CORRIENTES VARIABLES

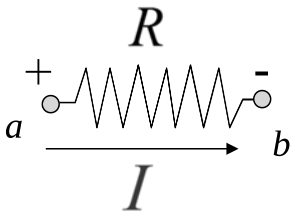
J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ÍNDICE

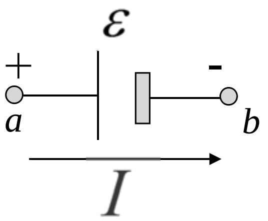
J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

ELEMENTOS DE UN CIRCUITO



$$V_a - V_b = RI \qquad P = RI^2$$



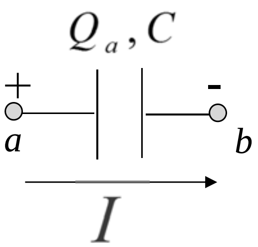
$$V_a - V_b = \varepsilon \qquad P = \varepsilon I$$

Es fundamental el sentido de la intensidad para determinar el signo de la d.d.p en el caso de la resistencia.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

ELEMENTOS DE UN CIRCUITO



$$V_a - V_b = \frac{Q_a}{C} \qquad U_e = \frac{1}{2}\frac{Q_a^2}{C}$$

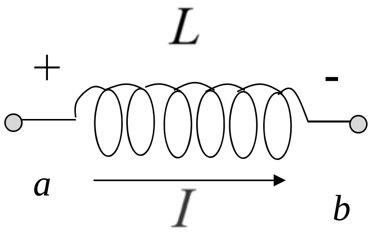
$$I = \frac{dQ_a}{dt} \qquad P = \frac{dU_e}{dt}$$

Es fundamental el sentido de la intensidad para determinar el signo de la d.d.p.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

ELEMENTOS DE UN CIRCUITO



$$V_a - V_b = L\frac{dI}{dt} \qquad U_m = \frac{1}{2}LI^2$$

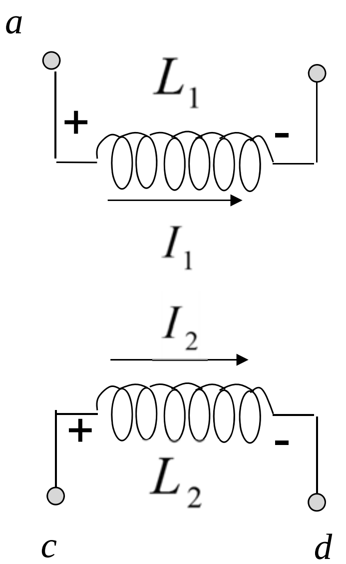
$$P = \frac{dU_m}{dt}$$

Si aumenta la intensidad, se induce una d.d.p. que tiende a contrarrestar el aumento, creando una intensidad en sentido opuesto.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

ELEMENTOS DE UN CIRCUITO



$$V_a - V_b = L_1\frac{dI_1}{dt} + M\frac{dI_2}{dt}$$

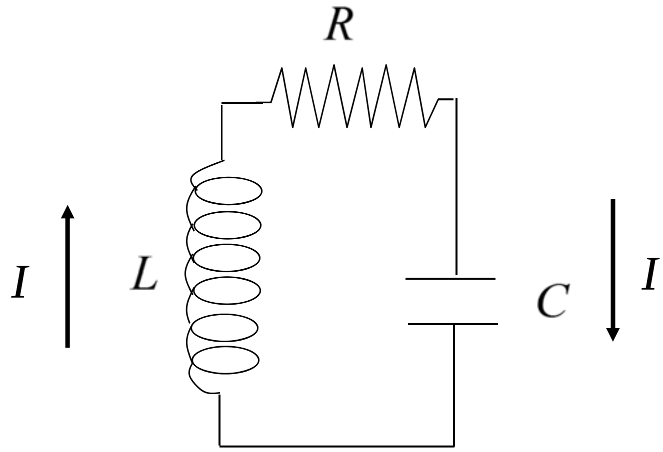
$$V_c - V_d = L_2\frac{dI_2}{dt} + M\frac{dI_1}{dt}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

RESOLUCIÓN DE UN CIRCUITO

1. Asignamos intensidades a cada rama del circuito de forma arbitraria



Circuito RLC

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

RESOLUCIÓN DE UN CIRCUITO

2. Planteamos las ecuaciones de nudos

Número de ecuaciones de nudos = número de nudos-1

Las corrientes alternas que manejamos (50 o 60 Hz) son lentamente variables, por tanto, se pueden considerar estacionarias y aplicar la ley de nudos.

3. Establecemos las malla simples de nuestro circuito

Número de ecuaciones de mallas = número de mallas simples

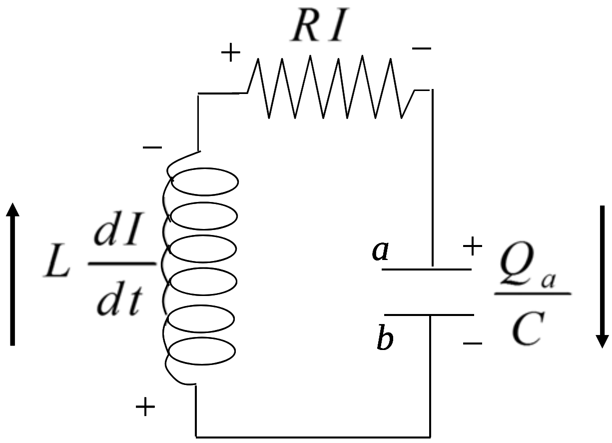
J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

RESOLUCIÓN DE UN CIRCUITO

4. Planteamos las ecuaciones de mallas

Se considera que el potencial es más alto por donde entra la intensidad en el elemento

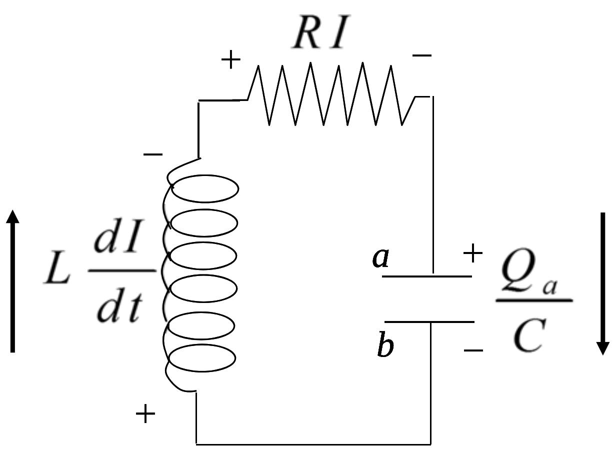


J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

RESOLUCIÓN DE UN CIRCUITO

Se recorre la malla simple en un sentido y se consideran positivas las subidas de potencial y negativas las caídas.



$$RI + \frac{Q_a}{C} + L\,\frac{dI}{dt} = 0$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

RESOLUCIÓN DE UN CIRCUITO

5. Resolución de la ecuación o sistema de ecuaciones diferenciales

$$RI + \frac{Q_a}{C} + L\frac{dI}{dt} = 0$$

Debemos escribir las ecuaciones en función de la carga o de la intensidad

$$I = \frac{dQ_a}{dt} \longrightarrow L\frac{d^2 I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = 0$$

$$\searrow \quad L\frac{d^2 Q_a}{dt^2} + R\frac{dQ_a}{dt} + \frac{Q_a}{C} = 0$$

Ecuación de un Oscilador Armónico Amortiguado

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

RESOLUCIÓN DE UN CIRCUITO

$$L\frac{d^2 Q_a}{dt^2} + R\frac{dQ_a}{dt} + \frac{Q_a}{C} = 0$$

A diferencia de las ecuaciones lineales, ahora se deben tener condiciones iniciales para resolver las ecuaciones:

$$\frac{dQ_a}{dt}(0) = I_0; \quad Q_a(0) = Q_0$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

BALANCE DE ENERGÍA

$$RI + \frac{Q_b}{C} + L\frac{dI}{dt} = 0$$

$$-RI^2 = \frac{dQ_b}{dt}\frac{Q_b}{C} + LI\frac{dI}{dt}$$

$$-RI^2 = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}LI^2 + \frac{1}{2}\frac{Q_b^2}{C}\right) = \frac{d}{dt}\left(U_m + U_e\right)$$

La energía eléctrica almacenada en el condensador y en la bobina se disipa en la resistencia

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

CASOS PARTICULARES

Si R es despreciable:
Oscilador armónico simple de frecuencia propia

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$L\frac{d^2Q_a}{dt^2} + \frac{Q_a}{C} = 0 \rightarrow \frac{d^2Q_a}{dt^2} + \frac{1}{LC}Q_a = 0$$

$$Q_a = C_1\cos(\omega_0 t + C_2) \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

C_1 y C_2 se calculan a partir de las condiciones iniciales:

$$\frac{dQ_a}{dt}(0) = I_0; \quad Q_a(0) = Q_0$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

CASOS PARTICULARES

Si L es despreciable:
Ecuación de descarga de un condensador

$$R\frac{dQ_a}{dt}+\frac{Q_a}{C}=0 \qquad Q_a(0)=Q_0$$

$$\int_{Q_0}^{Q_a}\frac{dQ_a}{Q_a}=-\int_0^t\frac{dt}{RC} \qquad I(0)=-\frac{Q_0}{RC}$$

$$Q_a(t)=Q_0e^{-\frac{t}{RC}} \rightarrow I=\frac{dQ_a}{dt}=-\frac{Q_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$$

Cuando $t\rightarrow\infty$ la intensidad tiende a 0, es decir, la resistencia disipa la energía almacenada en el condensador

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ANÁLISIS DE REDES EN CORRIENTES VARIABLES

CASOS PARTICULARES

Si C es despreciable:
La intensidad se atenúa exponencialmente

$$L\frac{d^2Q_a}{dt^2}+R\frac{dQ_a}{dt}=0 \rightarrow L\frac{dI}{dt}+RI=0 \qquad I(0)=I_0$$

$$\int_{I_0}^{I}\frac{dI}{I}=-\int_0^t\frac{R}{L}dt \qquad I(t)=I_0e^{-\frac{Rt}{L}}$$

Cuando $t\rightarrow\infty$ la intensidad tiende a 0, es decir, la resistencia disipa la energía almacenada en la bobina.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval