ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

Curso 2014/15

ÍNDICE

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS

Medio lineal, no homogéneo e isótropo

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\nabla \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \nabla \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} =$$

$$= -\mu \frac{\partial}{\partial t}(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) = -\mu \sigma_c \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{J} = \sigma_c \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS

Es decir,

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\mu \sigma_c \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Y como,

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{w}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{w}) - \nabla^2 \vec{w}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS

$$\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\nabla^2\vec{E}=-\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2\vec{E}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\nabla(\nabla\cdot\vec{E})$$

$$\nabla^2\vec{E}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=\mu\sigma_c\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\nabla\left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)$$

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS

$$\nabla\cdot\vec{B}=0 \qquad \nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla\times(\nabla\times\vec{H})=\nabla\underbrace{(\nabla\cdot\vec{H})}_{0}-\nabla^2\vec{H}=\nabla\times\left(\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)=$$

$$=\sigma_c\nabla\times\vec{E}+\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\vec{E}=-\sigma_c\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\vec{J}=\sigma_c\vec{E} \qquad \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS

Es decir,

$$-\nabla^2 \vec{H} = -\sigma_c \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

En definitiva,

$$\nabla^2 \vec{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \sigma_c \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS

Si no hay corrientes $\vec{J}$ ni densidad ρ, tenemos la ecuación de ondas homogénea para el campo eléctrico y magnético:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS

En el vacío:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

Las ecuaciones de Maxwell en el vacío tienen soluciones no nulas:

Los campos electromagnéticos que existen en el vacío en ausencia de cargas son las ondas electromagnéticas

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

$$\nabla^2\psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

Ecuación lineal:
Cualquier combinación lineal de soluciones es solución.

ψ puede representar cualquiera de las seis cantidades:

$$E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

ONDAS PLANAS

Una función de la forma: $\psi = \psi(\vec{\mathrm{k}} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)$

Satisface la ecuación de ondas si se verifica:

$$\omega^2 = c^2 \mathrm{k}_0^2$$

Relación de dispersión en el vacío

$$\vec{\mathrm{k}}_0 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi = fase$$

$\vec{\mathrm{k}}_0$ = *vector de ondas*
ω = *frecuencia angular*
ϕ = *constante de fase*

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

ONDAS PLANAS

Supongamos una onda propagándose en la dirección positiva del eje *x*:

$$\text{Si} \quad \vec{k}_0 = k_0 \vec{i} \rightarrow \psi = \psi(k_0 x - \omega t + \phi)$$

Los planos de igual fase son los planos $x = cte$, un valor prefijado de la fase se propaga con la velocidad de fase c.

$$k_0 \left.\frac{dx}{dt}\right|_{\text{fase cte}} - \omega = 0 \rightarrow \left.\frac{dx}{dt}\right|_{\text{fase cte}} = \frac{\omega}{k_0} = c$$

$$k_0 = 2\pi / \lambda \qquad \omega = 2\pi\nu$$

λ = longitud de onda $\qquad$ ν = frecuencia

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

ONDAS PLANAS TRANSVERSALES

Las ecuaciones de Maxwell imponen condiciones adicionales:

$$\psi = \psi(k_0 x - \omega t + \phi)$$

$$0 = \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \overbrace{\frac{\partial E_y}{\partial y}}^{0} + \overbrace{\frac{\partial E_z}{\partial z}}^{0} \rightarrow E_x = 0$$

$$0 = \nabla \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \overbrace{\frac{\partial B_y}{\partial y}}^{0} + \overbrace{\frac{\partial B_z}{\partial z}}^{0} \rightarrow B_x = 0$$

$\vec{E}$ y $\vec{B}$ son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda (en este caso $\vec{k}_0 = \vec{i}$).

ONDAS TRANSVERSALES

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

ONDAS PLANAS TRANSVERSALES

Supongamos que el campo eléctrico va dirigido en dirección $\vec{j}$ y la onda se propaga en la dirección positiva del eje x

$$\vec{E} = \psi\left(\mathrm{k}_0 x - \omega t + \phi\right)\vec{j} = \psi\left(\xi\right)\vec{j}$$

Sustituyendo en la ecuación:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\psi\left(\mathrm{k}_0 x - \omega t + \phi\right)\vec{k}$$

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \mathrm{k}_0 \frac{\partial \psi}{\partial \xi}\vec{k} = \mathrm{k}_0 \frac{\partial \psi}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial \xi}\vec{k}$$

$$\vec{B} = \frac{\mathrm{k}_0}{\omega}\psi\,\vec{k} = \frac{\psi}{c}\vec{k}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

ONDAS PLANAS TRANSVERSALES

Es decir,

$$\vec{E} \parallel \vec{j} \qquad\qquad \vec{B} \parallel \vec{k}$$

El campo eléctrico y el magnético son perpendiculares y están en fase.

En general para una onda plana:

$$c\vec{B} = \frac{\vec{\mathrm{k}}_0}{\mathrm{k}_0} \times \vec{E}$$

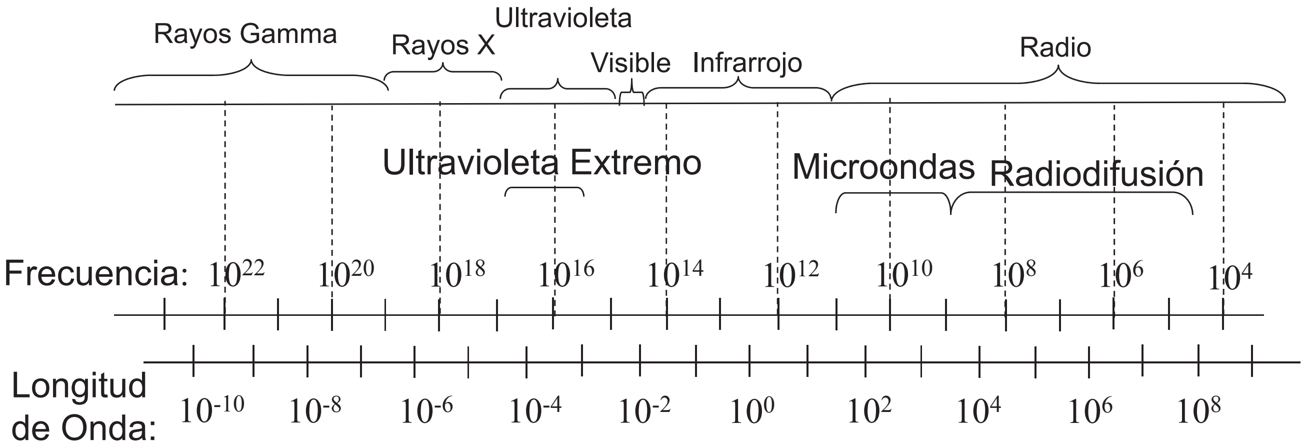
J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

ONDAS PLANAS MONOCROMÁTICAS

En este caso, la función ψ es armónica:

$$\psi = \psi_0 \sin(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)$$

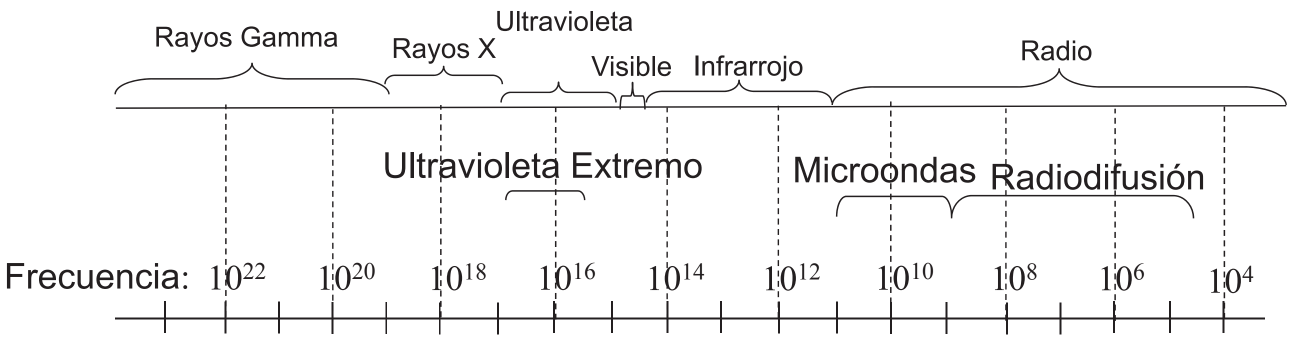


Reciben este nombre porque si están en el visible se perciben como un color.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

ONDAS PLANAS MONOCROMÁTICAS



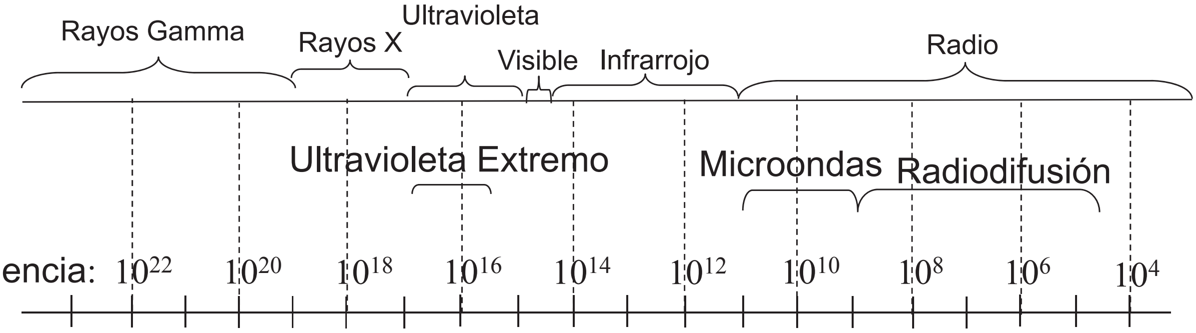
Ondas de Radio (Desde Hz hasta GHz)
Usadas en telecomunicaciones (ondas de móviles (1 a 2 GHz), radio y televisión).
Se originan en la oscilación de cargas en antenas.

Microondas (Desde GHz hasta 10^{11} Hz)
Usadas en comunicaciones con radar, UHF (ultra high frequency) y en hornos.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

ONDAS PLANAS MONOCROMÁTICAS



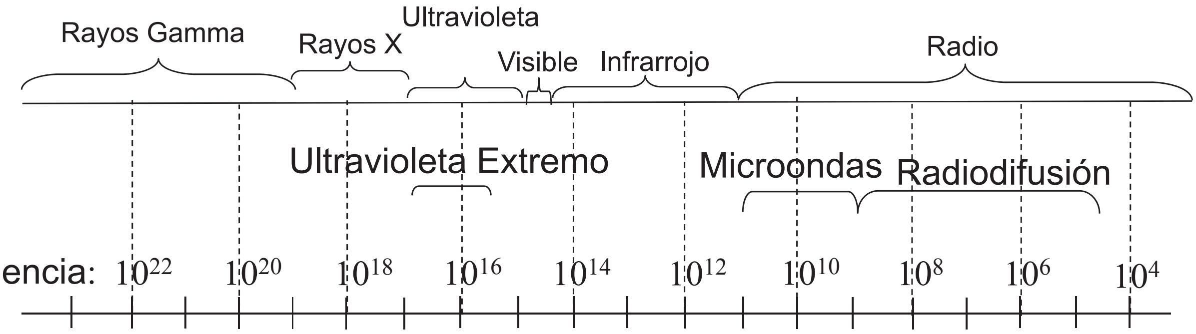
Infrarrojos (Desde 10^{11} hasta 4×10^{14} Hz)
Emitidos por cuerpos calientes.
La piel los detecta.

Luz Visible (Desde 4×10^{14} hasta 8×10^{14} Hz)
Emitida por cuerpos calientes.
La retina la detecta.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

ONDAS PLANAS MONOCROMÁTICAS



Ultravioleta (Desde 8×10^{14} hasta 10^{17} Hz)
La piel los detecta y fabrica melanina.
La capa de ozono (O_3) los absorbe.

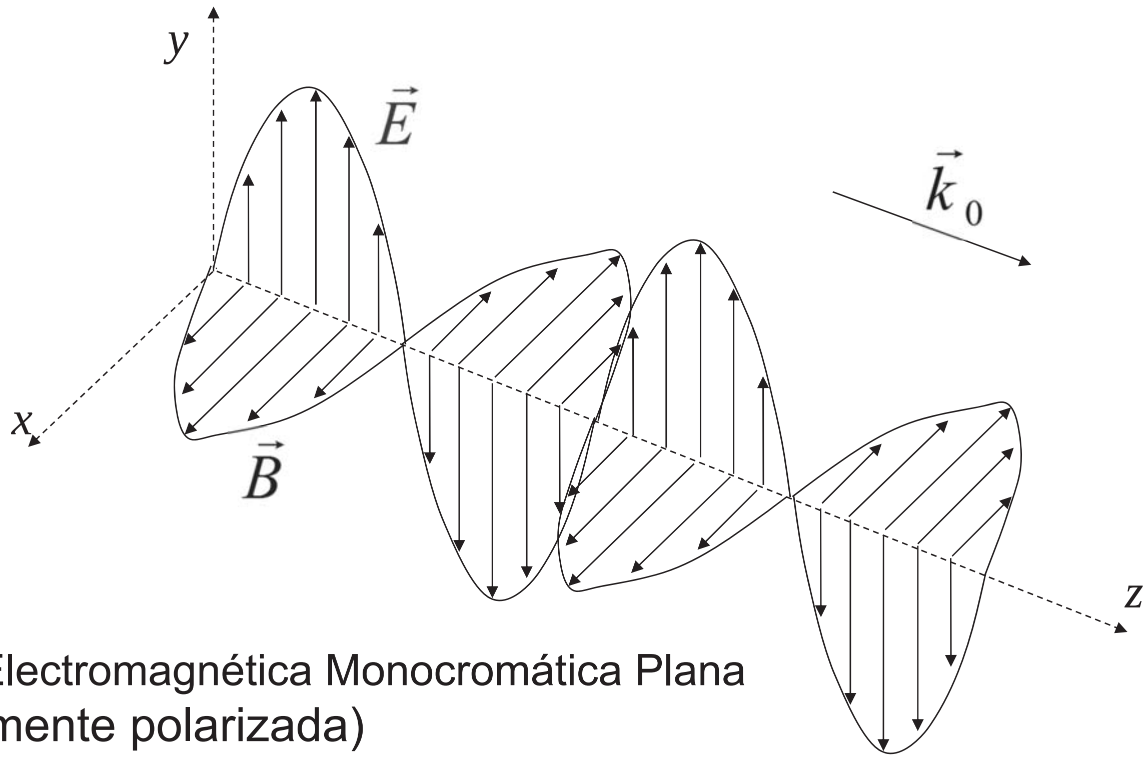
Rayos X (Desde 10^{17} hasta 10^{19} Hz)
Usados en medicina para obtener radiografías.

Rayos Gamma (Frecuencias superiores a 10^{19} Hz)

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

ONDAS PLANAS MONOCROMÁTICAS



Onda Electromagnética Monocromática Plana
(linealmente polarizada)

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

VECTOR DE POYNTING

Un onda se propaga en el espacio en la dirección del vector $\vec{E} \times \vec{H}$

$$\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) = -\vec{E} \cdot (\nabla \times \vec{H}) + \vec{H} \cdot (\nabla \times \vec{E}) =$$

$$= -\vec{E} \cdot (\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) + \vec{H} \cdot (-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}) = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon \vec{E} \cdot \vec{E} + \mu \vec{H} \cdot \vec{H}\right) =$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon E^2 + \mu H^2\right)$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

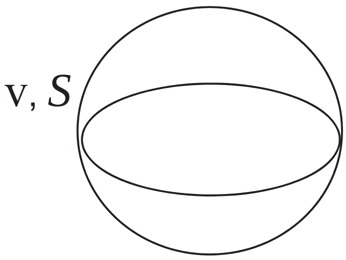
ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

VECTOR DE POYNTING

Teorema de la divergencia

$$\int_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} = -\int_{\mathrm{v}} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon E^2 + \mu H^2\right) d\mathrm{v}$$

El flujo de energía hacia el exterior por unidad de tiempo es igual a la variación de energía eléctrica y magnética.



Vector de Poynting
energía que atraviesa la unidad de área por unidad de tiempo

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

POLARIZACIÓN

Onda Plana Monocromática:

$$\vec{E} = E_y \vec{j} + E_z \vec{k} =$$

$$= E_{y0} \sin(\mathrm{k}_0 x - \omega t)\vec{j} + E_{z0} \sin(\mathrm{k}_0 x - \omega t + \Delta)\vec{k}$$

Diferencia de fase

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

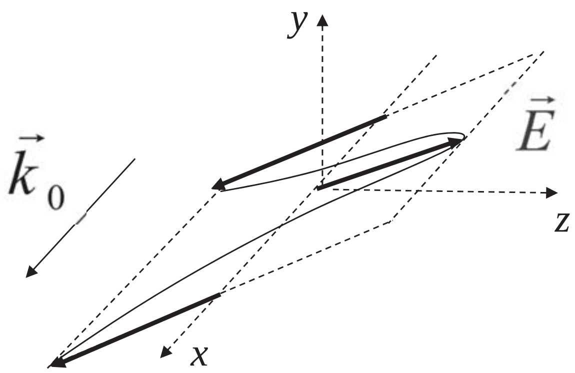
ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

POLARIZACIÓN

Onda Polarizada Linealmente

$\vec{E}$ tiene dirección constante: $\Delta = 0, \pi$

$$\vec{E} = (E_{y0}\vec{j} \pm E_{z0}\vec{k})\sin(\mathrm{k}_0\, x - \omega t)$$



J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

POLARIZACIÓN

Polarización Elíptica (Caso general)

$$\frac{E_z}{E_{z0}} = \frac{E_y}{E_{y0}}\cos\Delta + \cos(\mathrm{k}_0\, x - \omega t)\sin\Delta$$

$$\frac{E_y^2}{E_{y_0}^2} + \frac{E_z^2}{E_{z_0}^2} - 2\cos\Delta\,\frac{E_z}{E_{z0}}\frac{E_y}{E_{y0}} = \sin^2\Delta$$

El vector $\vec{E}$ en un plano $x\!=\!cte$ (superficie o frente de ondas) gira y describe una elipse.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

POLARIZACIÓN

Demostración:

$$\vec{E} = E_y \vec{j} + E_z \vec{k} = E_{y0} \sin(\mathrm{k}_0 x - \omega t)\vec{j} + E_{z0} \sin(\mathrm{k}_0 x - \omega t + \Delta)\vec{k}$$

$$\frac{E_z}{E_{z0}} = \sin(\mathrm{k}_0 x - \omega t + \Delta) = \sin(\mathrm{k}_0 x - \omega t)\cos\Delta + \cos(\mathrm{k}_0 x - \omega t)\sin\Delta$$

$$\frac{E_z}{E_{z0}} = \frac{E_y}{E_{y0}}\cos\Delta + \cos(\mathrm{k}_0 x - \omega t)\sin\Delta$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

POLARIZACIÓN

$$\frac{E_z^2}{E_{z0}^2} = \frac{E_y^2}{E_{y0}^2}\cos^2\Delta + \cos^2(\mathrm{k}_0 x - \omega t)\sin^2\Delta + 2\frac{E_y}{E_{y0}}\cos\Delta\cos(\mathrm{k}_0 x - \omega t)\sin\Delta$$

$$\frac{E_z^2}{E_{z0}^2} = \frac{E_y^2}{E_{y0}^2}\cos^2\Delta + \cos^2(\mathrm{k}_0 x - \omega t)\sin^2\Delta + 2\frac{E_y}{E_{y0}}\cos\Delta(\frac{E_z}{E_{z0}} - \frac{E_y}{E_{y0}}\cos\Delta)$$

$$\frac{E_z^2}{E_{z0}^2} = \frac{E_y^2}{E_{y0}^2}\cos^2\Delta + \cos^2(\mathrm{k}_0 x - \omega t)\sin^2\Delta + 2\frac{E_y}{E_{y0}}\cos\Delta(\frac{E_z}{E_{z0}} - \frac{E_y}{E_{y0}}\cos\Delta)$$

$$\frac{E_z^2}{E_{z0}^2} = \frac{E_y^2}{E_{y0}^2}\cos^2\Delta + \cos^2(\mathrm{k}_0 x - \omega t)\sin^2\Delta + 2\frac{E_y}{E_{y0}}\cos\Delta\frac{E_z}{E_{z0}} - 2\frac{E_y}{E_{y0}}\cos\Delta\frac{E_y}{E_{y0}}\cos\Delta$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

POLARIZACIÓN

$$\frac{E_z^2}{E_{z0}^2} = -\frac{E_y^2}{E_{y0}^2}\cos^2\Delta + (1-\sin^2(\mathrm{k}_0 x - \omega t))\sin^2\Delta + 2\cos\Delta\frac{E_y}{E_{y0}}\frac{E_z}{E_{z0}}$$

$$\frac{E_z^2}{E_{z0}^2} = -\frac{E_y^2}{E_{y0}^2}\cos^2\Delta + (1-\frac{E_y^2}{E_{y0}^2})\sin^2\Delta + 2\cos\Delta\frac{E_y}{E_{y0}}\frac{E_z}{E_{z0}}$$

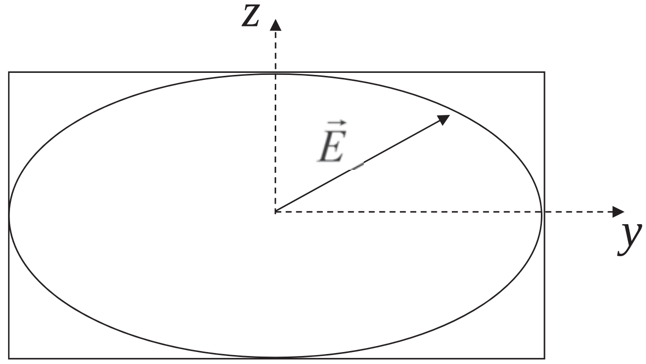
$$\frac{E_y^2}{E_{y_0}^2} + \frac{E_z^2}{E_{z_0}^2} - 2\cos\Delta\frac{E_z}{E_{z0}}\frac{E_y}{E_{y0}} = \sin^2\Delta$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN EL VACÍO

POLARIZACIÓN

Los ejes de la elipse coinciden con los ejes y y z siempre que $\Delta = \pi/2, 3\pi/2$

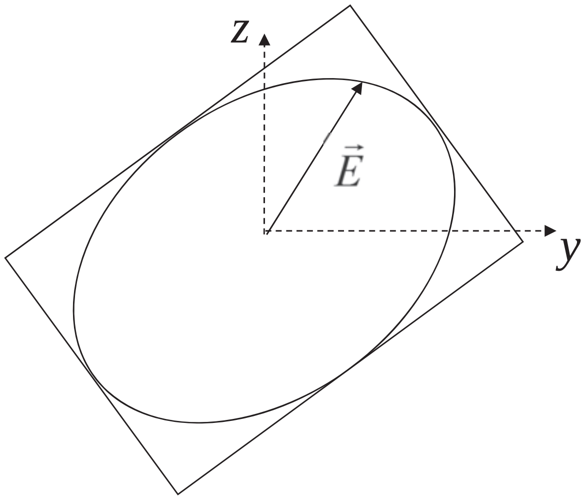


J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

POLARIZACIÓN

Los ejes de la elipse están girados 45º respecto de los ejes y y z si $\left|E_{z0}\right| = \left|E_{y0}\right|$



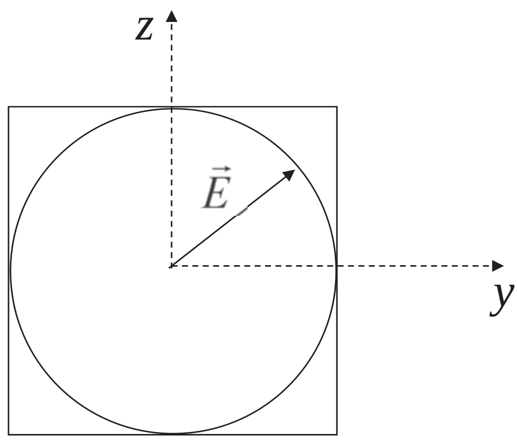
J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

POLARIZACIÓN

Polarización Circular:

$$\Delta = \pi/2, 3\pi/2 \text{ y } \left|E_{z0}\right| = \left|E_{y0}\right|$$



J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

OTRAS SOLUCIONES DE LA ECUACIÓN DE ONDAS

ONDAS PLANAS con velocidad $c\,\dfrac{\vec{k}_0}{k_0}$

$$\psi = \psi(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi) \qquad c k_0^2 = \omega^2$$

ONDAS PLANAS con velocidad $-c\,\dfrac{\vec{k}_0}{k_0}$

$$\psi = \psi(\vec{k}_0 \cdot \vec{r} + \omega t + \phi) \qquad c k_0^2 = \omega^2$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS
EN EL VACÍO

OTRAS SOLUCIONES DE LA ECUACIÓN DE ONDAS

ONDA ESTACIONARIA: superposición de ondas iguales propagándose en sentidos opuestos

$$\psi = \psi_0 \sin(k_0 x - \omega t) + \psi_0 \sin(k_0 x + \omega t) = 2\psi_0 \sin(k_0 x) \cos(\omega t)$$

En ciertos instantes, se anula simultáneamente en todos los puntos, no hay propagación de fase.

Para cualquier instante, se anula siempre en ciertos puntos.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN MEDIOS DIELÉCTRICOS

La amplitud decrece en el curso de la propagación por absorción de energía en procesos atómicos, aunque para ciertos intervalos de frecuencia la absorción puede ser despreciable.
(Ej.: para la luz visible en un medio transparente).

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

No hay densidad de carga libre, ni conductividad.

En un medio homogéneo se tienen las mismas ecuaciones que en el vacío salvo las constantes eléctrica y magnética.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN MEDIOS DIELÉCTRICOS

En el caso de ondas monocromáticas se suele poner:

$\varepsilon_r = n^2$ n es el índice de refracción: $n(\omega)$

Depende de la frecuencia y, en medios no homogéneos, de la posición en el dieléctrico.

Ahora sin embargo cambia la velocidad de fase:

$$\psi = \psi(\vec{\mathrm{k}} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)$$

$$v = \frac{\omega}{\mathrm{k}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} = \frac{c}{n}$$

$\varepsilon_r = n^2$

$\mu_r = 1$

Medio no magnético

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN MEDIOS METÁLICOS

Supongamos que no existe carga libre: $\rho = 0$.

Debido a que el término de conductividad es más alto que el dieléctrico y suponiendo una onda plana monocromática:

$$\vec{E} = \vec{A}(\vec{r}, \mathrm{k}_0)\sin(\vec{\mathrm{k}} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$$\mathrm{k} = n\mathrm{k}_0 = \frac{n\omega}{c} \quad \vec{u} = \vec{\mathrm{k}} / \mathrm{k}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ECUACIÓN DE ONDAS EN MEDIOS METÁLICOS

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu\sigma_c \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \rightarrow \nabla^2 \vec{E} = \mu\sigma_c \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \sim \mu\omega\sigma_c \vec{E}$$

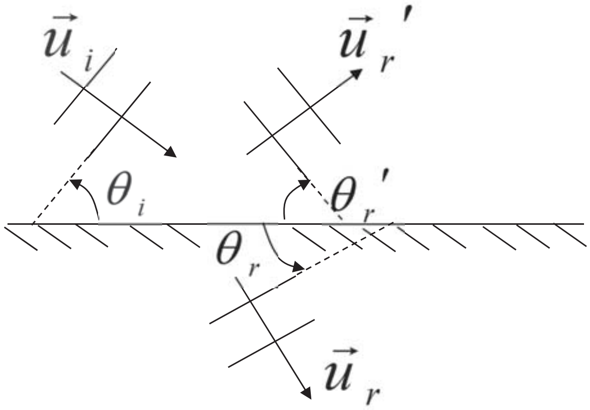
$$\nabla^2 \vec{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \sigma_c\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \rightarrow \nabla^2 \vec{H} = \sigma_c\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \sim \sigma_c\mu\omega \vec{H}$$

El campo electromagnético en el metal se amortigua, con lo cual penetra poco (se demuestra que la amplitud decae en forma exponencial).

$$\vec{A}(\vec{r}, k_0) = \vec{E}_0 \exp(-\alpha \mathrm{k}_0 \vec{u} \cdot \vec{r})$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN DE ONDAS PLANAS



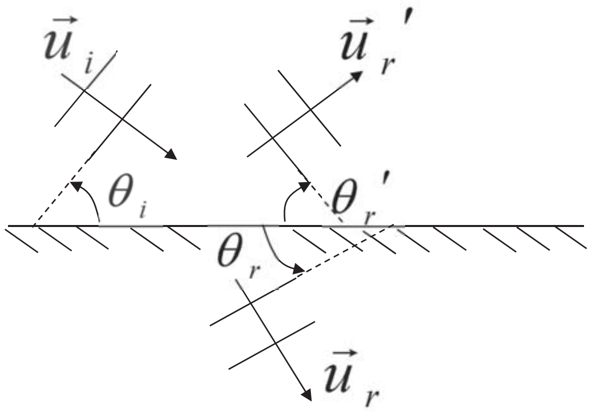
$$\vec{u} = \frac{\vec{k}}{k}$$

Leyes experimentales:

Las direcciones de incidencia $\vec{u}_i$, refracción $\vec{u}_r$ y reflexión $\vec{u}_r{}'$ están en un mismo plano, que es normal a la superficie de separación y, por tanto, contiene a la normal a la superficie.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN DE ONDAS PLANAS



$$\vec{u} = \frac{\vec{k}}{k}$$

$$\theta_i = \theta_r'$$

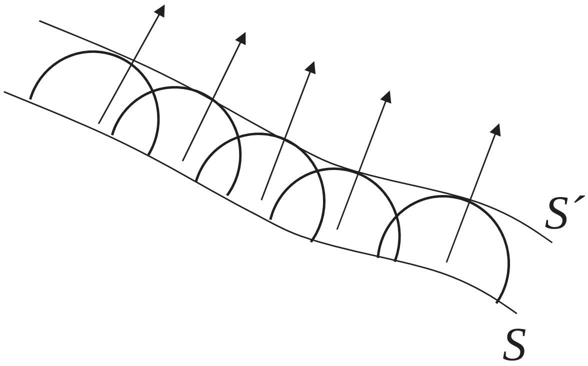
El ángulo de incidencia θ_i es igual al ángulo de reflexión $\theta_r{}'$

El cociente entre el seno del ángulo de incidencia y el de refracción es constante e igual al cociente de velocidades de las ondas en los dos medios (ley de Snell).

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r} = \frac{v_i}{v_r} = \frac{n_r}{n_i}$$

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PRINCIPIO DE PROPAGACIÓN DE HUYGENS

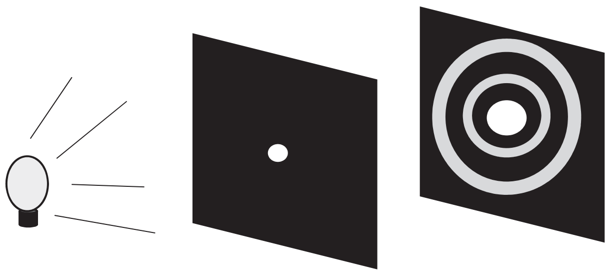


Principio de Huygens:
Cuando el movimiento ondulatorio alcanza una superficie de ondas o frente de ondas S (superficie con la misma fase), cada punto sobre esa superficie se convierte en una fuente secundaria de ondas. La superficie de ondas S' se obtiene como tangente a todas las ondas secundarias.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

PRINCIPIO DE PROPAGACIÓN DE HUYGENS

Este principio permite explicar fenómenos como la difracción.



Bombilla y haces de luz pasando por una apertura e imagen posterior

En aberturas muy pequeñas, prevalece el carácter ondulatorio de la luz, los frentes de onda se superponen y compensan entre sí, de manera que la imagen formada no es puntual.

J.C. Jiménez Sáez
S. Ramírez de la Piscina Millán
U.D. Física II
Departamento de Física Aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval