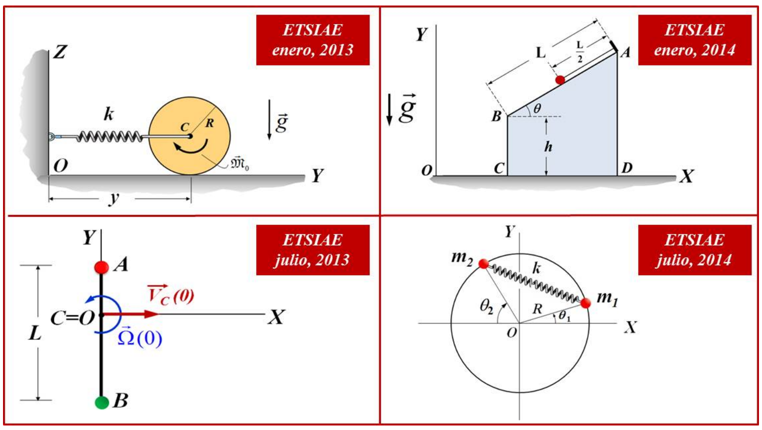
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

FÍSICA I

CUESTIONES DE EVALUACIÓN CONTINUA Y PROBLEMAS DE EXAMEN

Fernando Jiménez Lorenzo



8.- DINÁMICA DEL SÓLIDO RÍGIDO

8 Dinámica del Sólido Rígido

CUESTIÓN C8.1.

Sobre un sólido actúa el sistema de fuerzas constituido por los vectores:

$$\vec{a} = \lambda\,\vec{\jmath} \qquad \text{con origen en el punto } A(1,0,0)$$
$$\vec{b} = -3\lambda\,\vec{\jmath} \qquad \text{con origen en el punto } B(0,0,1)$$

donde λ es una constante. Se cumple que:

A) El vector momento del sistema respecto del origen es $\vec{M}_O = \lambda\,(3\vec{\imath} - \vec{k})$.

B) El origen O pertenece al eje central.

C) El eje central pasa por el punto de coordenadas $P(-\frac{1}{2}, 0, \frac{3}{2})$.

D) El eje central es la recta que une los puntos A y B.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, enero 2012)

CUESTIÓN C8.2.

Sobre un sólido actúa el sistema de fuerzas constituido por los vectores $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$:

$$\vec{v}_1 = \vec{k}, \qquad \text{con origen en el punto } P_1(0,0,0).$$
$$\vec{v}_2 = 2\vec{k}, \qquad \text{con origen en el punto } P_2(1,0,0).$$

El eje central de este sistema de vectores:

A) Coincide con el eje Z.

B) Pasa por el punto $P_3(2/3, 0, 2/3)$.

C) Pasa por el punto $P_4(-1, 0, 0)$.

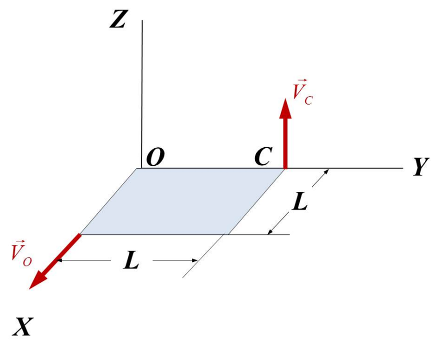
D) Está contenido en el plano XY.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, junio 2013)

CUESTIÓN C 8.3.

El eje central del sistema constituido por los dos vectores deslizantes $\vec{V}_0$ y $\vec{V}_C$, del mismo módulo V, mostrados en la figura, es la recta:



A) $x = z, \quad y = L/2$

B) $x = -z, \quad y = L/2$

C) $x = \frac{L}{2} + z, \quad y = 0$

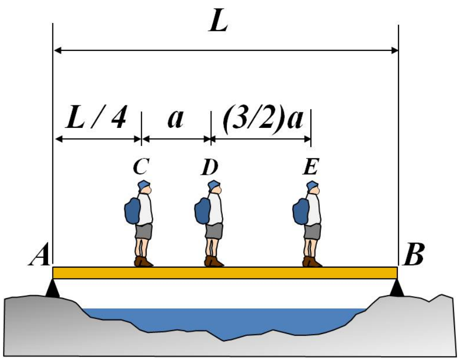
D) $x = \frac{L}{2} - z, \quad y = 0$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, septiembre 2012)

CUESTIÓN C8.4.

En la figura se muestran tres excursionistas que están cruzando una pasarela de longitud L y masa despreciable. Las masas de los excursionistas, que en el instante mostrado se encuentran en las posiciones señaladas son, respectivamente, $M_C = M_D = M_E = m$.



¿Cuál es el valor de la distancia de separación a indicada en la figura si en ese instante las fuerzas que ejercen los soportes en los extremos A y B de la pasarela son iguales?

A) $a = (1/6)L$

B) $a = (3/14)L$

C) $a = (5/24)L$

D) $a = (5/28)L$

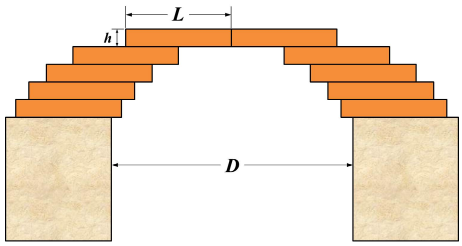
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, enero 2013)

CUESTIÓN C8.5.

Los albañiles de una obra reciben el encargo de realizar un arco formado por dos torres inclinadas simétricas, como en la figura, de 5 ladrillos cada una, con las siguientes especificaciones:

1. La "luz" o anchura D del arco, compatible con el equilibrio, será máxima.
2. No se usará argamasa. Los ladrillos deberánn colocarse y mantenerse enteramente por su propio peso.
3. Sólo se utilizará un ladrillo por nivel.



Considerando que todos los ladrillos son iguales, homogéneos, de masa m, longitud L y altura h, la anchura máxima del arco que podrán conseguir vale:

A) $D = (67/20)L$

B) $D = (25/12)L$

C) $D = (137/60)L$

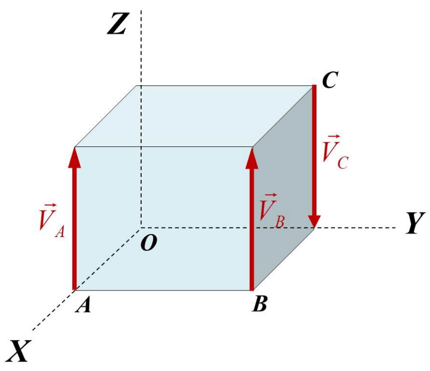
D) $D = (77/30)L$

E) $D = (115/56)L$

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, septiembre 2014)

CUESTIÓN C 8.6.

Los tres vectores $\vec{V}_A, \vec{V}_B$ y $\vec{V}_C$ mostrados en la figura coinciden con las aristas de un cubo de arista unidad.



Respecto al eje central del sistema de vectores, se puede decir que:

A) Está contenido en el plano XY

B) Coincide con el eje Z.

C) Es una recta paralela al eje Z que pasa por el punto $P_1(1, 0, 1)$.

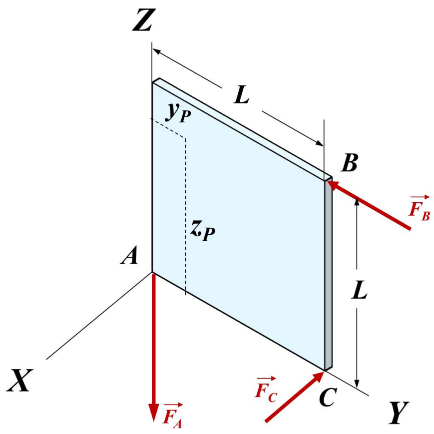
D) Es una recta paralela al eje Z que pasa por el punto $P_2(2, 0, 2)$.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, julio 2012)

CUESTIÓN C 8.7.

Un sistema de tres fuerzas, con las magnitudes $F_A = 2F$, $F_B = (3/2)F$ y $F_C = F$ y las direcciones especificadas, actúa sobre la placa cuadrada mostrada en la figura.



Respecto al punto $P(0, y_P, z_P)$ del eje central del sistema contenido en el plano de la placa, se puede decir que:

A) $y_P = (2/29)L$, $z_P = (22/29)L$

B) $y_P = (2/29)L$, $z_P = (21/29)L$

C) $y_P = (1/29)L$, $z_P = (21/29)L$

D) $y_P = (1/29)L$, $z_P = (22/29)L$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, septiembre 2014)

CUESTIÓN C8.8.

El sistema de vectores de la figura está formado por dos fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ y el par $\vec{M}$ mostrados, cuyos módulos son: $30\sqrt{2}$ (N), 150 (N) y 100 (N.m), respectivamente.

La resultante $\vec{R}$ del sistema, en (N), y el momento $\vec{M}_O$ con respecto al punto O, origen del sistema de referencia $OXYZ$ mostrado, en (N.m), valen:

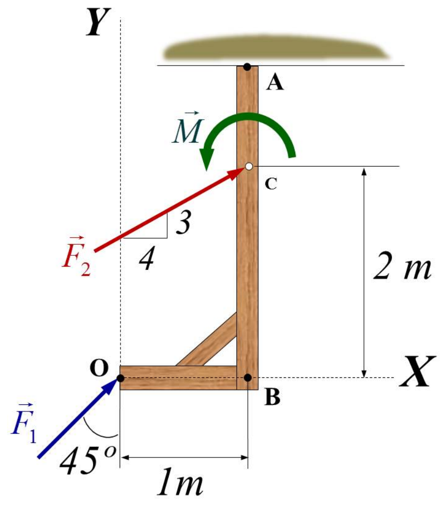
A) $\vec{R} = 30(4\vec{\imath} + 5\vec{\jmath})$, $\vec{M}_O = \vec{0}$.

B) $\vec{R} = 30(5\vec{\imath} + 4\vec{\jmath})$, $\vec{M}_O = 50\vec{k}$.

C) $\vec{R} = 30(4\vec{\imath} + 5\vec{\jmath})$, $\vec{M}_O = -50\vec{k}$.

D) $\vec{R} = 30(5\vec{\imath} + 4\vec{\jmath})$, $\vec{M}_O = -250\vec{k}$.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.



(ETSIAE, septiembre 2011)

CUESTIÓN C8.9.

El sistema de vectores de la figura está formado por dos fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ y el par $\vec{M}$ mostrados, cuyos módulos son: $30\sqrt{2}$ (N), 150 (N) y 100 (N.m), respectivamente.

Existe un punto P contenido en la vertical que une los puntos A y B, en el que el momento del sistema es nulo, $\vec{M}_P = \vec{0}$. Tomando como referencia el sistema $OXYZ$ mostrado, las coordenadas de P son:

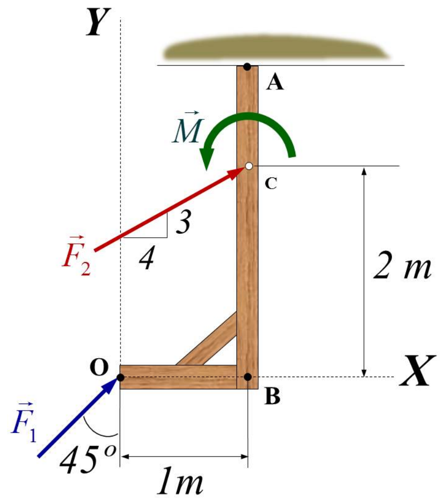
A) $P(1, 7/15, 0)$

B) $P(1, 12/15, 0)$

C) $P(1, 17/15, 0)$

D) $P(1, 22/15, 0)$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

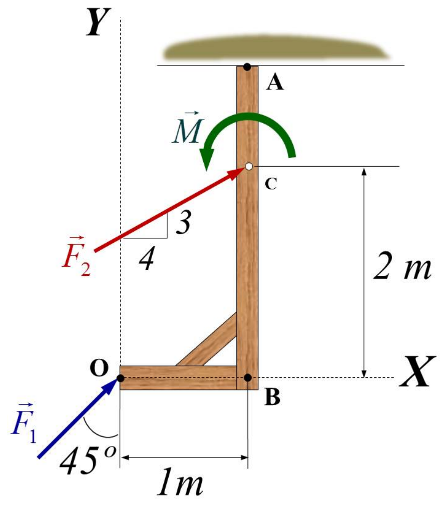


(ETSIAE, septiembre 2011)

CUESTIÓN C 8.10.

El sistema de vectores de la figura está formado por dos fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ y el par $\vec{M}$ mostrados, cuyos módulos son: $30\sqrt{2}$ (N), 150 (N) y 100 (N.m), respectivamente.

Con respecto al triedro de referencia $OXYZ$ mostrado, el eje central del sistema de vectores viene dado por:



A) $y = \frac{4}{5}x + \frac{1}{3}$

B) $y = \frac{4}{5}x + \frac{2}{3}$

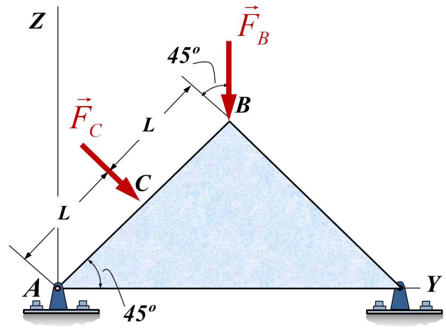
C) $y = \frac{5}{4}x + \frac{1}{3}$

D) $y = \frac{5}{4}x + \frac{2}{3}$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, septiembre 2011)

CUESTIÓN C 8.11.



Considérese el sistema de vectores deslizantes coplanarios constituido por las dos fuerzas $\vec{F}_C$ y $\vec{F}_B$ que actúan sobre la placa plana de la figura, y cuyos módulos son: F y $F/\sqrt{2}$, respectivamente.

El sistema es equivalente a una única fuerza, actuando en un punto contenido en la línea que une los vértices A y B de la placa, a una distancia d del primero, con:

A) $d = 0$

B) $d = 3L/2$

C) $d = L/2$

D) $d = 4L/3$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

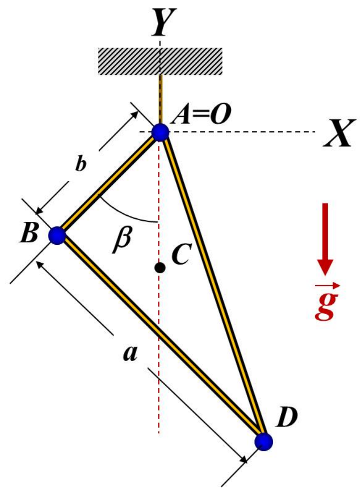
(ETSIAE, septiembre 2012)

CUESTIÓN C 8.12.

Tres partículas de la misma masa m ocupan los vértices A, B y D de un triángulo rectángulo cuyos catetos tienen longitudes a y b.

El triángulo formado por tres varillas de masa despreciable cuelga, en equilibrio, de uno de sus vértices que coincide con el origen de un triedro de referencia cartesiano $S(O; X, Y, Z)$, -véase la figura-.

Considerando los pesos de las partículas como un sistema de vectores deslizantes paralelos, con resultante $\vec{R}$, momento mínimo $\vec{\mathfrak{m}}$ y centro $\overrightarrow{OC}$, siendo $\vec{g}$ la aceleración constante de la gravedad, se puede decir que:



A) $\vec{R} = -2mg\,\vec{\jmath}$

B) $\vec{\mathfrak{m}} = \frac{2mgab}{\sqrt{a^2+4b^2}}\,\vec{\jmath}$

C) $\overrightarrow{OC} = -\frac{1}{3}\sqrt{a^2+4b^2}\,\vec{\jmath}$

D) El ángulo β mostrado es tal que $\tan\beta = (2a/b)$

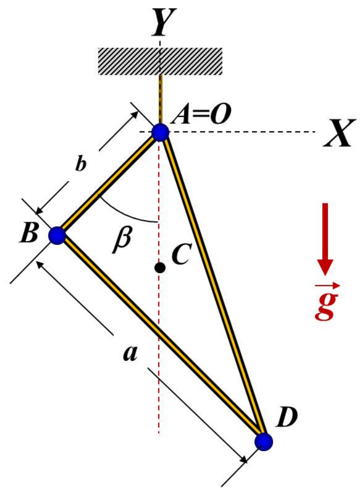
E) Los momentos del sistema respecto a los puntos B y D son iguales.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, septiembre 2014)

CUESTIÓN C8.13.

Tres partículas de la misma masa m ocupan los vértices A, B y D de un triángulo rectángulo cuyos catetos tienen longitudes a y b.

El triángulo formado por tres varillas de masa despreciable cuelga, en equilibrio, de uno de sus vértices que coincide con el origen de un triedro de referencia cartesiano $S(O; X, Y, Z)$, -véase la figura-.



Considerando los pesos de las partículas como un sistema de vectores deslizantes paralelos con resultante $\vec{R}$, momento mínimo $\vec{\mathfrak{m}}$ y centro $\overrightarrow{OC}$, siendo $\vec{g}$ la aceleración constante de la gravedad, se puede decir que:

A) Si doblamos el valor de la masas de las partículas, varía la posición del centro C.

B) El centro C del sistema depende de la magnitud del vector $\vec{g}$.

C) El centro C del sistema depende de la orientación del vector $\vec{g}$.

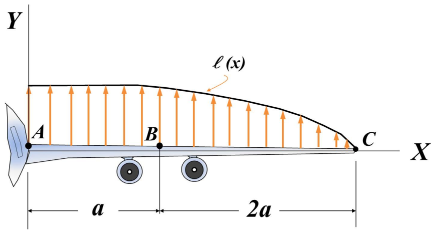
D) El eje central del sistema no depende de la orientación del vector $\vec{g}$.

E) Si P no pertenece al eje central, el momento $\vec{M}_P$ y $\vec{R}$ son perpendiculares.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, septiembre 2014)

CUESTIÓN C 8.14.

En el instante mostrado en la figura, la fuerza de sustentación $\vec{L}$ a lo largo del ala de un avión a reacción está definida a partir de la distribución de fuerzas paralelas por unidad de longitud:



$$\ell(x) = \begin{cases} \ell_0 & \text{si } 0 \leq x \leq a, \\ \ell_0 \left[1 - \left(\frac{x-a}{2a}\right)^2\right] & \text{si } a \leq x \leq 3a, \end{cases}$$

donde ℓ_0 es una constante.

Respecto al punto de aplicación P de $\vec{L}$, considerando la distancia $d = |\overrightarrow{AP}|$, se puede decir que:

A) $d = (17/15)\,a$

B) $d = (17/14)\,a$

C) $d = (17/13)\,a$

D) $d = (17/16)\,a$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

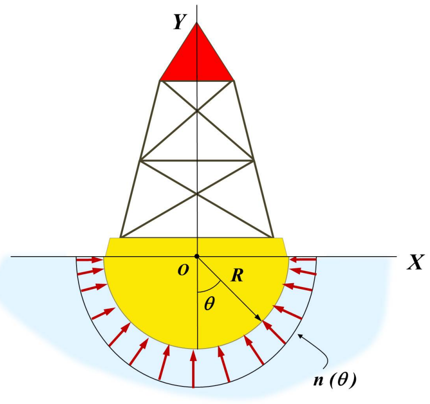
(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, septiembre 2014)

CUESTIÓN C8.15.

En el instante mostrado en la figura, la fuerza $\vec{N}$ que ejerce el agua sobre la baliza parcialmente sumergida mostrada en la figura, está definida a partir de la distribución fuerzas concurrentes por unidad de longitud:

$$n(\theta) = n_0(1 + \cos\theta)$$

donde n_0 es una constante. Se puede decir que:



A) $\vec{N} = \vec{0}$ y el eje central de la distribución no está definido.

B) $\vec{N} = n_0 R \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) \vec{\jmath}$ y el eje central coincide con el eje Y.

C) $\vec{N} = n_0 R \left(2 + \frac{\pi}{2}\right) \vec{\jmath}$ y el eje central coincide con el eje Y.

D) $\vec{N} = n_0 R \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) \vec{\imath}$ y el eje central coincide con el eje X.

E) $\vec{N} = n_0 R \left(2 + \frac{\pi}{2}\right) \vec{\imath}$ y el eje central coincide con el eje X.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, septiembre 2014)

Un sólido rígido se mueve respecto a un triedro inercial de referencia $S(O; X, Y, Z)$. Sea $\vec{R}$ la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sólido y $\vec{M_C}$ la resultante de los momentos de estas fuerzas con respecto a su centro de masas C. Sean $\vec{V_C}$ y $\vec{a_C}$ la velocidad y la aceleración del centro de masas y $\vec{\Omega}$ y $\vec{\alpha}$ la velocidad y la aceleración angular de rotación del sólido, todo ello medido respecto a S. Todas estas magnitudes vectoriales son no nulas en el instante de interés.

CUESTIÓN C8.16.

Si el sólido se mueve con un movimiento completamente general (helicoidal), se puede afirmar que:

A) La velocidad de mínimo deslizamiento del sólido es paralela a $\vec{R}$.

B) El momento mínimo del sistema de fuerzas aplicadas al sólido es paralelo a $\vec{\Omega}$.

C) El EIRMD y el eje central del sistema de fuerzas aplicadas al sólido son paralelos.

D) Si la velocidad de mínimo deslizamiento del sólido es nula, también lo será el momento mínimo.

E) Ninguna de las anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2013)

Un sólido rígido se mueve respecto a un triedro inercial de referencia $S(O; X, Y, Z)$. Sea $\vec{R}$ la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sólido y $\vec{M_C}$ la resultante de los momentos de estas fuerzas con respecto a su centro de masas C. Sean $\vec{V_C}$ y $\vec{a_C}$ la velocidad y la aceleración del centro de masas y $\vec{\Omega}$ y $\vec{\alpha}$ la velocidad y la aceleración angular de rotación del sólido, todo ello medido respecto a S. Todas estas magnitudes vectoriales son no nulas en el instante de interés.

CUESTIÓN C8.17.

Si el sólido se mueve con un movimiento completamente general (helicoidal), se puede afirmar que:

A) Si $\vec{R} \cdot \vec{M_C} = 0$, el eje central pasa por el centro de masas.

B) Si $\vec{R} \cdot \vec{M_C} = 0$, el eje instantáneo de rotación pasa por el centro de masas.

C) Si $\vec{V_C} \cdot \vec{\Omega} = 0$, el eje central pasa por el centro de masas.

D) Si $\vec{V_C} \cdot \vec{\Omega} = 0$, el eje instantáneo de rotación pasa por el centro de masas.

E) Ninguna de las anteriores es correcta.

(ETSIAE, diciembre 2013)

Un sólido rígido se mueve respecto a un triedro inercial de referencia $S(O; X, Y, Z)$. Sea $\vec{R}$ la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sólido y $\vec{M}_C$ la resultante de los momentos de estas fuerzas con respecto a su centro de masas C. Sean $\vec{V}_C$ y $\vec{a}_C$ la velocidad y la aceleración del centro de masas y $\vec{\Omega}$ y $\vec{\alpha}$ la velocidad y la aceleración angular de rotación del sólido, todo ello medido respecto a S. Todas estas magnitudes vectoriales son no nulas en el instante de interés.

CUESTIÓN C8.18.

Si el sólido se mueve con movimiento plano, se puede afirmar que:

A) El eje central y el eje instantáneo de rotación son perpendiculares.

B) El eje central y el eje instantáneo de rotación son paralelos.

C) El sólido se mueve sobre una superficie material plana.

D) Los vectores $\vec{R}$ y $\vec{M}_C$ son perpendiculares.

E) El movimiento del sólido tiene tres grados de libertad.

(ETSIAE, diciembre 2013)

Un sólido rígido se mueve respecto a un triedro inercial de referencia $S(O; X, Y, Z)$. Sea $\vec{R}$ la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sólido y $\vec{M}_C$ la resultante de los momentos de estas fuerzas con respecto a su centro de masas C. Sean $\vec{V}_C$ y $\vec{a}_C$ la velocidad y la aceleración del centro de masas y $\vec{\Omega}$ y $\vec{\alpha}$ la velocidad y la aceleración angular de rotación del sólido, todo ello medido respecto a S. Todas estas magnitudes vectoriales son no nulas en el instante de interés.

CUESTIÓN C8.19.

Un sólido se mueve bajo la accción de un conjunto de fuerzas. Si se sabe que las rectas soporte de todas ellas intersectan en el centro de masas C, se puede afirmar que:

A) La trayectoria de C es una línea recta.

B) La trayectoria de C está contenida en un plano.

C) El movimiento del sólido es plano.

D) El movimiento del sólido es una traslación instantánea.

E) Ninguna de las anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2013)

Un sólido rígido se mueve respecto a un triedro inercial de referencia $S(O; X, Y, Z)$. Sea $\vec{R}$ la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sólido y $\vec{M_C}$ la resultante de los momentos de estas fuerzas con respecto a su centro de masas C. Sean $\vec{V_C}$ y $\vec{a_C}$ la velocidad y la aceleración del centro de masas y $\vec{\Omega}$ y $\vec{\alpha}$ la velocidad y la aceleración angular de rotación del sólido, todo ello medido respecto a S. Todas estas magnitudes vectoriales son no nulas en el instante de interés.

CUESTIÓN C8.20.

Si todas las fuerzas que actúan sobre un sólido son, en todo instante, paralelas a un eje E fijo, se puede afirmar que:

A) El movimiento del sólido es una traslación instantánea en la dirección de E.

B) El movimiento del sólido es una rotación instantánea en torno a un eje perpendicular a E.

C) El movimiento del sólido es plano.

D) El centro de masas del sólido describe una trayectoria plana.

E) El centro de masas del sólido describe una trayectoria rectilínea.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2013)

Un sólido rígido se mueve respecto a un triedro inercial de referencia $S(O; X, Y, Z)$. Sea $\vec{R}$ la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sólido y $\vec{M}_C$ la resultante de los momentos de estas fuerzas con respecto a su centro de masas C. Sean $\vec{V_C}$ y $\vec{a_C}$ la velocidad y la aceleración del centro de masas y $\vec{\Omega}$ y $\vec{\alpha}$ la velocidad y la aceleración angular de rotación del sólido, todo ello medido respecto a S. Todas estas magnitudes vectoriales son no nulas en el instante de interés.

CUESTIÓN C8.21.

Un sólido, inicialmente en reposo, se mueve bajo la acción de un conjunto de fuerzas, todas ellas contenidas en un plano Π fijo. Se sabe, además, que en su movimiento, la aceleración angular $\vec{\alpha}$ del sólido es paralela a uno de los ejes principales que pasan por su centro de masas.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es **falsa**?

A) El movimiento del sólido es plano.

B) Los vectores $\vec{M}_C$ y $\vec{\alpha}$ son paralelos.

C) Los vectores $\vec{R}$ y $\vec{\Omega}$ son perpendiculares.

D) El movimiento del sólido es una rotación instantánea en torno a un eje que pasa por su centro de masas.

E) La trayectoria del centro de masas del sólido está contenida en un plano paralelo a Π.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2013)

CUESTIÓN C 8.22.

Un sólido rígido se mueve respecto a un triedro inercial bajo la acción de un par de fuerzas de momento $\vec{\mathfrak{M}}$ constante.

Si $\vec{\Omega}$ es la velocidad angular del sólido, podemos asegurar que:

A) El momento cinético del sólido respecto al centro de masas, $\vec{L}_{CM}$, es constante.

B) $\vec{L}_{CM}$ y $\vec{\Omega}$ son paralelos en todo instante.

C) $\vec{L}_{CM} \cdot \vec{\Omega} = 0$ en todo instante.

D) La energía cinética del sólido permanece constante.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, diciembre 2011)

CUESTIÓN C8.23.

Un sólido rígido se mueve con movimiento plano respecto a un triedro inercial.

Sean $\vec{R}$ y $\vec{M}_{CM}$, respectivamente, la resultante y el momento resultante de las fuerzas exteriores con respecto al centro de masas.

Si $\vec{V}_{CM}$ y $\vec{\Omega}$ son, respectivamente, la velocidad del centro de masas y la velocidad angular del sólido, podemos asegurar que:

A) La dirección de $\vec{\Omega}$ cambia con el tiempo.

B) $\vec{\Omega}$ y $\vec{M}_{CM}$ son paralelos.

C) $\vec{V}_{CM}$ permanece constante.

D) $\vec{R}$ y $\vec{\Omega}$ son perpendiculares.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, diciembre 2011)

CUESTIÓN C8.24.

Un sólido rígido se mueve con movimiento plano. Sin pérdida de generalidad se supondrá que el plano de movimiento es paralelo al plano XY de un triedro de referencia inercial. Se introducen las magnitudes:

$\vec{M}_I = M_I\,\vec{k}$	momento de las fuerzas exteriores aplicadas al sólido con respecto al centro instantáneo de rotación I.
$I_{z,I}$	momento de inercia del sólido con respecto a un eje principal de inercia que pasa por I y es perpendicular al plano del movimiento.
$\vec{\alpha} = \alpha\,\vec{k}$	aceleración angular del sólido.

¿Bajo qué condiciones se puede utilizar la ecuación:

$$M_I = I_{z,I}\,\alpha$$

para calcular la aceleración angular del sólido?

A) Solo se puede utilizar si la distancia entre el centro instantáneo de rotación y el centro de masas del sólido permanece constante a lo largo del movimiento de éste.

B) Solo se puede utilizar para calcular la aceleración del sólido en el instante inicial.

C) Solo se puede utilizar si el sólido rueda sin deslizar.

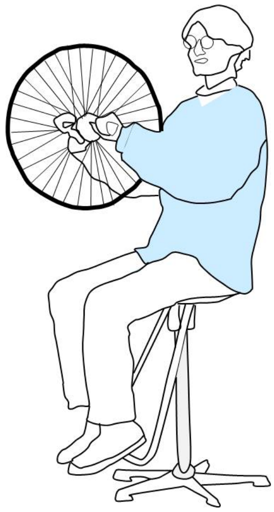
D) Se puede utilizar en cualquier caso .

E) No se puede utilizar en ningún caso, porque está incompleta.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2014)

CUESTIÓN C 8.25.

Una persona está sentada sobre una silla giratoria, inicialmente en reposo, que puede girar libremente sin rozamiento en torno a un eje perpendicular al asiento. Sea I_P el momento de inercia de la persona y de la silla en torno a ese eje.



La persona sostiene una rueda de bicicleta que gira con velocidad angular de módulo Ω_R en torno a un eje horizontal, paralelo al suelo. El momento de inercia de la rueda en torno a esee eje es I_R.

Si la persona mueve la rueda en sentido horario hasta que el eje de ésta forma un ángulo de 60º con la vertical, la velocidad angular $\vec{\Omega}_S$ que adquiere la silla es tal que:

A) $|\vec{\Omega}_S| = (\sqrt{3}I_R/2I_P)\,\Omega_R$, en sentido horario.

B) $|\vec{\Omega}_S| = (I_R/2I_P)\,\Omega_R$, en sentido antihorario

C) $|\vec{\Omega}_S| = (2I_R/\sqrt{3}I_P)\,\Omega_R$, en sentido horario.

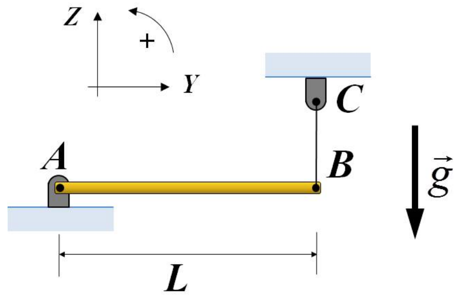
D) $|\vec{\Omega}_S| = (2I_P/I_R)\,\Omega_R$, en sentido antihorario.

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, junio 2011)

CUESTIÓN C8.26.

Una barra uniforme de longitud L y masa M está articulada en A y se sostiene inicialmente horizontal mediante un hilo ideal BC (véase la figura).



Si el hilo se rompe de manera repentina, la fuerza $\vec{R}_A$ que ejerce el soporte articulado inmediatamente después de la rotura vale:

A) $\vec{R}_A = 3/4Mg\,\vec{k}$

B) $\vec{R}_A = 1/2Mg\,\vec{k}$

C) $\vec{R}_A = 1/4Mg\,\vec{k}$

D) $\vec{R}_A = 1/8Mg\,\vec{k}$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

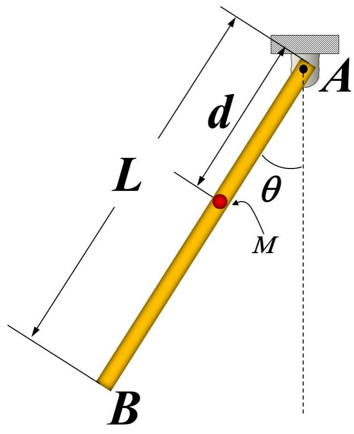
(ETSIAE, diciembre 2011)

CUESTIÓN C8.27.

El péndulo físico mostrado en la figura está formado por una barra AB homogénea de masa m y longitud L, a la que se ha añadido una partícula puntual de masa $M = \lambda m$.

El péndulo efectúa oscilaciones pequeñas, de magnitud θ, en torno a un eje perpendicular al plano del papel y que pasa por A.

¿A qué distancia d del extremo A habría de ser colocada la partícula para que el periodo que define las oscilaciones pequeñas del conjunto en torno a la posición de equilibrio fuera el mismo que el que tendría el péndulo constituido solo por la barra?



A) $d = \lambda L/3(\lambda + 1)$

B) $d = 2\lambda L/3(\lambda + 1)$

C) $d = (1/3)L$

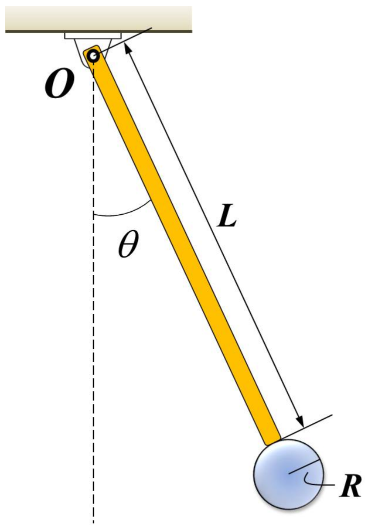
D) $d = (2/3)L$

E) No existe ningún valor de d que satisfaga la condición pedida.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2014)

CUESTIÓN C 8.28.

Un péndulo simple ideal consiste de una partícula de masa M suspendida por una varilla delgada de longitud ℓ y masa despreciable.



Un péndulo simple real como el de la figura, consiste de una esfera maciza, homogénea, de masa $M - m$ y radio R a la que se le ha soldado una varilla delgada de masa m y longitud $L = \ell - R$.

Se definen las constantes:

$$\alpha = m/M \qquad \text{y} \qquad \beta = R/\ell$$

Respecto a la relación entre los periodos de oscilación del péndulo real, P_{real}, e ideal, P_{ideal}, se puede decir que:

A) $\left(\frac{P_{real}}{P_{ideal}}\right)^2 = \frac{\frac{1}{3}\alpha(1-\beta)^2+\alpha(1+\frac{2}{5}\beta^2)}{1-\frac{\alpha}{2}(1+\beta)}$

B) $\left(\frac{P_{real}}{P_{ideal}}\right)^2 = \frac{\frac{1}{3}\alpha(1-\beta)^2+(1-\alpha)(1+\frac{2}{5}\beta^2)}{1-\alpha(1+\beta)}$

C) $\left(\frac{P_{real}}{P_{ideal}}\right)^2 = \frac{\frac{1}{3}\alpha(1-\beta)^2+(1-\alpha)(1+\frac{2}{5}\beta^2)}{1-\frac{\alpha}{2}(1+\beta)}$

D) $\left(\frac{P_{real}}{P_{ideal}}\right)^2 = \frac{\frac{1}{3}\alpha(1-\beta)^2+\alpha(1+\frac{2}{5}\beta^2)}{1-\alpha(1+\beta)}$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

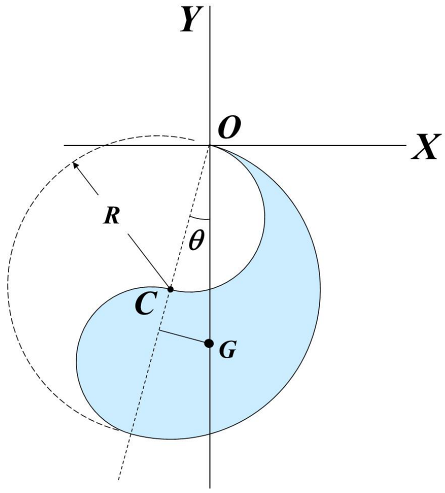
(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2014)

CUESTIÓN C 8.29.

La placa plana rayada en la figura, cuyo perímetro está formado por tres semicircunferencias con centros alineados, tiene una densidad superficial de masa σ y está contenida en un plano vertical, fijada al punto O mediante.

Se suelta la placa, sin velocidad inicial, desde la posición de equilibrio indicada en la figura.

En la aproximación de pequeñas oscilaciones, el periodo P del movimiento de la placa vale $P = 2\pi\sqrt{\gamma(R/g)}$, donde:



A) $\gamma = 2/\sqrt{\pi^2 + (25/16)}$

B) $\gamma = 1/\sqrt{\pi^2 + (25/16)}$

C) $\gamma = 1/\sqrt{(1/\pi^2) + (25/16)}$

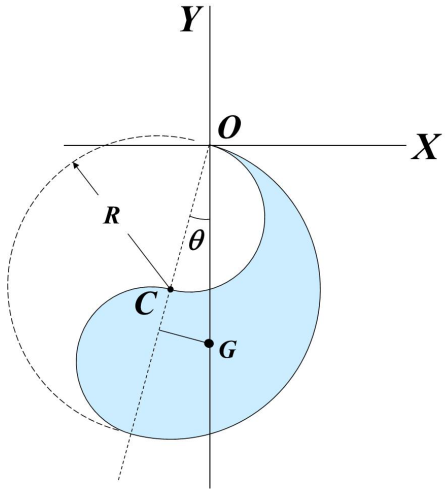
D) $\gamma = 2/\sqrt{(1/\pi^2) + (25/16)}$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(EUITA, diciembre 2000)

CUESTIÓN C 8.30.

La placa plana rayada en la figura, cuyo perímetro está formado por tres semicircunferencias con centros alineados, tiene una densidad superficial de masa σ y está contenida en un plano vertical, fijada al punto O mediante un pasador al punto O.



En su centro de masas G, se coloca una partícula puntual con la misma masa que la placa.

Considerando pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio, si P' es el nuevo periodo de oscilación del conjunto, en comparación con el caso en que la partícula estaba ausente y el periodo de oscilación era P, se puede decir que:

A) $P'/P = \sqrt{57 + 16\pi^2}/4\pi$

B) $P'/P = \sqrt{16 + 57\pi^2}/4\pi$

C) $P'/P = \sqrt{16 + 57\pi^2}/8\pi$

D) $P'/P = \sqrt{57 + 16\pi^2}/8\pi$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(EUITA, diciembre 2000)

CUESTIÓN C 8.31.

Una barra homogénea de masa $2M$ y longitud L se mueve con movimiento plano sobre un plano horizontal. En un instante dado sus extremos A y B tienen velocidades $\vec{V}_A$ y $\vec{V}_B$, respectivamente.

Si $\vec{V}_{CM}$, $\vec{\Omega}$ y E_C son, respectivamente, la velocidad del centro de masas, la velocidad angular y la energía cinética de la barra en ese instante, se puede asegurar que:

A) $\vec{V}_{CM} = \vec{V}_A + \vec{V}_B$

B) $|\vec{\Omega}| = |\vec{V}_A + \vec{V}_B|/L$

C) $E_C = \frac{M}{6}(\vec{V}_A^2 + \vec{V}_B^2 + \vec{V}_A \cdot \vec{V}_B)$

D) $E_C = \frac{M}{3}(\vec{V}_A^2 + \vec{V}_B^2 + \vec{V}_A \cdot \vec{V}_B)$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

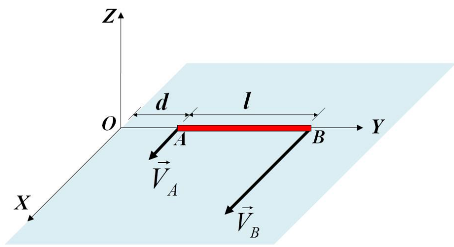
(ETSIAE, julio 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C 8.32.

Una varilla homogénea AB, de masa m y longitud l, se mueve sin rozamiento sobre una superficie plana horizontal.

En el instante mostrado, la varilla se encuentra sobre el eje Y del triedro inercial $S(OXYZ)$ de la figura, con su extremo A separado una distancia $d = \frac{l}{2}$ del origen O, y moviéndose de tal forma que sus extremos A y B tienen velocidades $\vec{V}_A = V_0\,\vec{\imath}$ y $\vec{V}_B = 3V_0\,\vec{\imath}$, respectivamente.



Si $\vec{L}_O$ representa el momento cinético de la varilla respecto al punto O, medido desde S, se puede asegurar que:

A) $\vec{L}_O = (-13/6)\,mlV_0\,\vec{k}$

B) $\vec{L}_O = (-13/12)\,mlV_0\,\vec{k}$

C) $\vec{L}_O = (-1/6)\,mlV_0\,\vec{k}$

D) $\vec{L}_O = (-1/12)\,mlV_0\,\vec{k}$

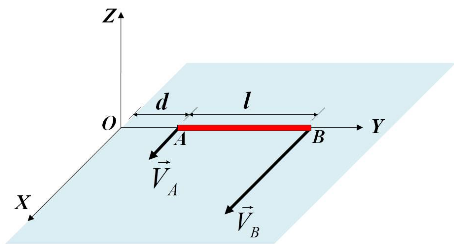
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, diciembre 2011)

CUESTIÓN C 8.33.

Una varilla homogénea AB, de masa m y longitud l, se mueve sin rozamiento sobre una superficie plana horizontal.

En el instante mostrado, la varilla se encuentra sobre el eje Y del triedro inercial $S(OXYZ)$ de la figura, con su extremo A separado una distancia $d = \frac{l}{2}$ del origen O, y moviéndose de tal forma que sus extremos A y B tienen velocidades $\vec{V}_A = V_0\,\vec{\imath}$ y $\vec{V}_B = 3V_0\,\vec{\imath}$, respectivamente.



Si E_C representa la energía cinética de la varilla, se puede asegurar que:

A) $E_C = (1/6)\,mV_0^2$

B) $E_C = (1/12)\,mV_0^2$

C) $E_C = (13/6)\,mV_0^2$

D) $E_C = (13/12)\,mV_0^2$

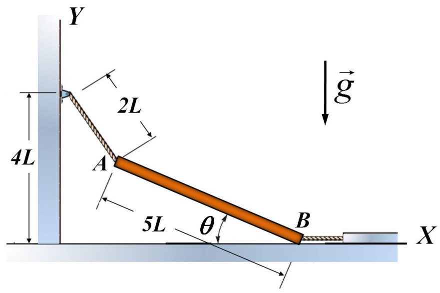
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, diciembre 2011)

CUESTIÓN C 8.34.

La viga de la figura es una barra homogénea de masa M y longitud $5L$, que apoya en un suelo horizontal sin rozamiento y que está sostenida por dos cables fijos a sus extremos.

Si se corta el cable en el extremo B de modo que la viga se suelta desde el reposo cuando el ángulo θ es tal que sen $\theta = 7/10$, ¿cuánto vale la velocidad $\vec{v}_A$ con la que el extremo A choca con la pared vertical?



A) $\vec{v}_A = -\sqrt{(1/2)gL}\,\vec{\imath}$

B) $\vec{v}_A = -\sqrt{(3/2)gL}\,\vec{\imath}$

C) $\vec{v}_A = -\sqrt{3gL}\,\vec{\imath}$

D) $\vec{v}_A = -\sqrt{gL}\,\vec{\imath}$

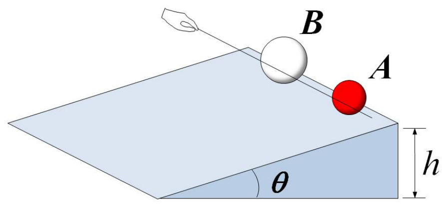
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, diciembre 2012)

CUESTIÓN C 8.35.

Dos esferas A y B homogéneas, de distinta masa y diferente radio, una maciza y la otra hueca, se dejan caer desde el reposo desde la parte superior del plano inclinado mostrado en la figura.

Ambos esferas descienden por el plano rodando sin deslizar. ¿Cuál de ellas llegará abajo primero?



A) La esfera hueca.

B) La esfera maciza.

C) La que tenga menor radio.

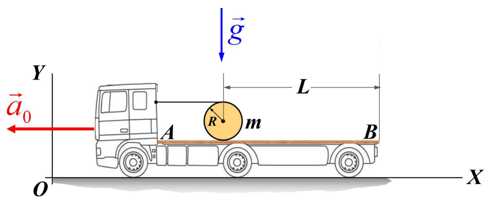
D) La que tenga menor masa.

E) Imposible saberlo. Faltan datos.

(ETSIAE, julio 2012)

CUESTIÓN C 8.36.

Sobre la bandeja horizontal AB del chasis de un camión apoya un carrete, que puede asimilarse a un cilindro homogéneo de masa m y radio R, sujeto a la cabina mediante un cable ideal arrollado en él, -véase la figura-.



En cierto instante, el camión arranca con aceleración constante $\vec{a}_0 = -(g/2)\,\vec{\imath}$.

Si $\mu_{\text{mín}}$ es el valor mínimo del coeficiente de rozamiento estático entre el cilindro y la plataforma para que el carrete permanezca en reposo relativo al camión, se puede decir que:

A) $\mu_{\text{mín}} = 1/2$

B) $\mu_{\text{mín}} = 1/4$

C) $\mu_{\text{mín}} = 1/6$

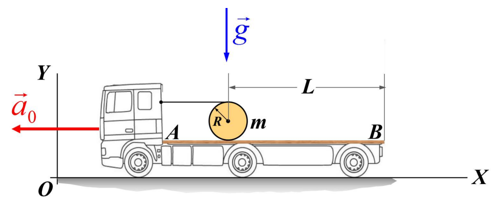
D) $\mu_{\text{mín}} = 1/8$

E) Ninguna de las respuestsas anteriores es correcta.

(EUITA, mayo 1988)

CUESTIÓN C8.37.

Sobre la bandeja horizontal AB del chasis de un camión apoya un carrete, que puede asimilarse a un cilindro homogéneo de masa m y radio R, sujeto a la cabina mediante un cable ideal arrollado en él, -ver figura-.



En cierto instante, el camión arranca con aceleración constante $\vec{a}_0 = -(g/2)\,\vec{\imath}$.

Si se supone que la grasa acumulada sobre la plataforma hace nulo el rozamiento entre ésta y el carrete, el tiempo que éste último tarda en alcanzar el extremo B de la plataforma vale:

A) $t_B = \sqrt{2L/g}$

B) $t_B = \sqrt{4L/g}$

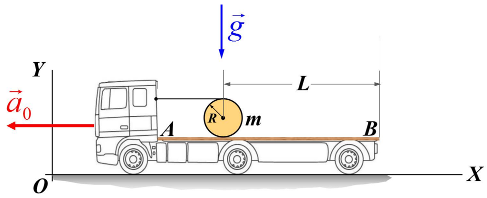
C) $t_B = \sqrt{6L/g}$

D) $t_B = \sqrt{8L/g}$

E) Ninguna de las respuestsas anteriores es correcta.

(EUITA, mayo 1988)

CUESTIÓN C8.38.



Sobre la bandeja horizontal del chasis de un camión apoya un carrete, que puede asimilarse a un cilindro homogéneo de masa m y radio R, sujeto a la cabina mediante un cable ideal arrollado en él, -vease la figura-.

En un cierto instante, el camión arranca con aceleración constante $\vec{a}_0 = -(g/2)\,\vec{\imath}$ y la cuerda se rompe.

Si el coeficiente de rozamiento (estático y dinámico) entre el carrete y la plataforma vale $\mu = 2/3$, el tiempo que tarda el carrete en llegar al extremo B de aquella vale:

A) $t_B = \sqrt{8L/g}$

B) $t_B = \sqrt{6L/g}$

C) $t_B = \sqrt{4L/g}$

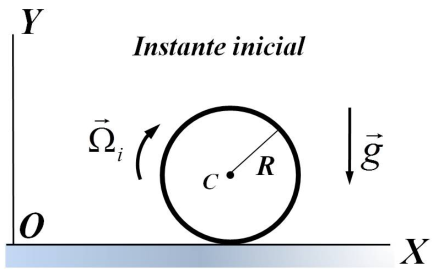
D) $t_B = \sqrt{2L/g}$

E) Ninguna de las respuestsas anteriores es correcta.

(EUITA, mayo 1988)

CUESTIÓN C8.39.

Una aro homogéneo de masa M y radio R se deposita sobre una superficie plana de forma tal que inicialmente la velocidad de su centro C es nula y su velocidad angular es $\vec{\Omega}_i = -4\Omega_0\,\vec{k}$, -véase la figura-.



A partir de este instante el aro rueda y desliza; transcurrido un tiempo t^* el aro rueda sin deslizar.

Si $\vec{\Omega}_f$ es la velocidad angular del aro cuando esto sucede, entonces:

A) $\vec{\Omega}_f = -(4/3)\Omega_0\,\vec{k}$

B) $\vec{\Omega}_f = -(8/7)\Omega_0\,\vec{k}$

C) $\vec{\Omega}_f = -(3/2)\Omega_0\,\vec{k}$

D) $\vec{\Omega}_f = -2\Omega_0\,\vec{k}$

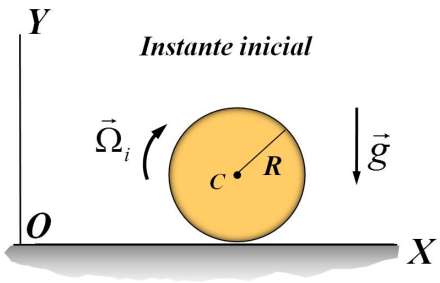
E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, diciembre 2012)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CUESTIÓN C8.40.

Una esfera homogénea de masa M y radio R se deposita sobre una superficie plana de forma tal que, inicialmente, la velocidad de su centro C es nula y su velocidad angular es $\vec{\Omega}_i = -\Omega_0\,\vec{k}$, -véase la figura-.



Transcurrido un tiempo t^* la esfera comienza a rodar sin deslizar.

Si $W(t^*)$ es el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento mientras existe deslizamiento, se puede asegurar que:

A) $W(t^*) = -(1/7)\,MR^2\Omega_0^2$

B) $W(t^*) = (16/7)\,MR^2\Omega_0^2$

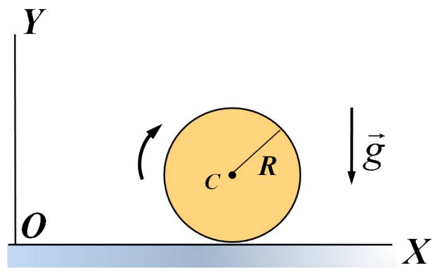
C) $W(t^*) = -(9/7)\,MR^2\Omega_0^2$

D) $W(t^*) = (4/7)\,MR^2\Omega_0^2$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, enero 2013)

CUESTIÓN C 8.41.



El disco homogéneo de masa m y radio R de la figura rueda sin deslizar en sentido horario sobre el eje OX del triedro inercial de referencia S de la figura.

En el instante mostrado su energía cinética vale $E_C = 3E_0$, siendo E_0 una constante.

Si $\vec{L}_O(t)$ es el momento cinético del disco con respecto al origen O de S en cualquier instante posterior, se puede decir que:

A) Es imposible calcular $\vec{L}_O(t)$. Faltan datos.

B) $\vec{L}_O(t) = -2R\sqrt{mE_0}\,\vec{k}$

C) $\vec{L}_O(t) = -3R\sqrt{mE_0}\,\vec{k}$

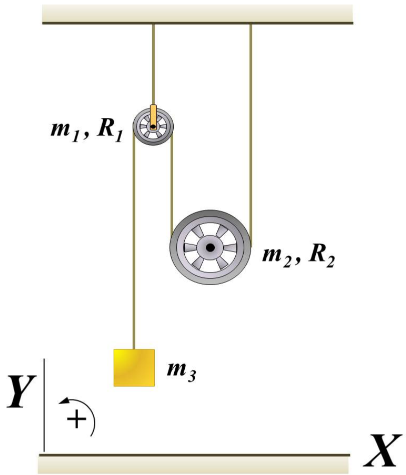
D) Es imposible calcular $\vec{L}_O(t)$ sin conocer el valor del coeficiente estático de rozamiento μ_e entre el disco y el eje.

E) Es imposible calcular $\vec{L}_O(t)$ sin conocer el valor del coeficiente dinámico de rozamiento μ_d entre el disco y el eje.

(ETSIAE, julio 2014)

CUESTIÓN C 8.42.

En la figura se muestra una polea fija de masa $m_1 = m$ y radio R_1, una polea móvil de masa $m_2 = 2m$ y radio R_2 -ambas pueden asimilarse a discos homogéneos-, y un bloque de masa $m_3 = (1/2)m$ y tamaño despreciable que puede moverse sobre la vertical.



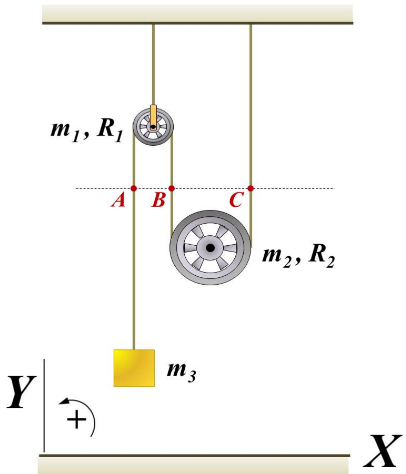
Si no existe deslizamiento de los hilos con las poleas y los rozamientos de estas con sus ejes son nulos, la aceleración del bloque, $\vec{a}_3$, vale:

A) $\vec{a}_3 = \frac{1}{7} g\, \vec{\jmath}$
B) $\vec{a}_3 = \frac{2}{7} g\, \vec{\jmath}$
C) $\vec{a}_3 = \frac{3}{7} g\, \vec{\jmath}$
D) $\vec{a}_3 = \frac{4}{7} g\, \vec{\jmath}$
E) $\vec{a}_3 = \vec{0}$

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2014)

CUESTIÓN C8.43.

En la figura se muestra una polea fija de masa $m_1 = m$ y radio R_1, una polea móvil de masa $m_2 = 2m$ y radio R_2 -ambas pueden asimilarse a discos homogéneos-, y un bloque de masa $m_3 = (1/2)m$ y tamaño despreciable que puede moverse sobre la vertical.



No existe deslizamiento de los hilos con las poleas y los rozamientos de estas con sus ejes son nulos.

Respecto a la tensión en los hilos en los puntos A, B y C indicados, se puede decir que:

A) $|\vec{T}_A| = |\vec{T}_B|$

B) $|\vec{T}_B| = |\vec{T}_C|$

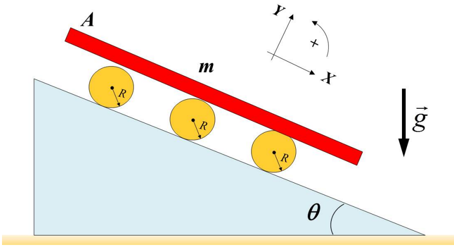
C) $|\vec{T}_A| = \frac{11}{14}mg$

D) $|\vec{T}_B| = \frac{9}{14}mg$

E) $|\vec{T}_C| = \frac{13}{14}mg$

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2014)

CUESTIÓN C 8.44.



Una plataforma A de masa m y densidad uniforme descansa sobre tres cilindros, cada uno de los cuales tiene masa m, radio R y densidad uniforme -véase la figura-.

El conjunto se encuentra inicialmente en reposo sobre un plano inclinado, con ángulo de inclinación θ, sujeto por unos topes (no dibujados). Se libera el sistema quitando los topes.

Si no existe deslizamiento en ninguna de las superficies en contacto con los cilindros, la aceleración $\vec{a}_A$ de la plataforma a lo largo del plano inclinado vale:

A) $\vec{a}_A = (20/7) g \operatorname{sen}\theta\,\vec{\imath}$

B) $\vec{a}_A = (10/7) g \operatorname{sen}\theta\,\vec{\imath}$

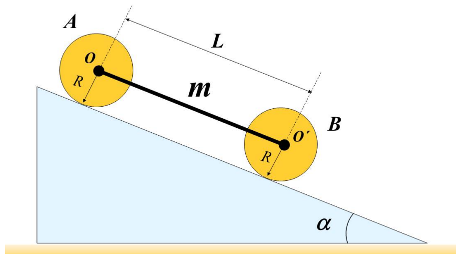
C) $\vec{a}_A = (20/17) g \operatorname{sen}\theta\,\vec{\imath}$

D) $\vec{a}_A = (10/17) g \operatorname{sen}\theta\,\vec{\imath}$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2014)

CUESTIÓN C 8.45.



Una barra homogénea OO' de masa m y longitud L está articulada en sus extremos O y O' a dos discos homogéneos A y B de radio R y masas $2m$ y m, respectivamente, -véase la figura-.

Los discos se encuentran sobre un plano inclinado fijo, de ángulo de inclinación α. Existe rozamiento entre los discos y el plano con coeficiente $\mu = (3/22)\tan\alpha$.

Si el conjunto parte del reposo, el módulo $|\vec{a}_{CM}|$ de la aceleración del centro de masas del sistema vale:

A) $|\vec{a}_{CM}| = (19/22)mg\,\mathrm{sen}\,\alpha$

B) $|\vec{a}_{CM}| = (17/22)mg\,\mathrm{sen}\,\alpha$

C) $|\vec{a}_{CM}| = (15/22)mg\,\mathrm{sen}\,\alpha$

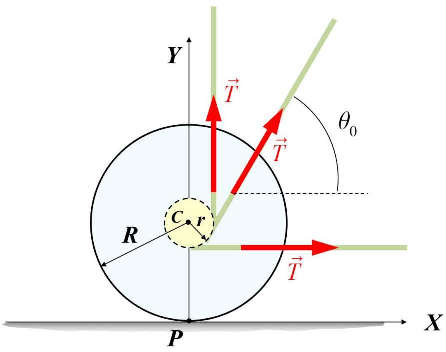
D) $|\vec{a}_{CM}| = (13/22)mg\,\mathrm{sen}\,\alpha$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2014)

CUESTIÓN C8.46.

Un carrete constituido por un cilindro macizo y homogéneo de masa M y radio R, al que se ha fijado un segundo cilindro hueco de masa despreciable y radio $r = (1/4)R$, descansa sobre una superficie horizontal -véase la figura-.



Existe rozamiento entre el carrete y la superficie con coeficiente $\mu_e = 1/4$.

Mediante una cuerda ideal enrollada en el cilindro hueco, se aplica al conjunto una fuerza constante de magnitud $T = (1/4)Mg$. Se puede decir que:

A) Si $\vec{T} = |\vec{T}|\,\vec{\imath}$, el carrete desliza hacia la derecha.

B) Si $\vec{T} = |\vec{T}|\,\vec{\imath}$, el carrete rueda sin deslizar hacia la izquierda.

C) Si $\vec{T} = |\vec{T}|\,\vec{\jmath}$, el carrete rueda sin deslizar hacia la derecha.

D) Si el ángulo θ_0 que forma $\vec{T}$ con la horizontal es tal que $\cos\theta_0 = 1/4$, el carrete no se mueve.

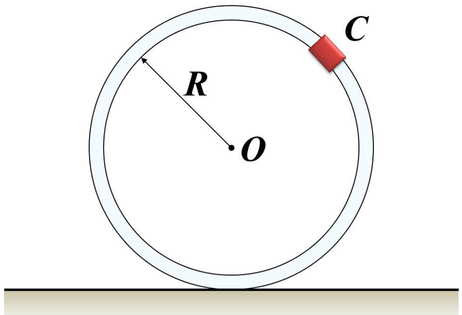
E) Si el ángulo θ_0 que forma $\vec{T}$ con la horizontal es tal que $\tan\theta_0 = 1/4$, el carrete no se mueve.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2014)

CUESTIÓN C 8.47.

Un collarín C, de masa m y dimensiones despreciables, está fijo al borde de un aro de la misma masa m y de radio R, que rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal.

Se sabe que cuando C alcanza la posición inferior, la velocidad angular del aro es ω_0. En esa posición, la energía cinética E_C del conjunto (aro + collarín) vale:



A) $E_C = 3mR^2\omega_0^2$

B) $E_C = (3/2)\,mR^2\omega_0^2$

C) $E_C = mR^2\omega_0^2$

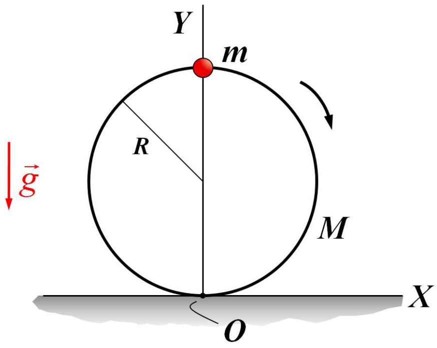
D) $E_C = 2mR^2\omega_0^2$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, junio 2011)

CUESTIÓN C 8.48.

Apoyado en un suelo horizontal, el sistema de la figura está formado por un aro de masa M y radio R y una partícula de masa $m = (2/5)M$ fijada al aro.



En el instante mostrado, el conjunto rueda sin deslizar en sentido horario y su cantidad de movimiento vale $\vec{P} = P_0\,\vec{\imath}$.

Si E_C es la energía cinética del sistema en ese instante, se puede asegurar que:

A) $E_C = (2/9)\,(P_0^2/M)$

B) $E_C = (5/9)\,(P_0^2/M)$

C) $E_C = (3/8)\,(P_0^2/M)$

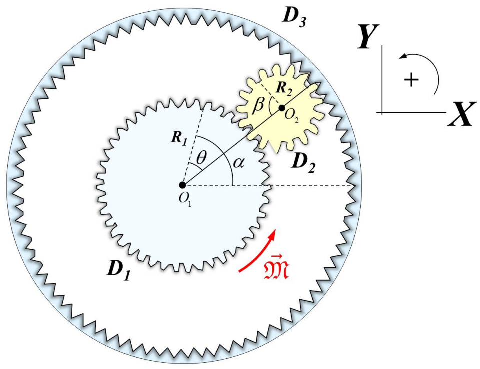
D) $E_C = (5/8)\,(P_0^2/M)$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2014)

CUESTIÓN C 8.49.

En la figura se muestra parte de un mecanismo de transmisión constituido por dos discos homogéneos, D_1 (corona) y D_2 (piñón), de radios R_1 y R_2 y masas m_1 y m_2, respectivamente, situados en el interior de una carcasa circular fija de radio $R = R_1 + 2R_2$.



Para evitar cualquier tipo de deslizamiento del piñón en su movimiento en contacto con la corona y la carcasa, los bordes de los tres componentes están biselados formando un sistema de engranajes.

Inicialmente el mecanismo está en reposo, de tal manera que las líneas discontinuas que denotan la orientación espacial de la corona y el piñón están alineadas con la línea discontinua horizontal de la figura.

El sistema se pone en movimiento cuando a la corona se le aplica un par motor constante $\vec{\mathfrak{M}} = \mathfrak{M}\,\vec{k}$, que actúa durante un tiempo t_0, tras lo cual corona y piñón giran los ángulos α y β indicados.

Respecto a la velocidad angular del piñón transcurrido el tiempo t_0, $\vec{\omega}(t_0)$, se puede asegurar que:

A) $\vec{\omega}(t_0) = \frac{4\mathfrak{M}\,t_0}{R_1 R_2(4m_1+3m_2)}\,\vec{k}$

B) $\vec{\omega}(t_0) = \frac{8\mathfrak{M}\,t_0}{R_1 R_2(4m_1+3m_2)}\,\vec{k}$

C) $\vec{\omega}(t_0) = \frac{2\mathfrak{M}\,t_0}{R_1 R_2(4m_1+3m_2)}\,\vec{k}$

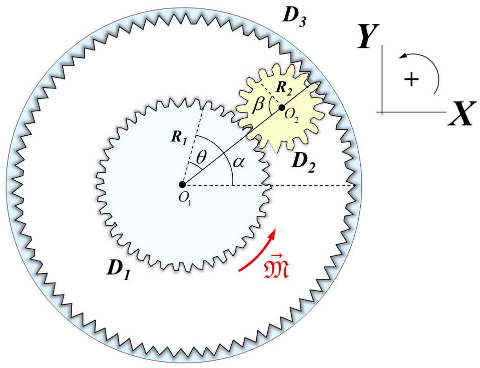
D) $\vec{\omega}(t_0) = \frac{\mathfrak{M}\,t_0}{R_1 R_2(4m_1+3m_2)}\,\vec{k}$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2014)

CUESTIÓN C 8.50.

En la figura se muestra parte de un mecanismo de transmisión constituido por dos discos homogéneos, D_1 (corona) y D_2 (piñón), de radios R_1 y R_2 y masas m_1 y m_2, respectivamente, situados en el interior de una carcasa circular fija de radio $R = R_1 + 2R_2$.



Para evitar cualquier tipo de deslizamiento del piñón en su movimiento en contacto con la corona y la carcasa, los bordes de los tres componentes están biselados formando un sistema de engranajes.

Inicialmente el mecanismo está en reposo, de tal manera que las líneas discontinuas que denotan la orientación espacial de la corona y el piñón están alineadas con la línea discontinua horizontal de la figura.

El sistema se pone en movimiento cuando a la corona se le aplica un par motor constante $\vec{\mathfrak{M}} = \mathfrak{M}\,\vec{k}$, que actúa durante un tiempo t_0, tras lo cual corona y piñón giran los ángulos α y β indicados.

Respecto al número de vueltas N_β giradas por el piñón mientras está actuando el par motor, se puede asegurar que $N_\beta = 2\pi\beta(t_0)$, con:

A) $\beta(t_0) = \frac{4\mathfrak{M}\,t_0^2}{R_1 R_2(4m_1+3m_2)}$

B) $\beta(t_0) = \frac{4\mathfrak{M}\,t_0^2}{R_1^2(4m_1+3m_2)}$

C) $\beta(t_0) = \frac{2\mathfrak{M}(R_1+2R_2)\,t_0^2}{R_1 R_2(R_1+R_2)(4m_1+3m_2)}$

D) $\beta(t_0) = \frac{2\mathfrak{M}(R_1+2R_2)\,t_0^2}{R_1^2(R_1+R_2)(4m_1+3m_2)}$

E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2014)

.

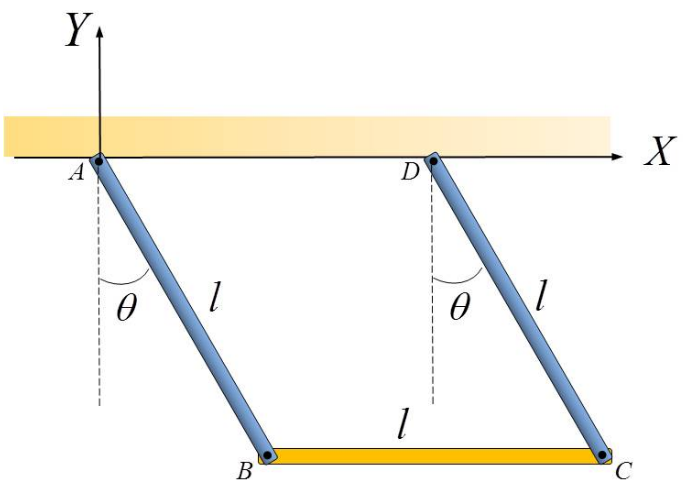
TABLA DE SOLUCIONES 8.- DINÁMICA SÓLIDO RÍGIDO					
C8.1	C	C8.21	D	C8.41	C
C8.2	B	C8.22	E	C8.42	B
C8.3	A	C8.23	D	C8.43	E
C8.4	B	C8.24	A	C8.44	C
C8.5	C	C8.25	B	C8.45	A
C8.6	D	C8.26	C	C8.46	D
C8.7	C	C8.27	D	C8.47	C
C8.8	E	C8.28	C	C8.48	B
C8.9	C	C8.29	D	C8.49	A
C8.10	A	C8.30	C	C8.50	C
C8.11	D	C8.31	D	C8.51	
C8.12	C	C8.32	A	C8.52	
C8.13	E	C8.33	C	C8.53	
C8.14	B	C8.34	B	C8.54	
C8.15	C	C8.35	B	C8.55	
C8.16	E	C8.36	B	C8.56	
C8.17	E	C8.37	C	C8.57	
C8.18	A	C8.38	B	C8.58	
C8.19	D	C8.39	D	C8.59	
C8.20	D	C8.40	A	C8.60	

PROBLEMA P 8.1.

Tres varillas homogéneas de masa M y longitud l, articuladas entre sí, están suspendidas del techo como se muestra en la figura y únicamente pueden moverse en un plano vertical. No hay rozamiento en las articulaciones.

Se separa el sistema de su posición de equilibrio un ángulo θ_0 y se suelta. Considerando un instante genérico en el cual las varillas AB y DC forman un ángulo θ con la vertical, se pide:

1. Dibujar el diagrama de fuerzas para cada varilla por separado. Establecer las fuerzas de reacción a todas las fuerzas dibujadas e indicar dónde están aplicadas.
2. Determinar la energía mecánica E del sistema.
3. Calcular las velocidades angulares $\vec{w}_{AB}(\theta)$, $\vec{w}_{BC}(\theta)$ y $\vec{w}_{DC}(\theta)$ de cada varilla en función del ángulo girado θ y los datos del problema.
4. Determinar la velocidad del centro de masas del conjunto, $\vec{V}_{CM}(\theta)$.
5. Calcular el momento cinético del sistema respecto al punto fijo A, $\vec{L}_A(\theta)$, y verificar el teorema del momento cinético.
6. Calcular las aceleraciones angulares $\vec{\alpha}_{AB}(\theta)$, $\vec{\alpha}_{BC}(\theta)$ y $\vec{\alpha}_{DC}(\theta)$ de cada varilla. ¿Cuál es el periodo de oscilación, P, del conjunto en la aproximación de pequeñas oscilaciones ($\operatorname{sen}\theta \simeq \theta$) alrededor de la posición de equilibrio?



(ETSIAE, autoevaluación 8-G5, diciembre 2014)

SOLUCIÓN P8.1.

2.- $E = -2Mgl\cos\theta_0$

.

3.- $$\vec{w}_{AB}(\theta) = \vec{w}_{DC}(\theta) = \sqrt{\left(\frac{12g}{5l}\right)(\cos\theta - \cos\theta_0)}\ \vec{k}$$
$$\vec{w}_{BC}(\theta) = \vec{0}$$

.

4.- $\vec{V}_{CM}(\theta) = \frac{2}{3}\omega_{AB}l\,(\cos\theta\,\vec{\imath} + \operatorname{sen}\theta\,\vec{\jmath})$

.

5.- $\vec{L}_A(\theta) = Ml^2\omega_{AB}\left(\frac{5}{3} + \operatorname{sen}\theta\right)\vec{k}$

.

6.- $$\vec{\alpha}_{AB}(\theta) = \vec{\alpha}_{DC}(\theta) = -\left(\frac{6g}{5l}\right)\operatorname{sen}\theta\,\vec{k}, \quad \vec{\alpha}_{BC}(\theta) = \vec{0}$$
$$P = 2\pi\sqrt{\frac{6g}{5l}}$$

.

PROBLEMA P8.2.

Una placa homogénea ABC, de masa M, tiene forma de triángulo rectángulo con catetos de longitud L. La placa está situada en el plano vertical YZ de un triedro inercial de referencia $S(O; X, Y, Z)$.

Los extremos A y B de la placa se pueden mover, sin rozamiento, sobre dos guías que coinciden con los ejes Y y Z de S, respectivamente.

La placa se mantiene en reposo en la posición mostrada en la fig.1 mediante topes (no dibujados). En el instante que se considera como inicial, $t = 0$, se sueltan los topes. Para el movimiento subsiguiente, -fig.2-, se pide:

1. Momento de inercia de la placa, I_G, respecto a su centro de masas G.
2. Vector de posición, $\vec{r}_G(\theta)$, del centro de masas de la placa en función del ángulo θ que forma el lado AB con el eje horizontal.
3. Energía cinética E_C de la placa en función de θ y sus derivadas.
4. Energía mecánica E de la placa.
5. Expresión de $\dot{\theta}^2(\theta)$.

Sea t^* el instante en el que el vértice A de la placa llega al origen O de S. Para este instante determinar:

6. La aceleración del centro de masas de la placa, $\vec{a}_G(t^*)$.
7. La aceleración del vértice A de la placa, $\vec{a}_A(t^*)$.
8. La fuerza $\vec{N}_A(t^*)$ que ejerce la guía sobre la placa en A.
9. La fuerza $\vec{N}_B(t^*)$ que ejerce la guía sobre la placa en B.
10. El momento cinético de la placa, $\vec{L}_O(t^*)$, con respecto al origen O de S.

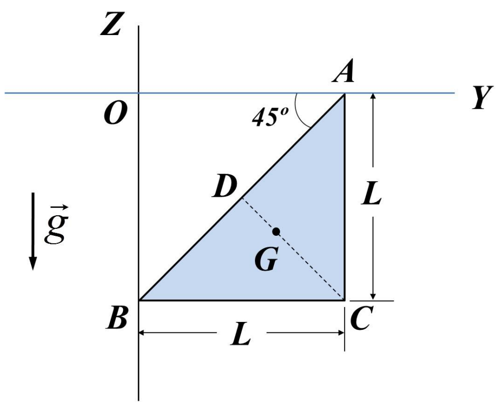


Fig.1 Instante inicial

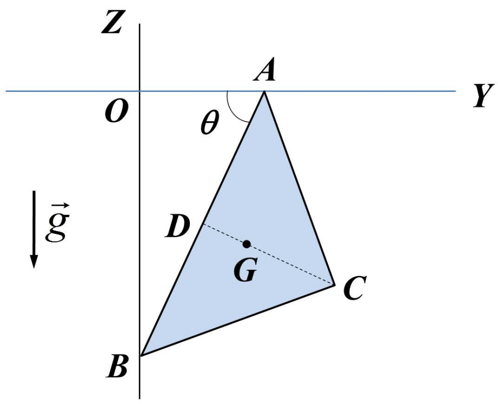


Fig.2 Instante genérico

(ETSIAE adaptado, junio 2013)

SOLUCIÓN P8.2.

1.- $I_G = \frac{1}{9} M L^2$

.

2.- $\vec{r}_G(\theta) = \frac{L}{3\sqrt{2}} \left[(3\cos\theta + \operatorname{sen}\theta)\,\vec{\jmath} - (3\operatorname{sen}\theta + \cos\theta)\,\vec{k} \right]$

.

3.- $E_C = \frac{1}{6} M L^2\, \dot{\theta}^2\, (2 - \operatorname{sen} 2\theta)$

.

4.- $E = -\frac{2}{3} M g L$, tomando $E_P^{grav}(z=0) = 0$

.

5.- $\dot{\theta}^2(\theta) = \sqrt{2} \left[\frac{3\operatorname{sen}\theta + \cos\theta - 2\sqrt{2}}{2 - \operatorname{sen} 2\theta} \right] \frac{g}{L}$

.

6.- $\vec{a}_G(t^*) = \frac{1}{6} \left[(3-\sqrt{2})\,\vec{\jmath} + (7 - 5\sqrt{2})\,\vec{k} \right] g$

.

7.- $\vec{a}_A(t^*) = g(2-\sqrt{2})\,\vec{\jmath}$

.

8.- $\vec{N}_A(t^*) = M g \left(\frac{13 - 5\sqrt{2}}{6} \right) \vec{k}$

.

9.- $\vec{N}_B(t^*) = M g \left(\frac{3-\sqrt{2}}{6} \right) \vec{\imath}$

.

10.- $\vec{L}_O(t^*) = -\frac{1}{3} M L^2 \sqrt{\frac{g}{L} \left(\frac{3 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right)}\; \vec{\imath}$

.

PROBLEMA P8.3.

En la figura se muestra el perfil $ABPQ$ de una pista para la práctica del monopatín. El perfil se compone de dos tramos curvos AB y PQ con forma de circunferencia de radio $8R$ y de un tramo rectilíneo BP también de longitud $8R$.

Una esfera homogénea de masa M y radio R se mueve por la pista de manera que un instante, que consideraremos como inicial, $t = 0$, se encuentra en B rodando sin deslizar y con velocidad de su centro de masas $\vec{V}_0 = \sqrt{10gR}\,\vec{\jmath}$.

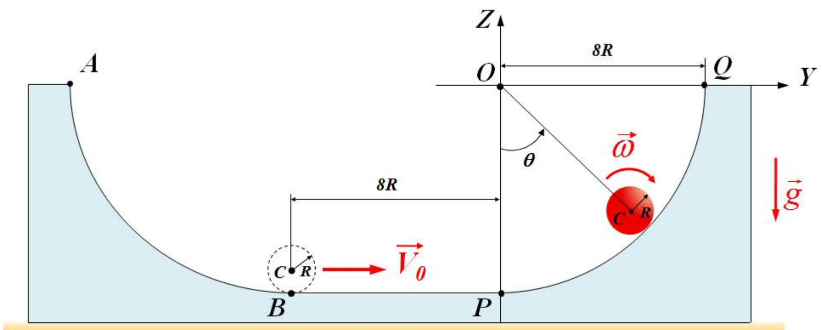
Entre la esfera y la pista existe rozamiento con coeficiente $\mu = \frac{2}{17}$.

Tomando como datos los valores de M, R y g, determinar:

1. El momento de inercia I_I de la esfera con respecto a cualquier recta tangente a ella.
2. La velocidad angular de la esfera $\vec{\omega}(t^*)$ en el instante $t = t^*$ en que llega al punto P.
3. La energía cinética $E_C(t^*)$ de la esfera en ese instante.

Para $t > t^*$, y mientras la esfera se mantiene rodando sin deslizar sobre el segmento curvo PQ calcular, en función del ángulo θ mostrado:

4. La velocidad angular de la esfera $\vec{\omega}(\theta)$.
5. La relación entre $|\vec{\omega}|$ y $\dot{\theta}$.
6. El momento cinético de la esfera con respecto al punto fijo O, $\vec{L}_O(\theta)$.
7. La aceleración tangente $\vec{a}_{CT}(\theta)$ y la aceleración normal $\vec{a}_{CN}(\theta)$ del centro de masas C de la esfera.
8. El módulo de la fuerza de rozamiento $|\vec{F}_R(\theta)|$ sobre la esfera.
9. El módulo de la fuerza normal $|\vec{N}(\theta)|$ que ejerce la pista sobre la esfera.
10. El valor θ_D del ángulo θ para el cual la esfera comienza a deslizar.



(ETSIAE, julio 2012)

SOLUCIÓN P8.3.

1.- $I_I = \frac{7}{5}MR^2$

.

2.- $\vec{\omega}(t^*) = -\sqrt{\frac{10g}{R}}\,\vec{\imath}$

.

3.- $E_C(t^*) = 7MgR$

.

4.- $\vec{\omega}(\theta) = -\sqrt{\frac{10g\cos\theta}{R}}\,\vec{\imath}$

.

5.- $\dot{\theta} = \frac{|\vec{\omega}|}{7}$

.

6.- $\vec{L}_O(\theta) = \frac{33}{5}MR^2\sqrt{\frac{10g\cos\theta}{R}}\,\vec{\imath}$

.

7.- $\vec{a}_{CT}(\theta) = -(5/7)\,g\,\mathrm{sen}\,\theta\left[\cos\theta\,\vec{\jmath} + \mathrm{sen}\,\theta\,\vec{k}\right]$

$\vec{a}_{CN}(\theta) = (10/7)\,g\,\cos\theta\left[-\mathrm{sen}\,\theta\,\vec{\jmath} + \cos\theta\vec{k}\right]$

.

8.- $|\vec{F}_R(\theta)| = \frac{2}{7}\,Mg\mathrm{sen}\,\theta$

.

9.- $|\vec{N}(\theta)| = \frac{17}{7}Mg\,\cos\theta$

.

10.- $\theta_D = 45^{\mathrm{o}}$

.

PROBLEMA P8.4.

La rueda que se muestra en la figura puede asimilarse a un disco homogéneo de masa m y radio R. Está unida a una pared vertical mediante un muelle ideal, de constante elástica k y longitud natural $l_0 = 2R$.

Inicialmente la rueda está en reposo y el muelle no está estirado ni comprimido. Existe rozamiento entre las superficies del disco y el suelo con coeficiente de rozamiento μ.

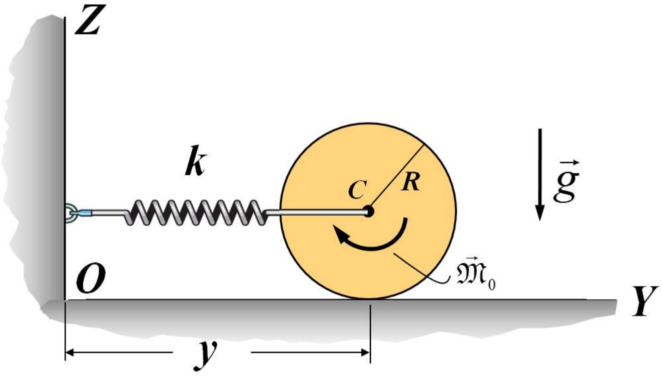
El sistema se pone en movimiento sometiendo al disco a un par de fuerzas, de momento $\vec{\mathfrak{M}}_0 = -kR^2\,\vec{\imath}$, que se mantiene constante en todo instante posterior.

Sabiendo que el disco rueda sin deslizar desde el instante inicial, y tomando como datos los valores de k, m y R, determinar :

1. La aceleración del centro C del disco en función de su distancia y a la pared, $\vec{a}_C(y)$.
2. La frecuencia angular Ω del movimiento armónico simple que describe el disco.
3. Las distancias máxima y mínima del centro del disco a la pared, y_{max} y y_{min}.

Para un instante genérico t:

4. La velocidad del centro del disco, $\vec{v}_C(t)$.
5. La velocidad angular del disco, $\vec{\omega}(t)$.
6. La fuerza de rozamiento sobre el disco, $\vec{F}_R(t)$.
7. El valor mínimo μ_{min} del coeficiente de rozamiento entre el disco y la superficie de apoyo para que el movimiento de rodadura sin deslizamiento descrito sea posible.
8. El momento cinético del disco con respecto al punto fijo O, $\vec{L}_O(t)$.
9. La energía cinética del disco, $E_C(t)$.
10. El trabajo $W_{par}(t)$ realizado por el par de fuerzas $\vec{\mathfrak{M}}_0$ aplicado al disco.



(ETSIAE, enero 2013)

Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

SOLUCIÓN P8.4.

1.- $\vec{a}_C(y) = -(\frac{2k}{3m})\,[y - 3R]\,\vec{\jmath}$

.

2.- $\Omega = \sqrt{\frac{2k}{3m}}$

.

3.- $y_{max} = 4R$
$y_{min} = 2R$

.

4.- $\vec{v}_C(t) = R\sqrt{\frac{2k}{3m}}\,\text{sen}\left(\sqrt{\frac{2k}{3m}}\,t\right)\,\vec{\jmath}$

.

5.- $\vec{\omega}(t) = -\sqrt{\frac{2k}{3m}}\,\text{sen}\left(\sqrt{\frac{2k}{3m}}\,t\right)\,\vec{\imath}$

.

6.- $\vec{F}_R(t) = kR\left[1 - \frac{1}{3}\,\cos\left(\sqrt{\frac{2k}{3m}}\,t\right)\right]\,\vec{\jmath}$

.

7.- $\mu_{min} = \frac{4}{3}\left(\frac{kR}{mg}\right)$

.

8.- $\vec{L}_O(t) = -R^2\sqrt{\frac{3km}{2}}\,\text{sen}\left(\sqrt{\frac{2k}{3m}}\,t\right)\,\vec{\imath}$

.

9.- $E_C(t) = \frac{1}{2}kR^2\,\text{sen}^2\left(\sqrt{\frac{2k}{3m}}\,t\right)$

.

10.- $W_{par}(t) = kR^2\left[1 - \cos\left(\sqrt{\frac{2k}{3m}}\,t\right)\right]$

.

PROBLEMA P8.5.

El sólido con forma de carrete mostrado en la figura está constituido por tres cilindros homogéneos unidos entre sí. Dos de ellos macizos, con masas $m_1 = m_2 = m$ y radio R, y el tercero hueco, de masa $m_3 = 4m$ y radio $r = R/2$.

El carrete apoya sobre un plano inclinado, con ángulo de inclinación $\phi = 30^o$, fijo al suelo, y está unido a un **hilo elástico** ideal (masa y sección despreciable), de constante $K = \frac{4}{3}(mg/R)$ y longitud natural $\ell_0 = R$. El extremo superior del hilo está fijo a un poste (eje Y del dibujo) y el otro extremo está enganchado a un punto del borde del cilindro interior, **sobre el que el hilo puede arrollarse**.

El coeficiente de rozamiento entre el plano y el sólido es μ (estático y dinámico).

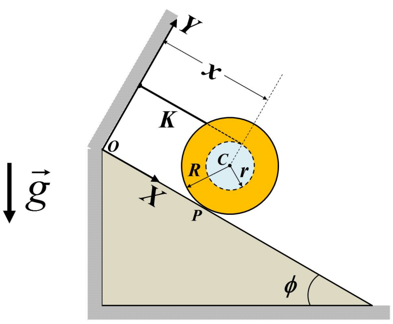
Inicialmente el carrete se mantiene en reposo mediante topes (no dibujados), y el hilo no está estirado. Tras retirar los topes, y en el movimiento subsiguiente, en el que el hilo permanece siempre paralelo al plano inclinado, el carrete rueda sin deslizar describiendo un **movimiento armónico simple**.

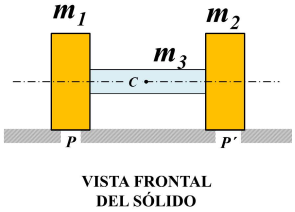
En función de los datos del problema R, m y g, se pide:

1. Razónese por qué el movimiento del carrete es plano y el número de grados de libertad que tiene. ¿Cambiaría en algo su respuesta si el carrete rodara con deslizamiento? Justifíquese.
2. El momento de inercia del carrete respecto al eje instantáneo de rotación, I_{EIR}.
3. El eje central del sistema de fuerzas aplicadas al carrete.
4. La fuerza elástica del hilo elástico en función de la distancia x mostrada, $\vec{F}_{elas}(x)$ (obsérvese que parte del alargamiento del hilo elástico se debe a su arrollamiento sobre el carrete).
5. La aceleración del centro de masas C del carrete en función de su distancia a la pared, $\vec{a}_C(x)$.
6. El periodo τ del movimiento armónico simple descrito.

Para un instante genérico t:

7. El vector de posición del centro de masas del carrete, $\vec{r}_C(t)$.
8. La velocidad angular del carrete, $\vec{\Omega}(t)$.
9. La energía cinética del carrete, $E_C(t)$.
10. El trabajo $W_{elas}(t)$ realizado por la fuerza elástica del muelle en el intervalo $[0, t]$.





(ETSIAE, enero 2014)

SOLUCIÓN P8.5.

2.- $I_{EIR} = 8\,mR^2$

.

3.- $y = \dfrac{4R}{3}, \quad z = 0$

(Recta paralela al eje X y a una distancia $d = R/3$ del centro del carrete.)

.

4.- $\vec{F}_{elas}(x) = -\frac{2mg}{R}(x - R)\,\vec{\imath}$

.

5.- $\vec{a}_C(x) = -\frac{3g}{8R}\,(x - 2R)\,\vec{\imath}$

.

6.- $\tau = 2\pi\sqrt{\frac{8R}{3g}}$

.

7.- $\vec{r}_C(t) = R\left[2 - \cos\sqrt{\frac{3g}{8R}}\,t\right]\,\vec{\imath} + R\,\vec{\jmath}$

.

8.- $\vec{\Omega}(t) = -\sqrt{\frac{3g}{8R}}\ \mathrm{sen}\sqrt{\frac{3g}{8R}}\,t\,\vec{k}$

.

9.- $E_C(t) = \frac{3}{2}mgR\ \mathrm{sen}^2\sqrt{\frac{3g}{8R}}\,t$

.

10.- $W_{elas}(t) = -\frac{3}{2}mgR\left[1 - \cos\sqrt{\frac{3g}{8R}}\,t\right]^2$

.

PROBLEMA P8.6.

En la figura se muestra un bloque prismático macizo y homogéneo de masa M, con las dimensiones indicadas, que apoya sobre el plano horizontal $z = 0$ de un triedro de referencia cartesiano $S(O; X, Y, Z)$. Entre el bloque y el plano existe rozamiento con coeficiente μ (estático y dinámico).

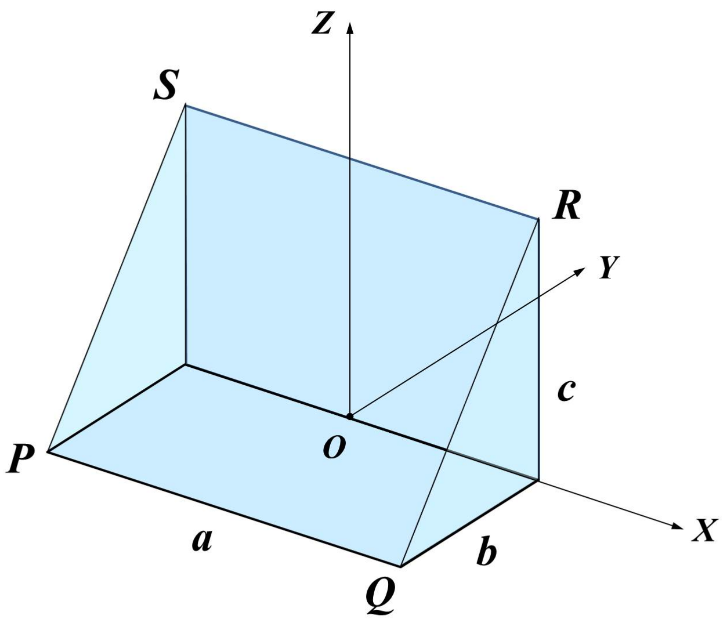
En la zona en la que se encuentra el bloque sopla un viento que produce sobre la cara $PQRS$ del mismo una fuerza por unidad de superficie $\vec{\mathfrak{F}}$ cuyo módulo es $|\vec{\mathfrak{F}}| = \gamma z^2$, siendo γ una constante positiva y z la altura sobre el plano $z = 0$. La direccción de esta fuerza es normal a la cara $PQRS$ y su sentido hacia dentro del volumen del bloque.

Determinar:

1. La ecuación de dimensiones y las unidades de la constante γ en el S.I.
2. La expresión de la fuerza total $\vec{F}$ que ejerce el viento sobre el bloque (considerada como la resultante de un sistema continuo de fuerzas distribuidas paralelas).
3. La ecuación de la recta soporte de $\vec{F}$ y su punto de aplicación C (eje central y "centro" de un sistema continuo de fuerzas distribuidas paralelas).
4. El valor máximo de la constante γ y el correspondiente valor mínimo del coeficiente μ (para tal valor máximo de γ) que permiten que el bloque esté en equilibrio.

Considerando el caso especial en que $a = b = c$, $\mu = 1/6$ y $\gamma = Mg/a^4$, se pide:

5. Calcular la aceleración del centro de masas del bloque, $\vec{a}_G$.
6. Verificar que el bloque no vuelca calculando el punto de aplicación E de la fuerza que ejerce el suelo sobre el bloque.



(EUITA, junio 1992)

SOLUCIÓN P8.6.

1.- $$[\gamma] = ML^{-3}T^{-2}$$
$$\gamma = kg.m^{-3}s^{-2}$$
.

2.- $$\vec{F} = \gamma \frac{ac^3}{3}\left[\vec{\jmath} - \frac{b}{c}\vec{k}\right]$$
.

3.- $$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{4}\left[-b\,\vec{\jmath} + 3c\,\vec{k}\right]$$
$$z = -\frac{b}{c}y + \frac{1}{4}\left[\frac{3c^2 - b^2}{c}\right]$$
.

4.- $$\gamma_{\text{máx}} = \frac{4b}{ac^2\left(3c^2 - b^2\right)}Mg$$
$$\mu_{\text{mín}} = \frac{4bc}{9c^2 + b^2}$$
.

5.- $$\vec{a}_G = \frac{g}{9}\vec{\jmath}$$
.

6.- $$\overrightarrow{OE} = -\frac{a}{8}\vec{\jmath}$$
.