



MEDIDAS Y ERRORES

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



ÍNDICE

MEDIDA DE MAGNITUDES
MEDIDAS DIRECTAS E INDIRECTAS
ERRORES EN LA MEDIDAS
ERRORES SISTEMÁTICOS
ERRORES ACCIDENTALES
CARACTERÍSTICAS DE LOS APARATOS DE
MEDIDA

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





ÍNDICE

EXPRESIÓN DEL ERROR

ERROR ABSOLUTO (ERROR)

ERROR RELATIVO

EXPRESIÓN DE LA MEDIDA

CIFRAS SIGNIFICATIVAS

NOTACIÓN CIENTÍFICA

EJEMPLOS

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



MEDIDA DE MAGNITUDES

- La Física, ciencia experimental, es un compendio de leyes basadas en la observación de la Naturaleza
- Todas las leyes de la Física han de ser comprobadas, lo que implica la MEDIDA de diferentes magnitudes físicas
- Como ningún aparato de medida es absolutamente perfecto, hay que informar de lo fiable que es la medida con él realizada

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





MEDIDAS DIRECTAS E INDIRECTAS

- Una medida es directa cuando el valor de la magnitud que busca el experimentador viene directamente indicado en el aparato de medida
- Una medida es indirecta cuando el valor de la magnitud se obtiene mediante alguna fórmula o ley midiendo los valores de otras magnitudes relacionadas con ella

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



ERRORES EN LAS MEDIDAS

Desde el punto de vista de la Teoría de Errores, se pueden clasificar en:

- **SISTEMÁTICOS**
- **ACCIDENTALES**

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





ERRORES SISTEMÁTICOS

- Aparecen en todas las medidas que se hagan de la misma magnitud y con el mismo aparato
- Son del mismo sentido y no son fáciles de detectar
- No existe una teoría general para tratarlos
- Pueden ser minimizados (calibrando adecuadamente los aparatos que se vayan a utilizar) EXCEPTO el llamado error INSTRUMENTAL que proviene de la APRECIACIÓN del aparato y que algunos autores tratan aparte.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



ERRORES ACCIDENTALES

- Se deben, en general, a pequeñas variaciones en las condiciones del experimento
- Se pueden minimizar si se repite la medida un número suficiente de veces
- La teoría para calcular estos ERRORES la trataremos a continuación.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





CARACTERÍSTICAS DE LOS APARATOS DE MEDIDA

• EXACTITUD

Un aparato es más exacto cuanto más cerca esté el valor “verdadero” del experimental. La posibilidad de tener errores sistemáticos es menor.

• PRECISIÓN

Un aparato es preciso cuando se obtiene la misma lectura al realizar varias medidas de la misma magnitud.

• SENSIBILIDAD (APRECIACIÓN)

Valor mínimo de la magnitud que es capaz de medir. El aparato es más sensible cuanto menor sea el valor que puede medir.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



CARACTERÍSTICAS DE LOS APARATOS DE MEDIDA

• ESCALA

Representación gráfica (o numérica) sobre la que se leen los valores de la medida

• RANGO DE MEDIDA

Conjunto de valores que puede medir, que están situados entre un mínimo y un máximo

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





EXPRESIÓN DEL ERROR

Realizar una medida consiste en obtener un número (con unidades) que se aproxime lo más posible al valor verdadero de la magnitud, junto con una estimación del error cometido en su determinación

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



EXPRESIÓN DEL ERROR

Este error se cuantifica (para errores accidentales):

UTILIZANDO LA TEORÍA ESTADÍSTICA

Aunque en ocasiones se puede aproximar con cálculos más sencillos:

DETERMINANDO UNA COTA DEL ERROR

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





EXPRESIÓN DEL ERROR

En cualquier caso, según se exprese, este error recibe el nombre de:

ERROR ABSOLUTO

ERROR RELATIVO

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



ERROR ABSOLUTO (ERROR)

Intervalo Δx donde con máxima probabilidad se encuentra el valor exacto de una magnitud usando para determinarlo la mejor medida obtenida de ésta

$$\left| x_{mejor} - x_{exacto} \right| < \Delta x$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





ERROR ABSOLUTO (ERROR)

En definitiva Δx es un límite para la diferencia entre el mejor valor medido y el valor verdadero

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



ERROR ABSOLUTO (ERROR)

- No se puede conocer nunca el valor verdadero, sólo establecer un límite para su situación: entonces ¿para qué sirve medir? Para aminorar el error
- Se toma como mejor valor de la magnitud la media aritmética de un número suficiente de medidas
- Si las medidas son siempre idénticas, se toma dicho valor como mejor valor de la medida
- Si el error sistemático se desconoce, no proporciona suficiente información sobre la calidad de la medida

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





ERROR ABSOLUTO (ERROR)

- Longitud automóvil = **431** cm
 - Con error absoluto = **1** cm

$$L = (431 \pm 1) \text{ cm} = (431 \pm 1)E-2 \text{ m}$$

- Diámetro émbolo = **75,5** mm
 - Con error absoluto = **0,5** mm

$$L = (755 \pm 5)E-1 \text{ mm} = (755 \pm 5)E-3 \text{ m}$$

¿QUÉ MEDIDA ES “MEJOR”?

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



ERROR RELATIVO

Es el cociente entre el error absoluto y el mejor valor medido

$$100 \frac{\Delta x}{|x_{mejor}|} (\%)$$

Suele expresarse en tanto por ciento y con dos cifras significativas

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





ERROR RELATIVO

- Longitud automóvil = 431 cm
 - Error absoluto = **1** cm
 - Error relativo = $1/431 = 2,32E-3 \rightarrow$ **0,23%**

- Diámetro émbolo = 75 mm
 - Error absoluto = **0,5** mm
 - Error relativo = $0,5/75,5 = 6,62E-3 \rightarrow$ **0,66%**

J.C. Jiménez Sáez
 S. Ramírez de la Piscina Millán
 U.D. Física I
 Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



EXPRESIÓN DE LA MEDIDA

HAY QUE EXPRESAR CORRECTAMENTE

LA MEDIDA:

(MEJOR VALOR \pm ERROR) UNIDAD

$$X = x_{mejor} \pm \Delta x$$

J.C. Jiménez Sáez
 S. Ramírez de la Piscina Millán
 U.D. Física I
 Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





CIFRAS SIGNIFICATIVAS

- Son aquellas que aportan algún tipo de información
- Hay que “redondear” los números hasta conseguir que sólo contengan cifras significativas
- Es el error el que determina cuál es la última cifra significativa de la medida
- Antes de redondear una cantidad hay que decidir qué cifras del error son significativas

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



CIFRAS SIGNIFICATIVAS

- Existen convenios para establecer cuántas cifras significativas puede contener el error y/o la medida
- El error se aproxima a **una** sola cifra significativa con una **EXCEPCIÓN**: si la primera cifra significativa es un 1 se ponen **dos** cifras significativas
- La última cifra significativa de la medida debe ser del mismo orden de magnitud que la última cifra significativa del error

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





CIFRAS SIGNIFICATIVAS

¿QUÉ PASA CON LOS CEROS?

- Si aparecen como primeras cifras de una cantidad **NUNCA** son significativos
- **57 g** y **0,057 kg** expresan la misma cantidad en diferentes unidades y en ambos casos tienen **DOS** cifras significativas

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



¿QUÉ PASA CON LOS CEROS?

- Si aparecen como últimas cifras de una cantidad podrán ser o no cifras significativas
- **740** mm puede tener **TRES** o **DOS** cifras significativas

Medida realizada con un aparato capaz de apreciar 1 mm

La medida original era 74 cm, fue realizada con un aparato que apreciaba 1 cm y hemos efectuado un simple cambio de unidades

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





CIFRAS SIGNIFICATIVAS

- ¿Cómo determinamos el número de cifras significativas si no conocemos la procedencia de la cantidad que estamos analizando?
- Expresando siempre las cantidades en notación científica estándar
- Si la cantidad anterior sólo tiene **DOS** cifras significativas la expresaremos como $(7,4 \times 10^2)$ mm o también $(7,4E2)$ mm ($1 < 7; 4 < 10$)

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



CIFRAS SIGNIFICATIVAS

PROCESO DE REDONDEO

- Si los dígitos NO significativos son:
0, 1, 2, 3, 4
Se redondea por DEFECTO
- Si los dígitos NO significativos son:
5, 6, 7, 8, 9
Se redondea por EXCESO

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





NOTACIÓN CIENTÍFICA

- Representación de los números en función de las potencias de 10
- La forma ESTÁNDAR o normalizada de expresar un número en notación científica es con un solo dígito significativo a la izquierda de la coma decimal (la cifra a la izquierda de la coma tiene un solo dígito en valor absoluto entre 1 y 9 ambos inclusive)

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



NOTACIÓN CIENTÍFICA

- Existe también otra forma normalizada de la notación científica que exige que todos los dígitos significativos aparezcan a la derecha del punto decimal (cifra con todos los dígitos decimales)
- Y además una notación científica “INGENIERIL” donde el exponente de la potencia de 10 debe ser un múltiplo de 3 (positivo o negativo) y la cifra a la izquierda de la coma debe estar, en valor absoluto, comprendida entre 1 y 999 ambos inclusive.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





NOTACIÓN CIENTÍFICA

MEDIDA $\rightarrow 23456 \pm 1$

ESTÁNDAR $\rightarrow (2,3456 \pm 0,0001) 10^4$

ESTÁNDAR (OTRO) $\rightarrow (0,23456 \pm 0,00001) 10^5$

"INGENIERIL" $\rightarrow (23,456 \pm 0,001) 10^3$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



CIFRAS SIGNIFICATIVAS

EJEMPLO (Cifra de mayor peso $\neq 1$):

- ERROR1 = 0,03721 u

- ERROR2 = 0,03123 u

ERROR1 = **0,04**

Primera cifra significativa \longrightarrow **3** REDONDEO \longrightarrow **4**

Segunda cifra significativa \longrightarrow **7**

ERROR2 = **0,03**

Primera cifra significativa \longrightarrow **3** REDONDEO \longrightarrow **3**

Segunda cifra significativa \longrightarrow **1**

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





CENTÉSIMAS

EXPRESIÓN DE LA
MEDIDA

EJEMPLO:

- ERROR1 = 0,04 u
- MEDIDA1 = 6,0723 u

MEDIDA1 = **6,07**

Última cifra significativa $\xrightarrow{\text{CENTÉSIMAS}}$ 7 $\xrightarrow{\text{REDONDEO}}$ 7
 Primera cifra no significativa \longrightarrow 2

La expresión correcta de la MEDIDA1 será:

$$\mathbf{M = 6,07 \pm 0,04 \text{ Unidades SI}}$$

o también: $\mathbf{M = (607 \pm 4) \cdot 10^{-2} \text{ Unidades SI}}$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



CENTÉSIMAS

EXPRESIÓN DE LA
MEDIDA

EJEMPLO:

- ERROR2 = 0,03 u
- MEDIDA2 = 6,0774 u

MEDIDA2 = **6,08**

Última cifra significativa $\xrightarrow{\text{CENTÉSIMAS}}$ 7 $\xrightarrow{\text{REDONDEO}}$ 8
 Primera cifra no significativa \longrightarrow 7

La expresión correcta de la MEDIDA1 será:

$$\mathbf{M = 6,08 \pm 0,03 \text{ Unidades SI}}$$

o también: $\mathbf{M = (608 \pm 3) \cdot 10^{-2} \text{ Unidades SI}}$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





CIFRAS SIGNIFICATIVAS

EJEMPLO (Cifra de mayor peso =1):

- ERROR3 = 0,01721 u
- ERROR4 = 0,01263 u

ERROR3 = **0,017**

Segunda cifra significativa \longrightarrow 7 $\xrightarrow{\text{REDONDEO}}$ 7

Tercera cifra significativa \longrightarrow 2

ERROR4 = **0,013**

Segunda cifra significativa \longrightarrow 2 $\xrightarrow{\text{REDONDEO}}$ 3

Tercera cifra significativa \longrightarrow 6

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval



EXPRESIÓN DE LA
MEDIDA

EJEMPLO: **MILÉSIMAS**

- ERROR3 = 0,017 u
- MEDIDA3 = 6,0723 u

MEDIDA3 = **6,072**

Última cifra significativa $\xrightarrow{\text{MILÉSIMAS}}$ 2 $\xrightarrow{\text{REDONDEO}}$ 2

Primera cifra no significativa \longrightarrow 3

La expresión correcta de la MEDIDA3 será:

$$\mathbf{M = 6,072 \pm 0,017 \text{ Unidades SI}}$$

o también: $\mathbf{M = (6072 \pm 17) \cdot 10^{-3} \text{ Unidades SI}}$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física I
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval





EXPRESIÓN DE LA
MEDIDA

EJEMPLO: **MILÉSIMAS**
 • ERROR₄ = 0,013 u
 • MEDIDA₄ = 6,0775 u

MEDIDA₄ = **6,078**

Última cifra significativa $\xrightarrow{\text{MILÉSIMAS}}$ **7** $\xrightarrow{\text{REDONDEO}}$ **8**
 Primera cifra no significativa \longrightarrow **5**

La expresión correcta de la MEDIDA₄ será:

$$\mathbf{M = 6,078 \pm 0,013 \text{ Unidades SI}}$$

o también: $\mathbf{M = (6078 \pm 13) \cdot 10^{-3} \text{ Unidades SI}}$

J.C. Jiménez Sáez
 S. Ramírez de la Piscina Millán
 U.D. Física I
 Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

