de inercia es nulo.

(ETSIAE, noviembre 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C5.35.

Sobre una superficie horizontal lisa (plano XY de un triedro inercial S) se encuentran dos partículas de masas $m_1 = m$ y $m_2 = 4m$ ligadas a dos puntos fijos A y B, respectivamente, mediante dos hilos ideales de longitudes $l_1 = l$ y $l_2 = 2l/3$, -véase la figura-.



A la partícula m_1 se le imprime una velocidad de módulo V_0 de modo que está obligada a chocar elásticamente con la partícula m_2 que se encuentra inicialmente en reposo sobre el eje X de S.

Si t^* es el tiempo transcurrido después del primer choque hasta que las masas vuelven a chocar por segunda vez, se puede afirmar que:

A) $t^* = 6\pi l/V_0$

B) $t^* = 10\pi l/(3V_0)$

C) $t^* = 10\pi l/V_0$

D) $t^* = 4\pi l/(3V_0)$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, noviembre 2013)

.

TABLA DE SOLUCIONES 5.- DINÁMICA DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS			
C5.1	**A**	C5.21	**A**
C5.2	**D**	C5.22	**B**
C5.3	**D**	C5.23	**D**
C5.4	**C**	C5.24	**A**
C5.5	**D**	C5.25	**D**
C5.6	**C**	C5.26	**D**
C5.7	**A**	C5.27	**D**
C5.8	**A**	C5.28	**C**
C5.9	**C**	C5.29	**A**
C5.10	**B**	C5.30	**A**
C5.11	**E**	C5.31	**B**
C5.12	**A**	C5.32	**E**
C5.13	**B**	C5.33	**D**
C5.14	**C**	C5.34	**E**
C5.15	**C**	C5.35	**B**
C5.16	**E**	C5.36	
C5.17	**A**	C5.37	
C5.18	**B**	C5.38	
C5.19	**C**	C5.39	
C5.20	**C**	C5.40	

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval
etsiae UPM
Faian

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA P 5.1.

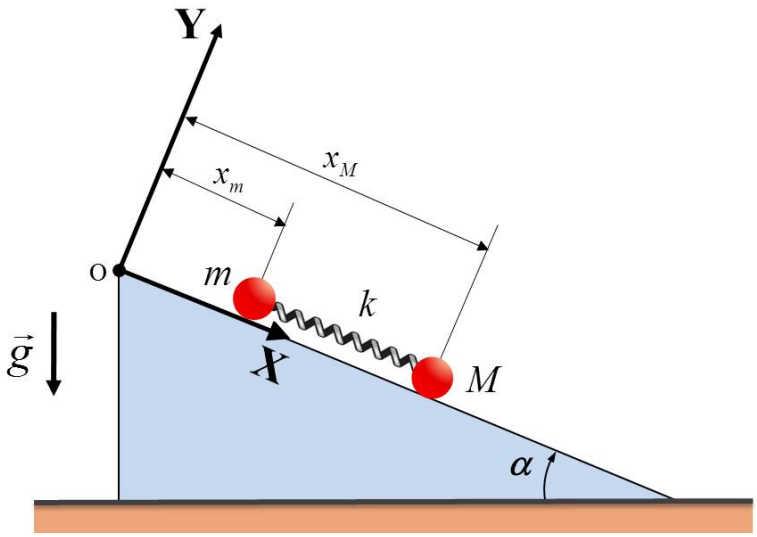
Dos masas m y M, que consideraremos puntuales, están unidas entre sí por un muelle de constante k, longitud natural ℓ_0 y masa despreciable. El conjunto descansa, -véase la figura-, sobre una plataforma en forma de cuña, de ángulo de inclinación α, la cual permanece fija sobre un suelo horizontal.

En el instante inicial $t = 0$, las dos masas se mantienen en reposo respecto al sistema de referencia $OXYZ$ fijado a la cuña, estando situadas, respectivamente, en los puntos de coordenadas $x_m(0) = 0$ y $x_M(0) = 2\ell_0$.

Para $t > 0$ se libera el conjunto, y éste empieza a moverse sobre la plataforma libremente, sin rozamiento.

Determinar en función del tiempo t y los datos del problema m, M, ℓ_0, k, g y α :

1. La posición $\vec{r}_{CM}(t)$ del centro de masas del conjunto.
2. Ecuaciones de movimiento para cada una de las dos masas.
3. La frecuencia angular Ω con la que el muelle oscila.
4. La separación $\Delta x(t) = x_M(t) - x_m(t)$ entre las dos partículas.
5. La energía potencial elástica E_P^{el} del muelle.
6. La energía cinética $E_C(t)$ del conjunto.
7. El tiempo t_0 que tarda m en alcanzar a M por primera vez.
8. La velocidad $\vec{V}_m(t_0)$ de la masa m en ese instante.



(ETSIAE, junio 2011)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

SOLUCIÓN P 5.1.

1.- $\vec{r}_{CM}(t) = \left[\frac{2l_0 M}{m+M} + \frac{1}{2}gt^2 \operatorname{sen}\alpha\right]\vec{\imath}$

2.- $$\frac{d^2x_M}{dt^2} = g\operatorname{sen}\alpha - \frac{k}{M}[x_M - x_m - l_0]$$
$$\frac{d^2x_m}{dt^2} = g\operatorname{sen}\alpha + \frac{k}{m}[x_M - x_m - l_0]$$

3.- $\Omega = \sqrt{\frac{k(m+M)}{mM}}$

4.- $\Delta x(t) = l_0(1 + \cos\Omega t)$

5.- $E_p^{el}(t) = \frac{1}{2}kl_0^2\cos^2\Omega t$

6.- $E_C(t) = \frac{1}{2}kl_0^2\operatorname{sen}^2\Omega t + \frac{1}{2}(m+M)g^2t^2\operatorname{sen}^2\alpha$

7.- $t_0 = \frac{\pi}{\Omega}$

8.- $\vec{V}_m(t_0) = \frac{\pi g}{\Omega}\operatorname{sen}\alpha\,\vec{\imath}$

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA P5.2.

Tres partículas de la misma masa $m_1 = m_2 = m_3 = m$, se mueven sin rozamiento sobre una superficie horizontal (plano XY de un triedro de referencia inercial $S(O;X,Y,Z)$. La partícula m_1 se mantiene unida a m_2 y m_3 por sendos hilos ideales, inextensibles y de masa despreciable, véase la figuras.

En un cierto instante, que consideraremos como inicial, $t = 0$, (fig. M2a), los vectores de posición de las partículas y sus velocidades en el triedro S son, respectivamente:

$$\vec{r}_1(0) = \vec{0}, \qquad \vec{r}_2(0) = -\vec{r}_3(0) = L\,\vec{\jmath}$$
$$\vec{V}_1(0) = \vec{0}, \qquad \vec{V}_2(0) = \vec{V}_3(0) = V_0\,\vec{\imath}$$

Sea θ el ángulo que forman los hilos con la horizontal en un instante t cualquiera, pero anterior al instante t^* en el que las partículas m_2 y m_3 chocan, (fig. M2b). Se pide, en función de θ:

1. La cantidad de movimiento $\vec{P}(\theta)$ del sistema de partículas.
2. La energía cinética $E_C(\theta)$ del sistema.
3. El momento cinético del sistema $\vec{L}_O(\theta)$ respecto al punto fijo O.
4. La velocidad del centro de masas del sistema, $\vec{V}_{CM}(\theta)$.

Considérese a partir de ahora el instante t^* en el que se produce la colisión entre m_2 y m_3. Determinar en ese instante:

5. La velocidad de m_1, $\vec{V}_1(t^*)$.
6. La velocidad angular, $\dot{\theta}(t^*)$.
7. La velocidad de m_2, $\vec{V}_2(t^*)$.
8. La aceleración de m_1, $\vec{a}_1(t^*)$.
9. La tensión $T(t^*)$ en los hilos.
10. Las velocidades de m_1, m_2 y m_3 inmediatamente después de la colisión, considerando a ésta como completamente inelástica.

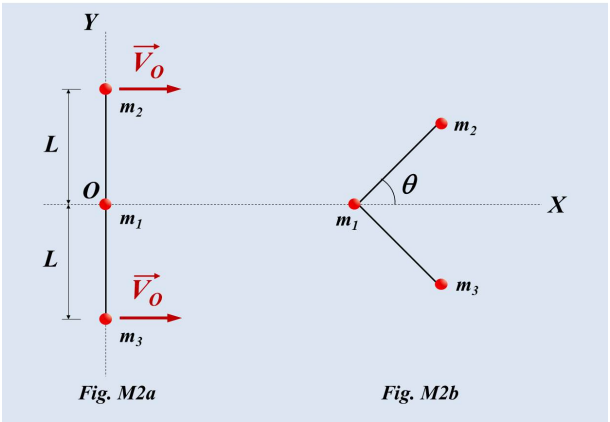


Fig. M2a Fig. M2b

(ETSIAE, julio 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

SOLUCIÓN P5.2.

1.- $\vec{P}(\theta) = 2mV_0\,\vec{\imath}$

2.- $E_C = mV_0^2$

3.- $\vec{L}_O(\theta) = \vec{0}$

4.- $\vec{V}_{CM}(\theta) = (2/3)V_0\,\vec{\imath}$

5.- $\vec{V}_1(t^*) = (2V_0/3)\vec{\imath}$

6.- $\dot{\theta}(t^*) = -V_0/(\sqrt{3}L)$

7.- $\vec{V}_2(t^*) = (V_0/3)[2\vec{\imath} - \sqrt{3}\,\vec{\jmath}]$

8.- $\vec{a}_1(t^*) = (2/9)\left(\frac{V_0^2}{L}\right)\vec{\imath}$

9.- $T(t^*) = (1/9)\left(\frac{mV_0^2}{L}\right)$

10.- $\vec{V}\,'_1 = \vec{V}\,'_2 = \vec{V}\,'_3 = \frac{2}{3}V_0\,\vec{\imath}$

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA P5.3.

Dos abalorios A y B, de la misma masa m, están unidos por un hilo ideal de longitud L. El abalorio A puede deslizar sobre la varilla OY y el abalorio B sobre la varilla OZ, ambas en el plano vertical del triedro inercial de referencia $S(O, X, Y, Z)$. Se desprecia el rozamiento entre los abalorios y las varillas.

Inicialmente los abalorios están sujetos mediante topes (no dibujados) en la posición de la figura 1. En un cierto instante, que se toma como inicial $t = 0$, se retiran los topes y los abalorios se ponen en movimiento. En la figura 2 se muestra una posición genérica del sistema en función del ángulo θ que forma el hilo con la vertical.

Tomando como datos los valores de m, L y g, determinar en función de θ, y para cualquier instante comprendido entre el inicial y el instante t^* en que A pasa por el origen O:

1. La expresión de $\dot{\theta}(\theta)$.
2. La expresión de $\ddot{\theta}(\theta)$.
3. Vector de posición del centro de masas del sistema, $\vec{r}_{CM}(\theta)$, identificando la trayectoria de éste.
4. Componente tangencial $a_{t,CM}(\theta)$ de la aceleración del centro de masas del sistema.
5. Componente normal $a_{n,CM}(\theta)$ de la aceleración del centro de masas del sistema.
6. Fuerza $\vec{N}_A(\theta)$ que ejerce la varilla horizontal sobre A.
7. Fuerza $\vec{N}_B(\theta)$ que ejerce la varilla vertical sobre B.
8. Módulo de la tensión $|\vec{T}(\theta)|$ en el hilo.

   Respecto a un triedro de referencia S' con origen en el centro de masas del sistema y cuyos ejes no giran con respecto a S:

9. Momento cinético del sistema de partículas respecto al centro de masas, $\vec{L}'_{CM}(\theta)$, en S'.
10. Energía cinética del sistema de partículas, $E'_C(\theta)$, en S'.

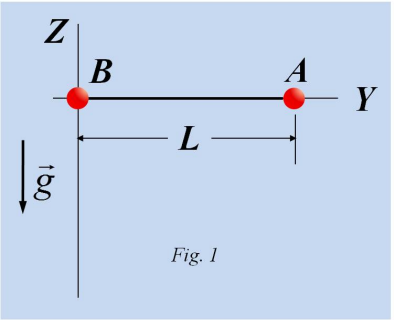


Fig. 1

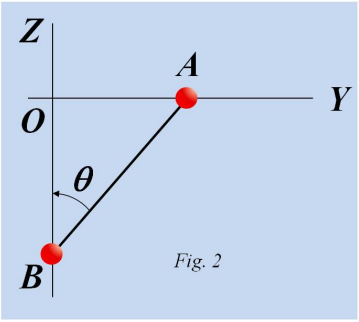


Fig. 2

(ETSIAE, enero 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

SOLUCIÓN P5.3.

1.- $\dot{\theta}(\theta) = -\sqrt{\frac{2g}{L}\cos\theta}$

2.- $\ddot{\theta}(\theta) = -\frac{g}{L}\,\text{sen}\,\theta$

3.- $\vec{r}_{CM}(\theta) = (L/2)\,(\text{sen}\,\theta\,\vec{\jmath} - \cos\theta\,\vec{k})$
$y_{CM}^2 + z_{CM}^2 = (L/2)^2.$

4.- $a_t(\theta) = -\frac{g}{2}\cos\theta$

5.- $a_n(\theta) = g\cos\theta$

6.- $\vec{N}_A(\theta) = mg(1 + 3\cos^2\theta)\,\vec{k}$

7.- $\vec{N}_B(\theta) = -3mg\,\text{sen}\;\theta\cos\theta\,\vec{\jmath}$

8.- $|\vec{T}(\theta)| = 3mg\cos\theta$

9.- $\vec{L}'_{CM}(\theta) = mL\sqrt{\frac{gL}{2}\cos\theta}\,\vec{\imath}$

10.- $E'_C(\theta) = \frac{1}{2}\,mgL\cos\theta$

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA P5.4.

Dos partículas A y B, de masas $m_A = m$ y $m_B = m/2$, respectivamente, se mueven sobre una superficie horizontal sin rozamiento, -plano XY de un triedro inercial $S(O;X,Y,Z)$-. Las dos partículas están unidas mediante una varilla ideal de longitud L y masa despreciable.

En el instante inicial $t = 0$, -véase la figura-, el centro de masas C del sistema pasa por el origen O de S, con velocidad:

$$\vec{V}_C(0) = \frac{L\Omega_0}{6}\,\vec{\imath}$$

siendo Ω_0 una constante positiva. En ese mismo instante, el conjunto gira en torno al eje Z con velocidad angular $\vec{\Omega}(0) = \Omega_0\,\vec{k}$. Las partículas se mantienen unidas hasta que, transcurrido un tiempo $t_1 = \pi/(3\Omega_0)$, la varilla se rompe.

A) ¿Cuáles de las siguientes magnitudes se conservan en el intervalo $[0, t_1]$?

1.a) La velocidad del centro de masas del sistema, $\vec{V}_C(t)$.

1.b) La velocidad angular de la varilla, $\vec{\Omega}(t)$.

1.c) La energía cinética del sistema, $E_C(t)$.

1.d) La fuerza $\vec{T}_A(t)$ que ejerce la varilla sobre la partícula A.

1.e) El módulo de la velocidad de la partícula A, $|\vec{v}_A\,'|$, con respecto a un triedro $S'(C;X',Y',Z')$ con origen en C y que se traslada (sin girar) con la velocidad del centro de masas del sistema.

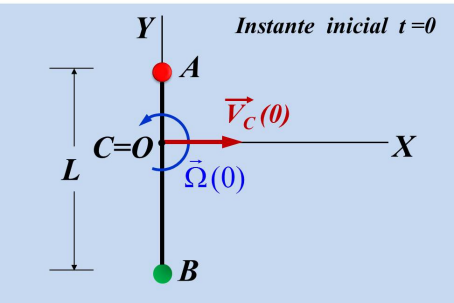
En función de los datos del problema: m, L, Ω_0, y en el triedro $S(O;X,Y,Z)$, determinar:

B) Inmediatamente antes de que la varilla se rompa:

2. La cantidad de movimiento del sistema, $\vec{P}(t_1)$.
3. El vector de posición del centro de masas del sistema, $\vec{r}_C(t_1)$.
4. El momento cinético del sistema, $\vec{L}_O(t_1)$, con respecto al origen O de S.
5. La energía cinética del sistema, $E_C(t_1)$.
6. Las velocidades de la partículas $\vec{v}_A(t_1)$ y $\vec{v}_B(t_1)$.
7. El módulo de la tensión $|\vec{T}(t_1)|$ en la varilla.
8. El trabajo $W_{0\to t_1}$ realizado por las fuerzas que actúan sobre A hasta que la varilla se rompe.

C) En el instante t_2, $(t_2 > t_1)$, en el que la partícula B pasa por el punto $P(b,0,0)$ del eje X:

9. La distancia a de la partícula A al eje Y.
10. El valor de b.



(ETSIAE, junio 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

SOLUCIÓN P5.4.

1.-

	Sí	No	Explicación razonada
$\vec{V}_C$	✓		$\sum_i \vec{F}_i^{ext} = \vec{0}$
$\vec{\Omega}$	✓		$\vec{M}_C = \vec{0} \Rightarrow \vec{L}_C = I_C\,\vec{\Omega} = \overrightarrow{C^{te}}$
E_C	✓		$\Delta E_C = \int \vec{T} \cdot d(\vec{r}_A - \vec{r}_B) = 0$
$\vec{T}_A$, $\vec{T}_B$		✓	Cambian de dirección.
$\lvert\vec{V}_A\,'\rvert, \lvert\vec{V}_B\,'\rvert$	✓		$\vec{T}_A$ y $\vec{T}_B$ son fuerzas centrales en S'

2.- $\vec{P}(t_1) = \frac{1}{4}\,mL\Omega_0\,\vec{\imath}$

3.- $\vec{r}_C(t_1) = \frac{\pi}{18}\,L\,\vec{\imath}$

4.- $\vec{L}_O(t_1) = \frac{1}{3}\,mL^2\Omega_0\,\vec{k}$

5.- $E_C(t_1) = \frac{3}{16}\,mL^2\Omega_0^2$

6.- $\vec{v}_A(t_1) = -\frac{L\Omega_0}{2\sqrt{3}}\,\vec{\jmath}$, $\vec{v}_B(t_1) = \frac{L\Omega_0}{2}\left(\vec{\imath} + \frac{2}{\sqrt{3}}\,\vec{\jmath}\right)$

7.- $|\vec{T}(t_1)| = \frac{1}{3}\,mL\Omega_0^2$

8.- $W_{0\to t_1} = \frac{1}{36}\,mL^2\Omega_0^2$

9.- $a = \frac{L}{6}\left(\frac{\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$

10.- $b = \frac{L}{2}\left(\frac{\pi}{9} + \sqrt{3}\right)$

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PROBLEMA P 5.5.

En el plano horizontal OXY de un triedro de referencia inercial $S(O;X,Y,Z)$, se considera un sistema constituido por dos partículas de masas $m_1 = \lambda m$ y $m_2 = m$, donde λ es una constante positiva, unidas por un muelle de masa nula, constante elástica k y longitud natural despreciable. Las partículas se pueden mover sin rozamiento mientras permanecen ensartadas en un alambre circular fijo de radio R -véase la figura-.

Sabiendo que en el instante inicial $t = 0$ las partículas están en reposo y situadas de forma tal que $\theta_1(0) = 0^o$ y $\theta_2(0) = \theta_{20}$,
se pide:

A) ¿Cuáles de estas magnitudes se conservan antes de que las partículas choquen? Razónese.

1.a) La cantidad de movimiento del sistema, $\vec{P}(t)$.

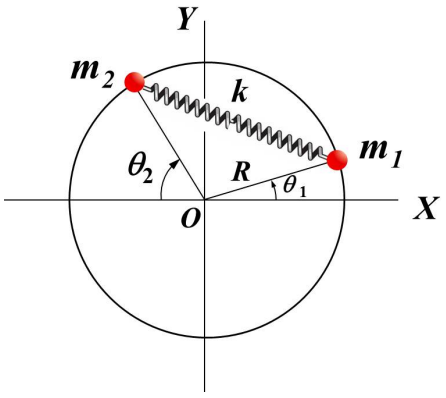
1.b) El momento cinético del sistema respecto al origen, $\vec{L}_O(t)$.

1.c) El momento cinético del sistema respecto al centro de masas, $\vec{L}_{CM}(t)$.

1.d) La energía mecánica del sistema, $E(t)$.

B) En el triedro S y tomando como datos del problema los valores de m, k y R, determinar:

2. El módulo $|\vec{F}_{elas}(0)|$ de la fuerza elástica que ejerce el muelle sobre m_1 en el instante inicial.
3. La relación entre $\dot{\theta}_1$ y $\dot{\theta}_2$ en cualquier instante.
4. La relación entre θ_1 y θ_2 en cualquier instante.
5. El vector de posición $\vec{r}_{CM}(t_F)$ del centro de masas del sistema en el instante t_F en el que se produce el primer choque entre las dos partículas.
6. Las velocidades $\vec{v}_{1F}$ y $\vec{v}_{2F}$ de las partículas en el instante t_F.
7. El vector velocidad $\vec{v}_{CM}(t_F)$ del centro de masas del sistema en el instante t_F.
8. El vector aceleración $\vec{a}_{CM}(t_F)$ del centro de masas del sistema en el instante t_F.
9. Las velocidades $\vec{v}\,'_{1F}$ y $\vec{v}\,'_{2F}$ de las partículas justo después de que se produzca el choque, si se supone que éste es parcialmente elástico con coeficiente de restitución e.
10. Si $\lambda \geq 1$, determinar el valor mínimo, e_{min}, del coeficiente de restitución para que tras el primer choque la masa m_2 alcance la posición superior del aro.



(ETSIAE, julio 2014)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

SOLUCIÓN P5.5.

2.- $|\vec{F}_{elas}(0)| = 2kR\cos\frac{\theta_{20}}{2}$

3.- $\dot{\theta}_2 = \lambda\dot{\theta}_1$

4.- $\theta_2(t) = \theta_{20} + \lambda\theta_1(t)$

5.- $\vec{r}_{CM}(t_F) = R\left[\cos\left(\frac{\pi-\theta_{20}}{1+\lambda}\right)\vec{\imath} + \text{sen}\left(\frac{\pi-\theta_{20}}{1+\lambda}\right)\vec{\jmath}\right]$

6.- $\vec{v}_1(t_F) = 2R\sqrt{\frac{k}{m\lambda(1+\lambda)}}\cos\left(\frac{\theta_{20}}{2}\right)\left[-\text{sen}\left(\frac{\pi-\theta_{20}}{1+\lambda}\right)\vec{\imath} + \cos\left(\frac{\pi-\theta_{20}}{1+\lambda}\right)\vec{\jmath}\right]$

$\vec{v}_2(t_F) = -\lambda\vec{v}_1(t_F)$

7.- $\vec{v}_{CM}(t_F) = \vec{0}$

8.- $\vec{a}_{CM}(t_F) = \lambda\vec{a}_1(t_F)$

$\vec{a}_1(t_F) = -\frac{4kR}{m\lambda(1+\lambda)}\cos^2\frac{\theta_{20}}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi-\theta_{20}}{1+\lambda}\right)\vec{\imath} + \text{sen}\left(\frac{\pi-\theta_{20}}{1+\lambda}\right)\vec{\jmath}\right]$

9.- $\vec{v}\,'_{1F} = -e\,\vec{v}_{1F} \quad , \quad \vec{v}\,'_{2F} = -\lambda\,e\,\vec{v}_{1F}$

10.- $e_{min} = \frac{\cos\left[\frac{(1+\lambda)\frac{\pi}{2}-\theta_{20}}{2\lambda}\right]}{\cos\left(\frac{\theta_{20}}{2}\right)}$