ELECTRODINÁMICA

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

Curso 2014/15

ÍNDICE

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ÍNDICE

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ÍNDICE

APLICACIONES

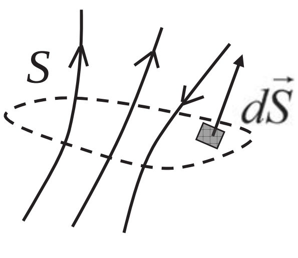
J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ÍNDICE

APLICACIONES

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

FLUJO MAGNÉTICO



El flujo del vector inducción magnética $\vec{B}$, a través de una superficie, se denomina flujo magnético y su expresión es:

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

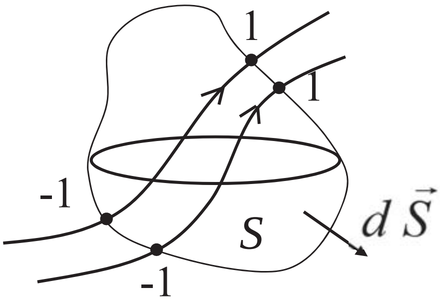
$$\phi = 2 - 1 = 1$$

Contabiliza las líneas de campo que pasan por S, por tanto, mide su intensidad en la superficie.

En el SI la unidad de flujo magnético es el weber (símbolo Wb). Por ello, el campo $\vec{B}$ también se puede expresar en Wb/m^2.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

FLUJO MAGNÉTICO



$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \rightarrow \phi = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Propiedad: Si la superficie es cerrada el flujo es cero

⇓

No nacen ni mueren líneas dentro

⇓

No hay fuentes

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

DENSIDAD DE CORRIENTE EN UN CAMPO MAGNÉTICO

Un campo eléctrico $\vec{E}$ y uno magnético $\vec{B}$ y un conductor en movimiento con velocidad $\vec{v}$ dan lugar a una densidad de corriente de cargas libres (electrones).

$$\vec{J} = q_e n_e \vec{u}$$

Velocidad promedio de cargas en el *dv*

Carga del electrón (negativa)

Número de cargas por unidad de volumen

Fuerza de Lorentz:

$$\vec{u} \ \alpha \ q_e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

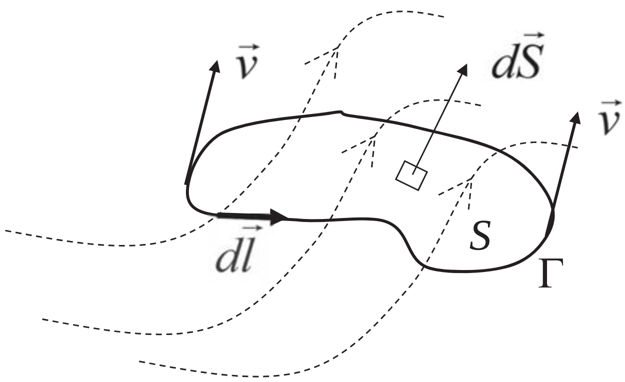
J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

DENSIDAD DE CORRIENTE EN UN CAMPO MAGNÉTICO

Si un conductor se mueve en una región donde existe un campo magnético:

$$\vec{J} = \sigma_c(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

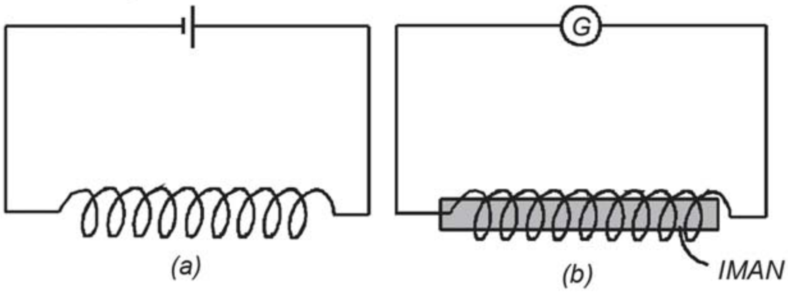
Velocidad local del conductor



J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

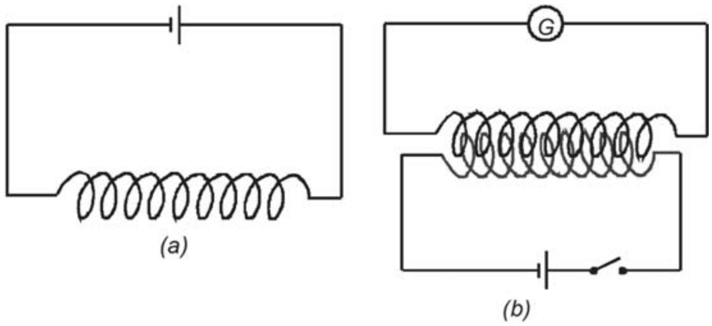
A diferencia de la magnetostática, estudia efectos que se deben a la variación de la intensidad con el tiempo. En magnetostática vimos como el circuito *(a)* producía un campo magnético.



Por el galvanómetro del circuito *(b)* no pasa corriente.
Al introducir o sacar el imán del solenoide, se observa una corriente en el galvanómetro (intensidad inducida) que cesa cuando cesa el movimiento del imán.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

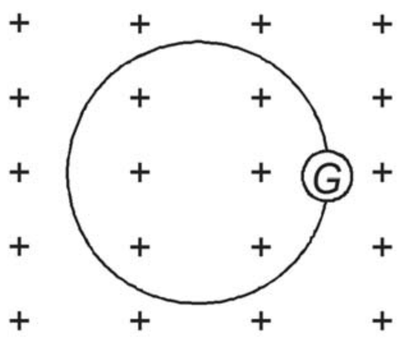


Lo mismo ocurre si en lugar del imán se pone otro circuito por el que circula corriente constante. Por el galvanómetro tampoco pasa corriente.

El galvanómetro detecta paso de corriente en los períodos de apertura y cierre del interruptor, cuando la intensidad de corriente es variable y, por tanto, también lo es el campo magnético que produce.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA



Si en un campo magnético uniforme colocamos una espira rígida y estacionaria, vemos que por ella no pasa corriente ninguna ya que el galvanómetro no la detecta.

El galvanómetro detectaría paso de corriente si deformamos la espira, la hacemos girar o hacemos que varíe el campo magnético con el tiempo.

En todos los ejemplos anteriores existe un flujo magnético variable en el tiempo

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

En los experimentos descritos, el paso de corriente por el galvanómetro está asociado a algo común a todos ellos:

La variación con el tiempo del flujo magnético a través de los circuitos.

Experimentalmente, se comprueba que la f.e.m. inducida en el circuito coincide con la variación temporal del flujo magnético que lo atraviesa:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

La f.e.m. inducida en un circuito eléctrico es igual a la variación, cambiada de signo, con respecto al tiempo del flujo magnético que atraviesa la superficie limitada por el circuito

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

Esta importante ley del electromagnetismo es experimental e independiente de cualesquiera otras y no se puede deducir de ellas.

Aplicación:
Funcionamiento de motores y generadores eléctricos.

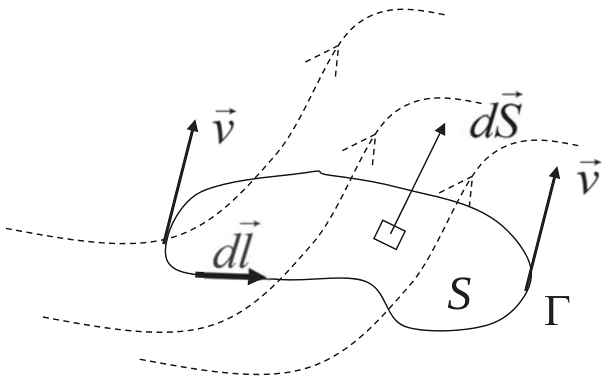
J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

$$\oint_{\Gamma} \vec{\xi}_m \cdot d\vec{l} = \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Campo motriz de origen electromagnético

Superficie limitada por Γ



J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

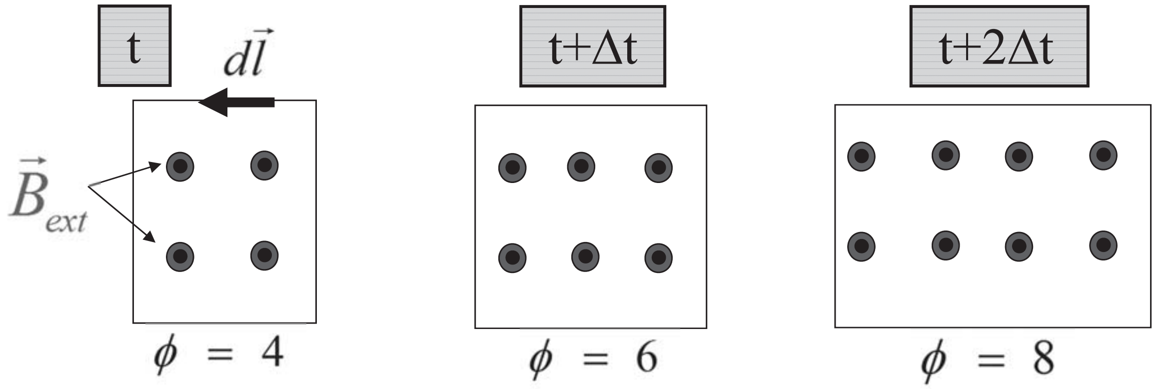
El signo negativo que aparece en la ley de Faraday indica que la f.e.m. inducida es de tal sentido que tiende a oponerse al cambio en el flujo.
Así, cuando en un circuito aumentamos (disminuimos) el flujo magnético, la f.e.m. que se induce y la intensidad subsiguiente crea un campo magnético cuyo flujo es contrario al aumento (disminución) que estamos produciendo.
Este hecho es un caso particular de una ley más general, que se denomina **ley de Lenz** y cuyo enunciado es

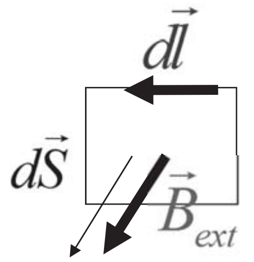
> Siempre que se produce un cambio en un sistema magnético, ocurre algo que tiende a oponerse a tal cambio

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

Si no se verificase la ley de Faraday:





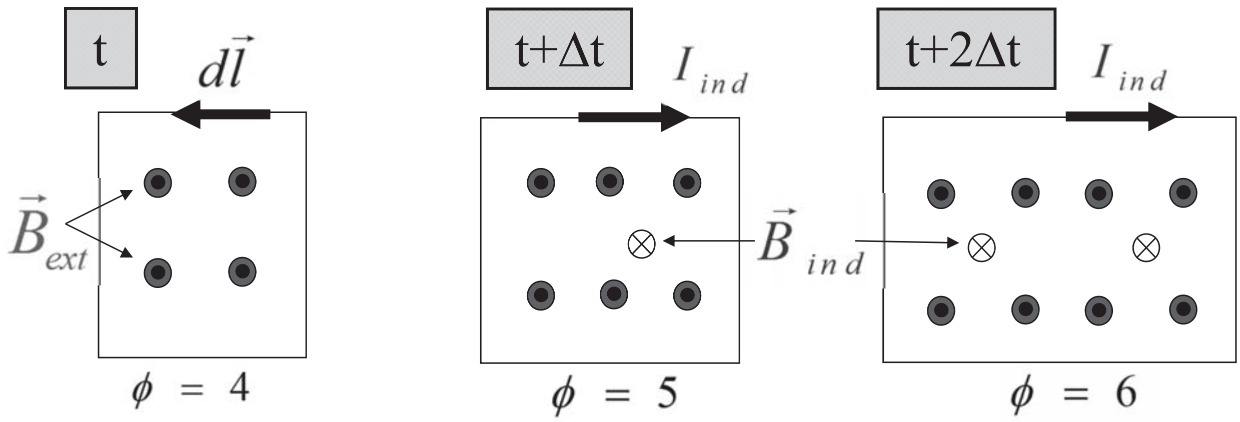
Sentido de flujo positivo

$$\phi > 0$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

En realidad se induce I_{ind}, que genera $\vec{B}_{ind}$, que se opone al cambio de flujo.



El flujo aumenta $\left(d\phi/dt > 0\right)$, la densidad de corriente intensidad se opone al $d\vec{l}$

$$\varepsilon = \oint_{\Gamma} \vec{\xi}_m \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi}{dt} < 0 \Rightarrow \vec{\xi}_m \uparrow\downarrow d\vec{l}\,; \quad \vec{J} \uparrow\downarrow d\vec{l}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millàn
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE MAXWELL DE LA INDUCCIÓN

CIRCUITO FIJO, SIN PILAS Y $\vec{B}$ VARIABLE $\vec{v} = \vec{0}; \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq \vec{0}$

Para que se cumpla la ley de Faraday debe verificarse:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &= \oint_\Gamma \vec{E}_m \cdot d\vec{l} = \int_S \nabla \times \vec{E}_m \cdot d\vec{S} \\ \varepsilon &= -\frac{d\phi}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \end{aligned}\right\} \quad \int_S \nabla \times \vec{E}_m \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\boxed{\nabla \times \vec{E}_m = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

Dado que S puede ser cualquier superficie que subtienda la curva (circuito), esta ecuación vale para cualquier punto.

El campo electromotor no deriva de un potencial, pues no es conservativo

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE MAXWELL DE LA INDUCCIÓN

El campo eléctrico es suma del electrostático y el electromotor:

$$\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}_m$$

$$\nabla \times \vec{E}_e = \vec{0}$$

$$\nabla \times \vec{E}_m = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Queda por tanto: $$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

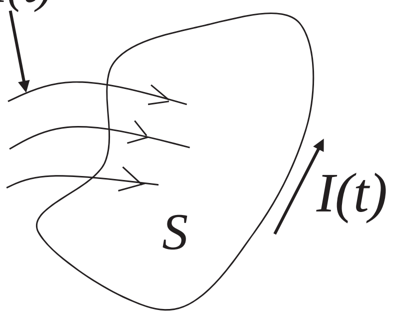
El campo eléctrico rodea las variaciones de campo magnético

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

COEFICIENTE DE AUTOINDUCCIÓN

$$Si\ en\ \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J},\ se\ dobla\ I \rightarrow se\ dobla\ \vec{J} \rightarrow se\ dobla\ \vec{B} \rightarrow \vec{B}\ \alpha\ I$$

Campo producido por $I(t)$



En un circuito aislado, rígido y estacionario la variación del flujo se debe solo a la variación con el tiempo de la intensidad que lo recorre

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = L\ I$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

COEFICIENTE DE AUTOINDUCCIÓN

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\phi}{dI}\frac{dI}{dt} = -L\,\frac{dI}{dt}$$

L=coeficiente de autoinducción
Unidad SI: Henrio (H=Ωs)

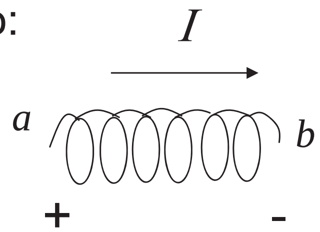
$$\left[L\right] = \left[\varepsilon\right]\left[t\right]\left[I\right]^{-1} = L^2 M T^{-2} I^{-2}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

COEFICIENTE DE AUTOINDUCCIÓN

En un circuito:

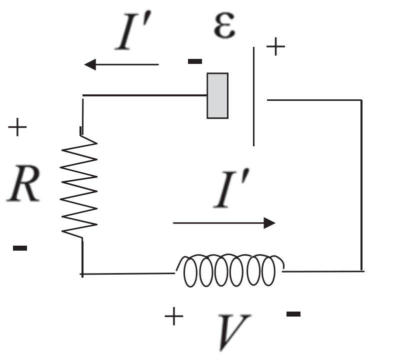
Símbolo



$$V = L\frac{dI}{dt}$$

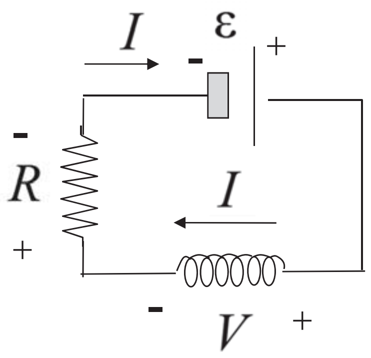
En circuitos por donde entra la intensidad se coloca el borne positivo

En el estado estacionario la caída de potencial en la bobina es nula



$$\varepsilon + V + RI' = 0$$

$$\varepsilon + L\frac{dI'}{dt} + RI' = 0$$

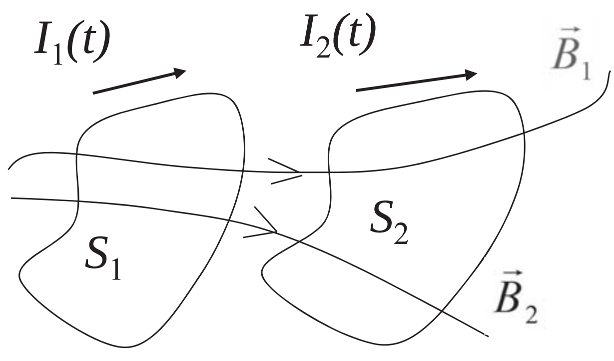


$$\varepsilon - V - RI = 0$$

$$\varepsilon - L\frac{dI}{dt} - RI = 0$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

COEFICIENTE DE INDUCCIÓN MUTUA



$$\phi_{11} = \int_{S_1} \vec{B}_1(I_1)\cdot d\vec{S}_1$$

Flujo a través de S_1 producido por el campo $\vec{B}_1$ que genera I_1

$$\phi_{12} = \int_{S_1} \vec{B}_2(I_2)\cdot d\vec{S}_1$$

Flujo a través de S_1 producido por el campo $\vec{B}_2$ que genera I_2

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} = L_1 I_1 + \int_{S_1} \vec{B}_2(\vec{r}_1)\cdot d\vec{S}_1$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

COEFICIENTE DE INDUCCIÓN MUTUA

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} = L_1 I_1 + \int_{S_1} \vec{B}_2(\vec{r}_1) \cdot d\vec{S}_1$$

$$\vec{B}_2 = \nabla \times \vec{A}_2 \;,, \qquad \vec{A}_2(\vec{r}_1) = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \oint_{\Gamma_2} \frac{d\vec{l}_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

$$\phi_{12} = \int_{S_1} \nabla \times \vec{A}_2 \cdot d\vec{S}_1 = \oint_{\Gamma_1} d\vec{l}_1 \cdot \vec{A}_2 = I_2 \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma_1} d\vec{l}_1 \cdot \oint_{\Gamma_2} \frac{d\vec{l}_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \right) = M_{12} I_2$$

Por simetría: $\phi_2 = \phi_{22} + \phi_{21} = L_2 I_2 + M_{21} I_1$

Se puede ver fácilmente que: $M_{21} = M_{12} \equiv M$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

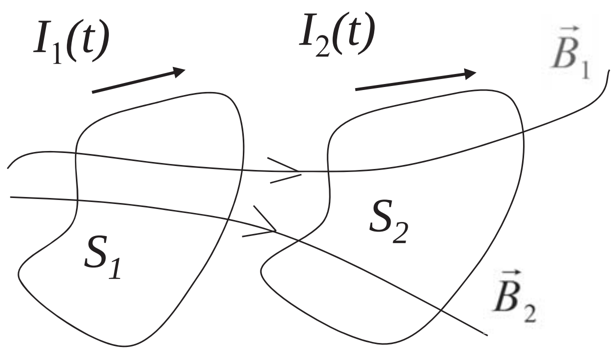
COEFICIENTE DE INDUCCIÓN MUTUA

M = Coeficiente de Inducción Mutua

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} = L_1 I_1 + M I_2$$

Usando la Ley de Faraday: $\varepsilon_1 = -L_1 \dfrac{dI_1}{dt} - M \dfrac{dI_2}{dt}$

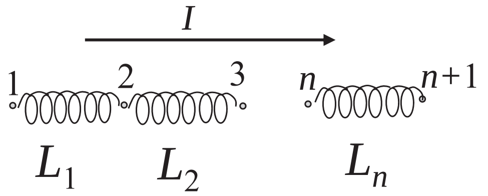
Análogamente: $\varepsilon_2 = -L_2 \dfrac{dI_2}{dt} - M \dfrac{dI_1}{dt}$

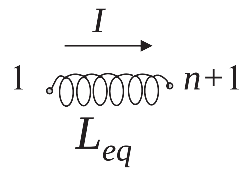


J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

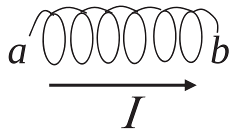
ASOCIACIÓN DE INDUCTANCIAS

SERIE





Símbolo



$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

$$\varepsilon_1 = -L_1(dI/dt)$$
$$\varepsilon_2 = -L_2(dI/dt)$$
$$\vdots$$
$$\varepsilon_n = -L_n(dI/dt)$$

$$\sum_i \varepsilon_i = -L_{eq}\frac{dI}{dt}$$

$$\varepsilon_1+\varepsilon_2+..+\varepsilon_n = -(L_1+L_2+...+L_n)(dI/dt)$$

$$\boxed{L_{eq} = L_1+L_2+...+L_n}$$

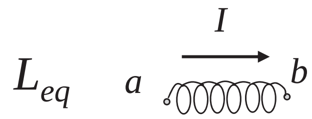
La inductancia equivalente es suma de inductancias

Nota: Se supone que no hay acoplamiento entre inductancias

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

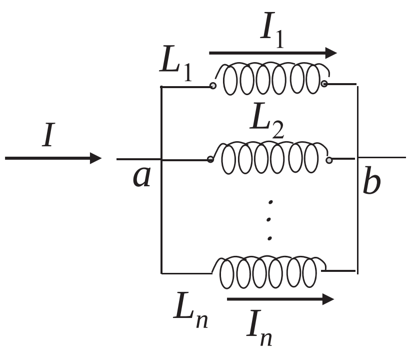
ASOCIACIÓN DE INDUCTANCIAS

PARALELO



$$\varepsilon = -L_{eq}(dI/dt)$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{\varepsilon}{L_{eq}}$$



$$dI_1/dt = -\frac{\varepsilon}{L_1}$$

$$dI_2/dt = -\frac{\varepsilon}{L_2}$$

$$dI/dt = -\frac{\varepsilon}{L_n}$$

$$dI/dt = dI_1/dt + dI_2/dt + ... + dI_n/dt = -\varepsilon\left(\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+...+\frac{1}{L_n}\right)$$

$$\boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+...+\frac{1}{L_n}}$$

La inversa de la inductancia equivalente es suma de inversa de inductancias

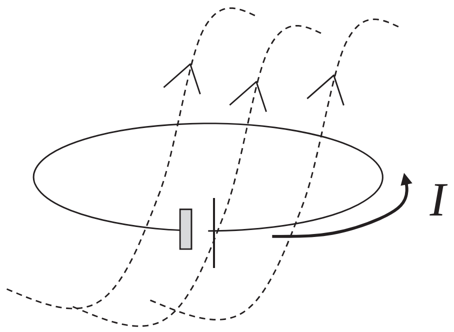
Nota: Se supone que no hay acoplamiento entre inductancias

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ENERGÍA MAGNÉTICA

En un circuito con pila de fem ε y resistencia R se verifica:

$$\varepsilon - L(dI/dt) = RI$$



Para transportar una carga dq a lo largo del circuito:

$$dW = \varepsilon dq = \varepsilon I dt = RI^2 dt + L\frac{dI}{dt} I dt$$

$$dW = RI^2 dt + \frac{d\phi}{dt} I dt$$

Energía magnética: $dU_m = I d\phi \rightarrow U_m = \int_0^I I\, L dI = \frac{1}{2} L I^2$

Se utiliza en variar el flujo que atraviesa el circuito

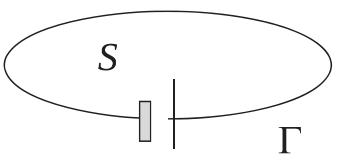
J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ENERGÍA MAGNÉTICA

En la autoinducción, el campo eléctrico es la fuente de energía del campo magnético. Este se crea y crece a partir del campo eléctrico.

$$\phi = LI \rightarrow U_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} I\phi$$

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S \nabla \times \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_\Gamma \vec{A} \cdot d\vec{l}$$



$$U_m = \frac{1}{2} \int_\Gamma \vec{A} \cdot I d\vec{l}$$

Generalizando:

$$U_m = \frac{1}{2} \int_V \vec{A} \cdot \vec{J} dv \longrightarrow U_m = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \cdot \vec{H} dv$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ENERGÍA MAGNÉTICA

Demostración: $$U_m = \frac{1}{2}\int_{v} \vec{A}\cdot\vec{J}dv$$

$$U_m = \frac{1}{2}\int_{v} \vec{A}\cdot\nabla\times\vec{H}\,dv = \frac{1}{2}\int_{v} \vec{H}\cdot\nabla\times\vec{A}\,dv - \frac{1}{2}\int_{v}\nabla\cdot(\vec{A}\times\vec{H})\,dv$$

Y como: $$\nabla\cdot(\vec{a}\times\vec{b}) = \vec{b}\nabla\times\vec{a} - \vec{a}\cdot\nabla\times\vec{b}$$

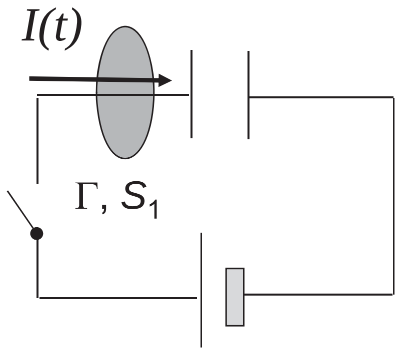
$$U_m = \frac{1}{2}\int_{v} \vec{H}\cdot\nabla\times\vec{A}\,dv \underbrace{- \frac{1}{2}\int_{S}(\vec{A}\times\vec{H})\cdot d\vec{S}}_{0} = \frac{1}{2}\int_{v}\vec{H}\cdot\vec{B}\,dv$$

Se comprueba que es cero si v cubre todo el espacio para una distribución finita de carga ya que $A\sim 1/r$, $H\sim 1/r^2$ y $dS\sim r^2$

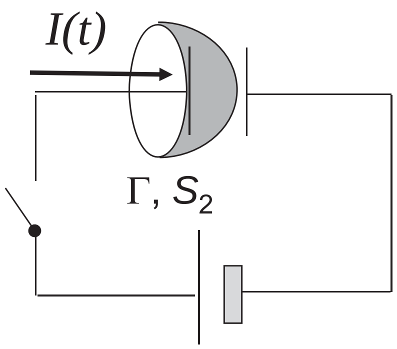
J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CORRIENTE DE DESPLAZAMIENTO

Tenemos una corriente no estacionaria:



$$\nabla\times\vec{H} = \vec{J}$$



$$\oint_{\Gamma}\vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_{S_1}\vec{J}\cdot d\vec{S} = I(t) \quad \not\Leftrightarrow \quad \oint_{\Gamma}\vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_{S_2}\vec{J}\cdot d\vec{S} = 0$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CORRIENTE DE DESPLAZAMIENTO

En el interior del condensador es necesario introducir una densidad de corriente “de desplazamiento J_d” para evitar la contradicción.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_d$$

$$\int_{S_1} \vec{J}_d \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\int_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{S_2} \vec{J}_d \cdot d\vec{S} = I(t)$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CORRIENTE DE DESPLAZAMIENTO

Probemos que la densidad de corriente de desplazamiento es: $\vec{J}_d = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Superficie cerrada

$S = S_1 + S_2$

$$\int_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{S_2} \vec{J}_d \cdot d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{J}_d \cdot d\vec{S} + \overbrace{\int_{S_1} \vec{J}_d \cdot d\vec{S}}^{0} = \oint_{S} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t} \int_{S} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathrm{v}} \nabla \cdot \vec{D} d\mathrm{v} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathrm{v}} \rho d\mathrm{v} = \frac{\partial q}{\partial t} = I(t)$$

Teorema de Ampère generalizado (ley de Ampère-Maxwell): $\boxed{\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CONSERVACIÓN DE LA CARGA ELÉCTRICA

En corrientes estacionarias se tenía que:

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0$$

No se producen acumulaciones de carga. Si existe exceso está en la superficie.

$$\rho = \varepsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \frac{\nabla \cdot \vec{J}}{\sigma_c} = 0 \rightarrow \rho = 0$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CONSERVACIÓN DE LA CARGA ELÉCTRICA

En corrientes no estacionarias se tiene que:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_d \rightarrow 0 = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \cdot (\vec{J} + \vec{J}_d)$$

$$0 = \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) = \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \vec{D})$$

Ley de conservación de la carga:

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

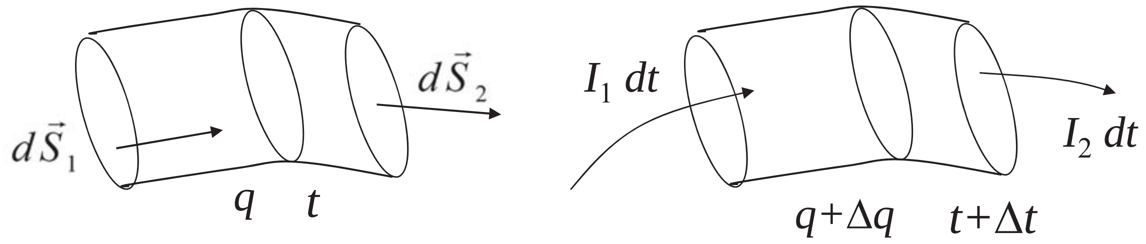
J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CONSERVACIÓN DE LA CARGA ELÉCTRICA

En forma integral:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathrm{v}} \rho \, d\mathrm{v} = -\int_{\mathrm{v}} \nabla \cdot \vec{J} d\mathrm{v} = -\oint_{S} \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

Si la carga contenida en un volumen v cambia de q a $q+\Delta q$ en un intervalo Δt, una cantidad neta $\Delta q = -I\,dt$ habrá atravesado la superficie cerrada S, frontera de v con el exterior en un tiempo Δt.



$$\Delta q = -\Delta t\left(\int_{S_1} \vec{J} \cdot (-d\vec{S}_1) + \int_{S_2} \vec{J} \cdot d\vec{S}_2\right) = +I_1 dt - I_2 dt$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIONES DE MAXWELL EN FORMA DIFERENCIAL

Ley de Gauss:
Las líneas de campo nacen y mueren en las cargas

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{D} = \rho}$$

Ley de Gauss para $\vec{B}$:
Las líneas de campo son cerradas

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{B} = 0}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIONES DE MAXWELL EN FORMA DIFERENCIAL

Ley de Faraday-Henry:
El campo eléctrico rodea a las variaciones con el tiempo de campo magnético

$$\boxed{\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

Ley de Ampère-Maxwell:
El campo magnético rodea a las densidades de corriente y a las variaciones con el tiempo de desplazamiento eléctrico

$$\boxed{\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIONES DE MAXWELL EN FORMA INTEGRAL

Ley de Gauss

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

Ley de Gauss para el campo magnético

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIONES DE MAXWELL EN FORMA INTEGRAL

Ley de Faraday-Henry

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Ley de Ampère-Maxwell

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I + \frac{d}{dt}\int_{S} \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

RELACIÓN DEL CAMPO ELÉCTRICO CON LOS POTENCIALES

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

$$\nabla \times \vec{E} = \nabla \times \vec{E}_m = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \vec{A})$$

$$\nabla \times \vec{E}_m = -\nabla \times \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right)$$

$$\vec{E}_m = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}_m = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

CAMPO ELECTROSTÁTICO y ELECTROMOTOR

$$\nabla \times \vec{E}_e = 0; \quad \nabla \times \vec{E}_m = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho + \rho_p}{\varepsilon_0} \rightarrow \nabla \cdot (\vec{E}_e + \vec{E}_m) = \frac{\rho + \rho_p}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{E}_e - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{A} = \frac{\rho + \rho_p}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \vec{E}_e = \frac{\rho + \rho_p}{\varepsilon_0}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ELECTROSTÁTICA Y MAGNETOSTÁTICA

(La resolución de las ecuaciones de Maxwell y de la fuerza de Lorentz corresponden a la electrodinámica clásica)

Electrostática

$$\vec{J} = \vec{0} \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0} \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad \nabla \times \vec{E} = \vec{0} \longrightarrow \vec{E} \neq \vec{E}(t)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \nabla \times \vec{B} = \vec{0} \longrightarrow \vec{B} = \vec{0}$$

Conocido ρ se puede hallar $\vec{E}$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ELECTROSTÁTICA Y MAGNETOSTÁTICA

Magnetostática

$$\rho = 0 \quad \vec{J} \neq \vec{0} \quad \vec{J} \neq \vec{J}(t) \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0} \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \qquad \nabla \times \vec{E} = \vec{0} \longrightarrow \vec{E} = \vec{0}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} \longrightarrow \vec{B} \neq \vec{B}(t)$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0$$

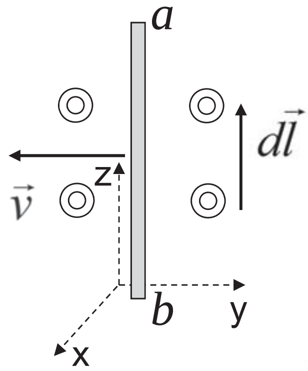
Conocido $\vec{J}$ se puede hallar $\vec{B}$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

DENSIDAD DE CORRIENTE EN UN CAMPO MAGNÉTICO

VARILLA CONDUCTORA EN MOVIMIENTO EN EL SENO DE UN CAMPO MAGNÉTICO

$$\vec{B} = B_0 \, \vec{i}$$



Las cargas negativas se acumulan abajo debido a la fuerza magnética. En el estado estacionario, sobre una carga no existe fuerza :

$$q_e \vec{E}_e + q_e \vec{v} \times \vec{B} = 0$$

También: $\vec{J} = \sigma_c (\vec{E}_e + \vec{v} \times \vec{B}) = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_e = -\vec{v} \times \vec{B}$

$$\vec{E}_e = vB(-\vec{k})$$

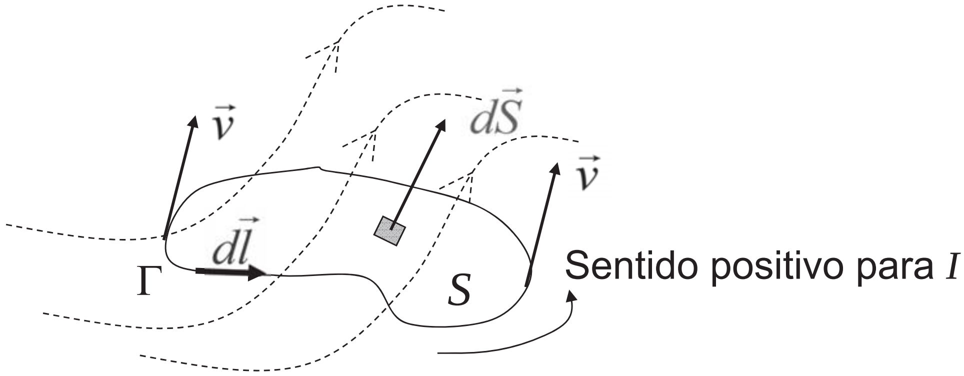
$$V_a - V_b = -\int_0^L E_e dz = vBL$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

VARIACIÓN DE FLUJO EN UN SISTEMA EN MOVIMIENTO

$$\vec{v} \neq \vec{0}; \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$$



La variación de flujo en un sistema en movimiento verifica:

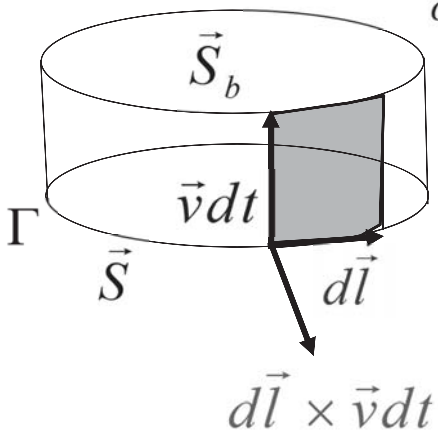
$$-\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}\right) = \oint_\Gamma (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

VARIACIÓN DE FLUJO EN UN SISTEMA EN MOVIMIENTO

$$\vec{v} \neq \vec{0}; \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$$



$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\int_{S_b} \vec{B}(t+dt)\cdot d\vec{S}_b - \int_S \vec{B}(t)\cdot d\vec{S}}{dt}$$

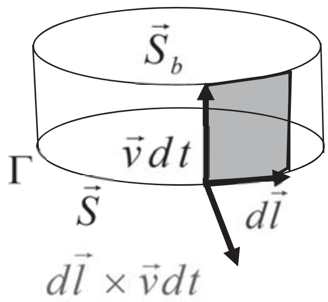
J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN
DE FARADAY

VARIACIÓN DE FLUJO EN UN SISTEMA EN MOVIMIENTO

$$\vec{v} \neq \vec{0}; \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$$

El flujo en la superficie cerrada de la figura, de altura $\vec{v}\,dt$, es cero:



$$\int_{S_b} \vec{B}(t+dt)\cdot d\vec{S}_b - \int_S \vec{B}(t+dt)\cdot d\vec{S} + dt\int_\Gamma \vec{B}(t+dt)\cdot(d\vec{l}\times\vec{v}) = 0$$

$$dt\int_\Gamma \vec{B}(t+dt)\cdot(d\vec{l}\times\vec{v}) = dt\int_\Gamma (\vec{v}\times\vec{B}(t+dt))\cdot d\vec{l} =$$

Propiedad cíclica del producto mixto

$$= dt\int_S \nabla\times(\vec{v}\times\vec{B}(t+dt))\cdot d\vec{S} \approx dt\int_S \nabla\times(\vec{v}\times\vec{B}(t))\cdot d\vec{S}$$

Teorema de Stokes

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN
DE FARADAY

VARIACIÓN DE FLUJO EN UN SISTEMA EN MOVIMIENTO

$$\vec{v} \neq \vec{0}; \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$$

Con MÁS APROXIMACIÓN:

$$\vec{B}(t+dt)\cdot d\vec{S} = \vec{B}(t)\cdot d\vec{S} + \frac{\partial}{\partial t}(\vec{B}(t)\cdot d\vec{S})dt$$

Sustituyendo:

$$\int_{S_b} \vec{B}(t+dt)\cdot d\vec{S}_b - \int_S \vec{B}(t)\cdot d\vec{S} - dt\int_S \frac{\partial\vec{B}(t)}{\partial t}\cdot d\vec{S} + dt\int_S \nabla\times(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{S} = 0$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \int_S \frac{\partial\vec{B}(t)}{\partial t}\cdot d\vec{S} - \int_S \nabla\times(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{S}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \int_S \frac{\partial\vec{B}(t)}{\partial t}\cdot d\vec{S} - \oint_\Gamma (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

CIRCUITO CON VELOCIDAD $\vec{v}$, SIN PILAS Y $\vec{B}$ ESTACIONARIO

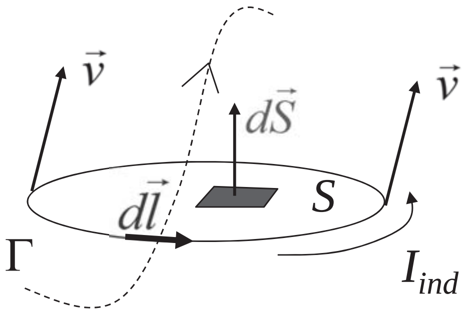
$$\vec{v} \neq \vec{0}; \qquad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$$

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon = RI_{ind} = \oint_\Gamma \frac{\vec{J}\cdot d\vec{l}}{\sigma_c} = \overbrace{\oint_\Gamma \vec{E}_e \cdot d\vec{l}}^{0} + \oint_\Gamma \vec{E}_m \cdot d\vec{l} + \oint_\Gamma (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} \\ &\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = \oint_\Gamma (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} \end{aligned}\right\}$$

Debe verificarse:

$$\varepsilon = \oint_\Gamma (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E}_m = \vec{0}$$



J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

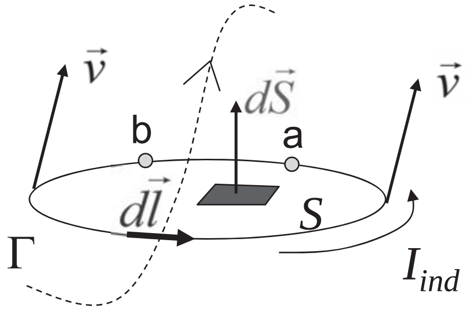
CIRCUITO CON VELOCIDAD $\vec{v}$, SIN PILAS Y $\vec{B}$ ESTACIONARIO

$$\vec{v} \neq \vec{0}; \qquad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$$

Entre dos puntos a y b del circuito se tiene:

$$R_{ab}I_{ind} = \int_a^b \vec{E}_e \cdot d\vec{l} + \int_a^b (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = -(V_b - V_a) + \int_a^b (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

$$(V_a - V_b) = \int_b^a (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} + R_{ab}I_{ind} = -\varepsilon_{ab} + R_{ab}I_{ind}$$



J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

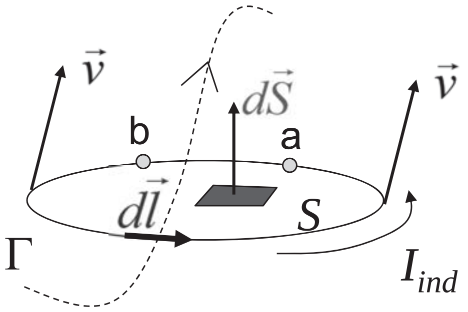
LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

CIRCUITO CON VELOCIDAD $\vec{v}$, SIN PILAS Y $\vec{B}$ ESTACIONARIO

$$\vec{v} \neq \vec{0}; \qquad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$$

Balance de energía para mover un dq con velocidad $\vec{v}$ en el circuito:

$$RI_{ind} = \oint_{\Gamma} (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} \rightarrow RI_{ind}^{2} = -\oint_{\Gamma} \vec{v}\cdot(I_{ind}d\vec{l}\times\vec{B}) = -\frac{dE_c}{dt}+P$$



$$\frac{dE_c}{dt} = \oint_{\Gamma} \vec{v}\cdot\vec{F} + P = \oint_{\Gamma} \vec{v}\cdot(I_{ind}d\vec{l}\times\vec{B}) + P$$

Potencia adicional debida a otra fuerza mecánica que actúe sobre el circuito

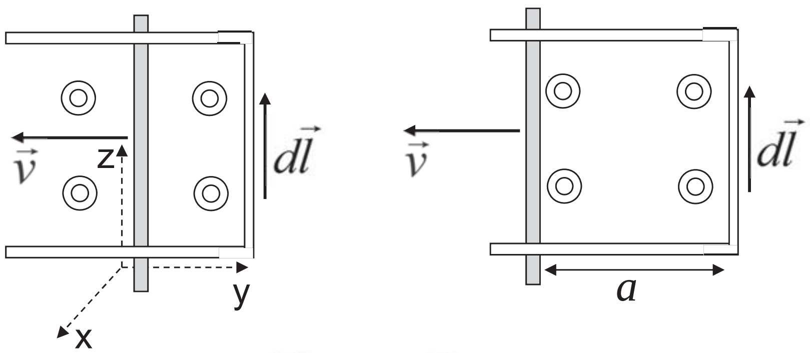
Si P=0, $\vec{B}$ transfiere energía cinética (E_c) del movimiento del circuito en el campo a energía interna por efecto Joule.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

CIRCUITO DEFORMABLE

El sentido del diferencial de superficie es el eje x positivo



$$\vec{B} = B_0\,\vec{i} \qquad \vec{v} = v(-\vec{j})$$

$$\oint_{\Gamma} \frac{\vec{J}\cdot d\vec{l}}{\sigma_c} = \varepsilon = \oint_{\Gamma} (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = \int_{z=L}^{0} vB_0\vec{k}\cdot dz\vec{k} = -vB_0L$$

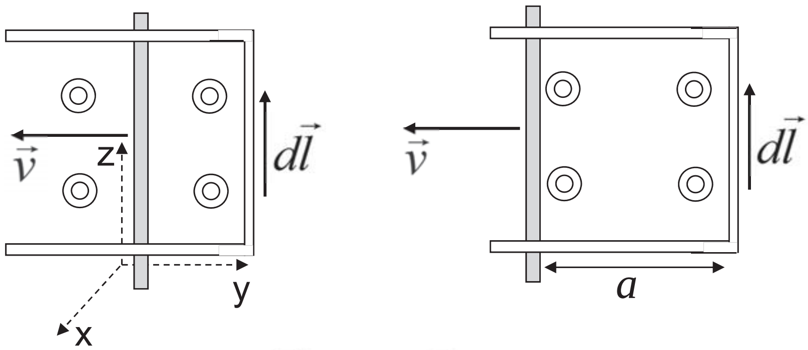
$\vec{J} \uparrow\downarrow d\vec{l}$ La intensidad va en sentido contrario al dibujado

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

CIRCUITO DEFORMABLE

El sentido del diferencial de superficie es el eje x positivo



$$\vec{B} = B_0\, \vec{i} \qquad \vec{v} = v(-\vec{j})$$

Otra forma:

$$\phi = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = B_0 La \rightarrow \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -B_0 L\frac{da}{dt} = -B_0 Lv$$

Ancho

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

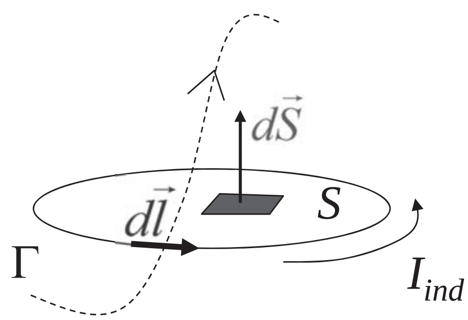
CIRCUITO FIJO, SIN PILAS Y $\vec{B}$ VARIABLE

$$\vec{v} = \vec{0}; \qquad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq \vec{0}$$

$$\varepsilon = RI_{ind} = \oint_\Gamma \frac{\vec{J}\cdot d\vec{l}}{\sigma_c} = \overbrace{\oint_\Gamma \vec{E}_e\cdot d\vec{l}}^{0} + \oint_\Gamma \vec{E}_m\cdot d\vec{l} + \overbrace{\oint_\Gamma (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}}^{0}$$

Campo electromotor

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$



J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

CIRCUITO FIJO, SIN PILAS Y $\vec{B}$ VARIABLE

$$\vec{v} = \vec{0}; \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq \vec{0}$$

Para que se cumpla la ley de Faraday debe verificarse:

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon = \oint_\Gamma \vec{E}_m \cdot d\vec{l} = \int_S \nabla \times \vec{E}_m \cdot d\vec{S} \\ \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \end{array}\right\} \quad \int_S \nabla \times \vec{E}_m \cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

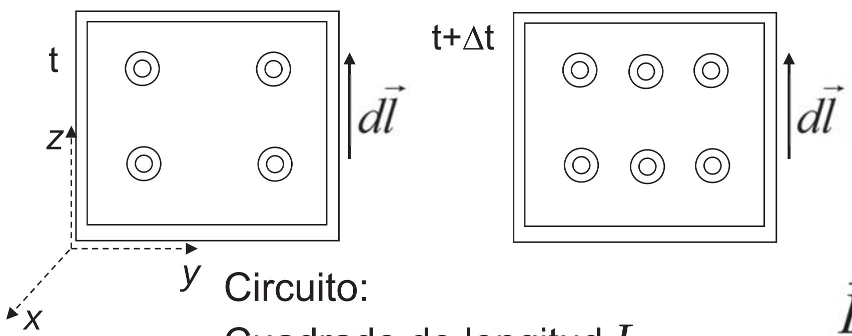
$$\Downarrow$$

$$\nabla \times \vec{E}_m = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

CIRCUITO RÍGIDO EN $\vec{B}$ VARIABLE



El sentido del diferencial de superficie es el eje x positivo

Circuito:
Cuadrado de longitud L

$$\vec{B} = Ct^2 y\,\vec{i}$$

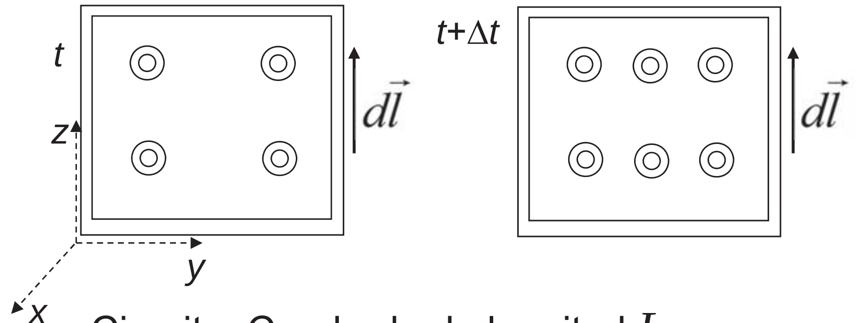
$$\oint_\Gamma \frac{\vec{J} \cdot d\vec{l}}{\sigma_c} = \varepsilon = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = -\int_0^L 2Cty\vec{i} \cdot Ldy\vec{i} = -2CtL\frac{L^2}{2}$$

$\vec{J} \uparrow\downarrow d\vec{l}$ La intensidad va en sentido contrario al dibujado

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

CIRCUITO RÍGIDO EN $\vec{B}$ VARIABLE



El sentido del diferencial de superficie es el eje x positivo

Circuito: Cuadrado de longitud L

$$\vec{B} = Ct^2 y\,\vec{i}$$

Otra forma: $$\phi = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_0^L Ct^2 yL\,dy = Ct^2\frac{L^3}{2}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -2Ct\frac{L^3}{2}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

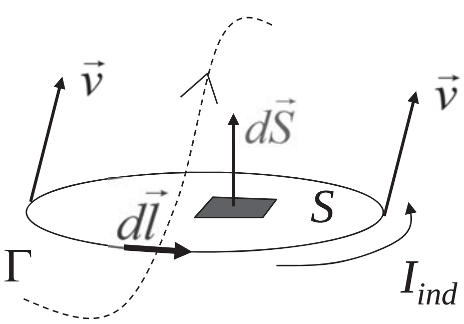
LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

CIRCUITO CON VELOCIDAD $\vec{v}$, SIN PILAS Y $\vec{B}$ ESTACIONARIO

$$\vec{v} \neq \vec{0}; \qquad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \neq \vec{0}$$

$$\varepsilon = RI_{ind} = \oint_\Gamma \frac{\vec{J}\cdot d\vec{l}}{\sigma_c} = \overbrace{\oint_\Gamma \vec{E}_e\cdot d\vec{l}}^{0} + \oint_\Gamma \vec{E}_m\cdot d\vec{l} + \oint_\Gamma (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} + \oint_\Gamma (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$



Debe verificarse:

$$\varepsilon = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} + \oint_\Gamma (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

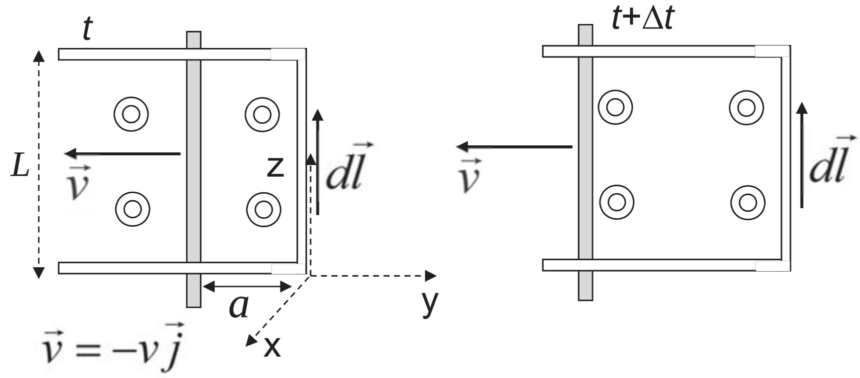
$$\nabla \times \vec{E}_m = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

CIRCUITO DEFORMABLE EN $\vec{B}$ VARIABLE

El sentido del diferencial de superficie es el eje x positivo



$$\vec{B}(y,t) = -Ct^2 y\,\vec{i} \qquad \vec{v} = -v\,\vec{j}$$

$$\varepsilon = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S} + \oint_\Gamma (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l} = \int_{-a}^{0} 2Cty\vec{i}\cdot Ldy\vec{i} + \int_{z=L}^{0} vCt^2a\vec{k}\cdot dz\vec{k}$$

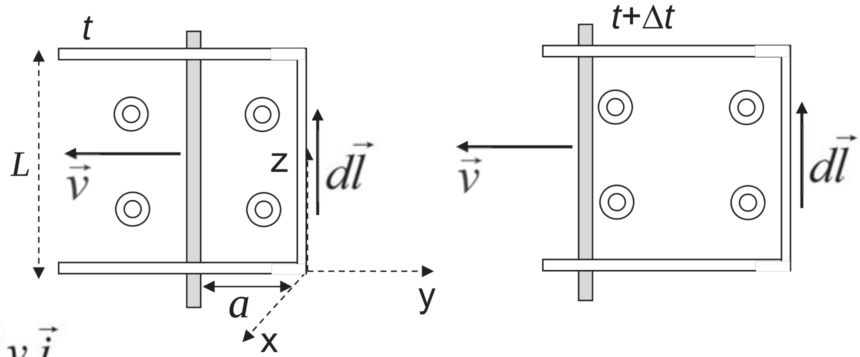
$$\varepsilon = -2CtL\frac{a^2}{2} - vCt^2aL$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

LEY DE INDUCCIÓN DE FARADAY

CIRCUITO DEFORMABLE EN $\vec{B}$ VARIABLE

El sentido del diferencial de superficie es el eje x positivo



$$\vec{B}(y,t) = -Ct^2 y\,\vec{i}$$

Otra forma:

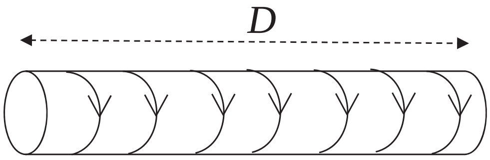
$$\phi = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_{-a}^{0} -Ct^2 yLdy = Ct^2L\frac{a^2}{2}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -2CtL\frac{a^2}{2} - \frac{da}{dt}Ct^2La$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

COEFICIENTE DE AUTOINDUCCIÓN

SOLENOIDE ESTRECHO Y LARGO ($D^2 \gg S$)



$$B = \mu_0 n\, I \longrightarrow \phi_{1\ espira} = \mu_0 nI\ S$$

$$\phi = \phi_{1\ espira} nD = \mu_0 n^2 I\ SD$$

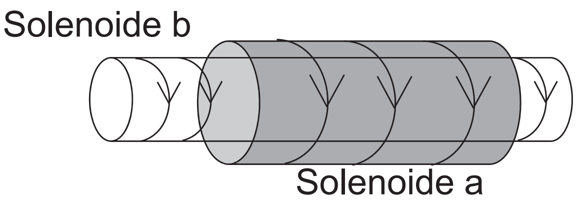
$$L = \frac{\phi}{I} = \mu_0 n^2 \mathrm{v}$$

D = longitud
S = área de espira
v = volumen (DS)
n = número de espiras por unidad de longitud

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

COEFICIENTES DE INDUCCIÓN MUTUA

DOS SOLENOIDES ESTRECHOS Y LARGOS



$$B_a = \mu_0 \frac{N_a}{D_a} I_a$$

Flujo que atraviesa una espira del solenoide “b” producido por “a”:

D = longitud
S = área de espira
N = número de espiras

$$\phi_{a\to b\,1espira} = \mu_0 \frac{N_a}{D_a} I_a S_b$$

En total tenemos flujo en: $\frac{N_b}{D_b} D_a$ espiras

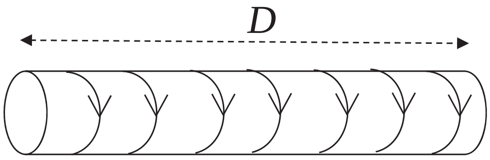
El flujo total en “b” debido a “a”:

$$\phi_{a\to b} = \mu_0 \frac{N_a}{D_a} I_a S_b \frac{N_b}{D_b} D_a = \mu_0 \frac{N_a N_b}{D_b} S_b I_a = MI_a \to M = \mu_0 \frac{N_a N_b}{D_b} S_b$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ENERGÍA MAGNÉTICA

SOLENOIDE ESTRECHO Y LARGO ($D^2 \gg S$)



D = longitud
S = área de espira
v = volumen (DS)
n = número de espiras por unidad de longitud

$$L = \frac{\phi}{I} = \mu_0 n^2 \mathrm{v}$$

$$B = \mu_0 n\, I$$

$$U_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 \mathrm{v} I^2 = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \mathrm{v}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval