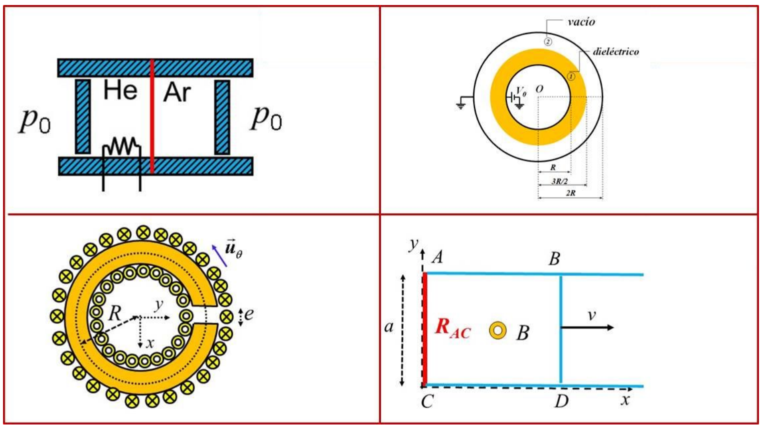
Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

FÍSICA II

PROBLEMAS RESUELTOS

José Carlos JIMÉNEZ SÁEZ
Santiago RAMÍREZ DE LA PISCINA MILLÁN

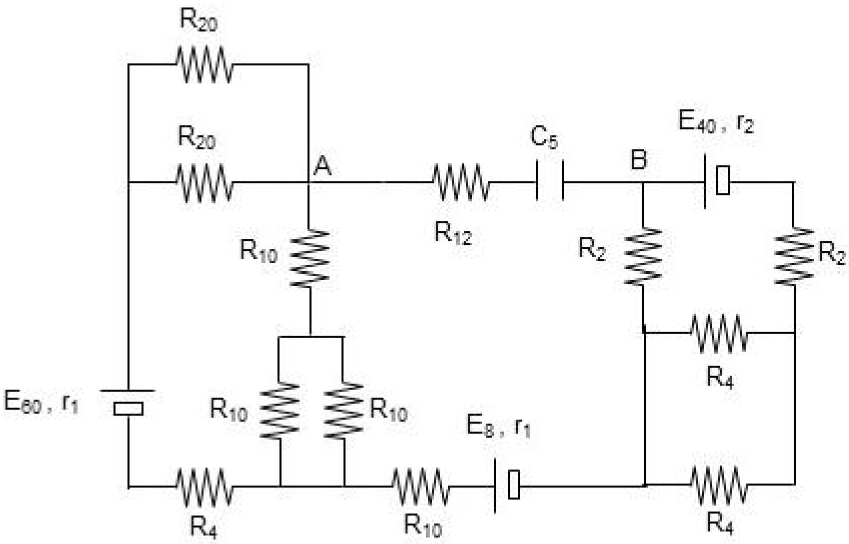


8.- CONDUCCIÓN ELÉTRICA

8 Conducción eléctrica

PROBLEMA RESUELTO 8.1

En el circuito de la figura, que funciona en régimen estacionario, se pide:



1) Simplificar el circuito.

2) Intensidades que circulan por cada una de las fuentes de alimentación.

3) Diferencia de potencial entre los nudos A y B.

4) Carga del condensador.

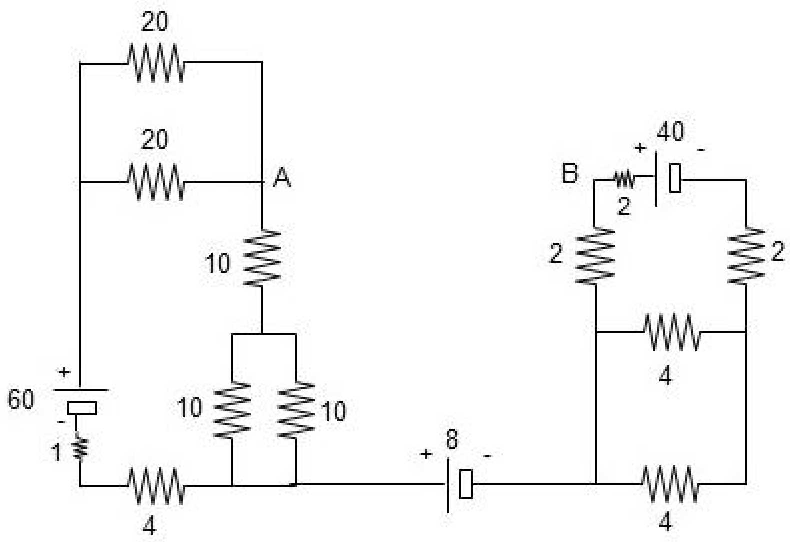
DATOS:

$R_2 = 2\ \Omega \quad R_3 = 3\ \Omega \quad R_4 = 4\ \Omega \quad R_{10} = 10\ \Omega \quad R_{12} = 12\ \Omega \quad R_{20} = 20\ \Omega$

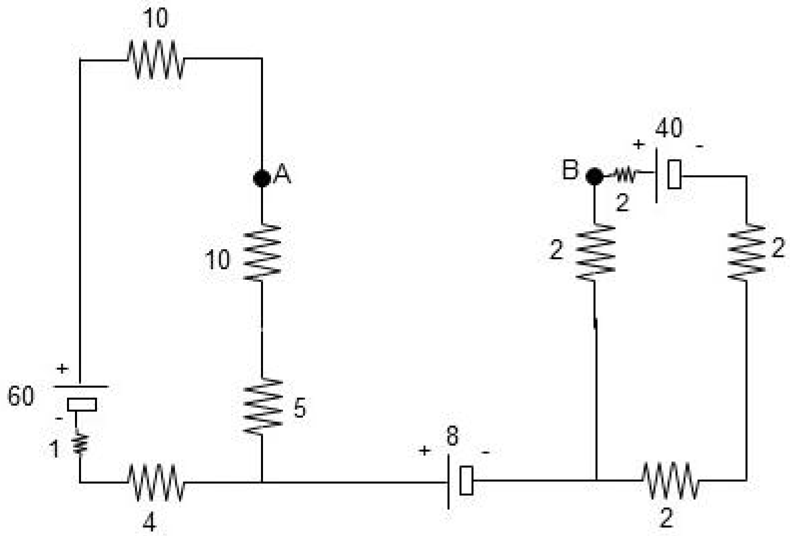
$E_8 = 8\ V \quad E_{40} = 40\ V \quad E_{60} = 60\ V \quad r_1 = 1\ \Omega \quad r_2 = 2\ \Omega \quad C_5 = 5\ pF$

SOLUCIÓN 8.1

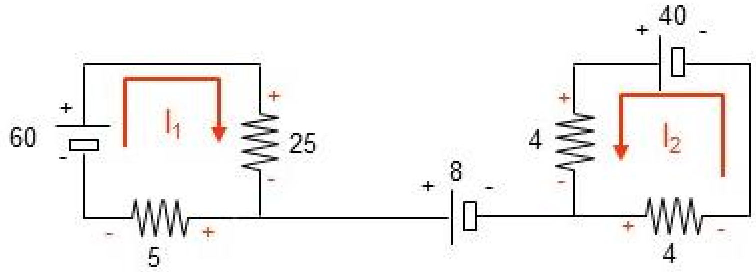
Una vez alcanzado el régimen estacionario, el circuito quedaría:



Simplificamos las resistencias, asociando primero los paralelos:



Y después las series sin tener en cuenta los puntos A y B (una vez calculadas las intensidades de malla reharemos el circuito si hace falta):



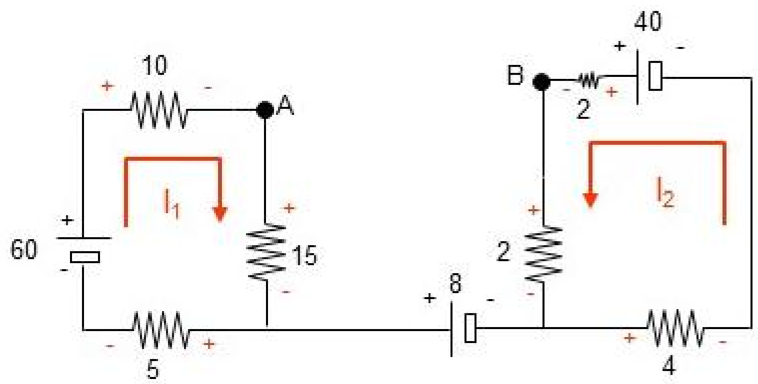
Resolvemos el circuito utilizando las leyes de Kirkchoff. Suponemos un sentido para las intensidades. La polaridad en una resistencia es positiva por donde entra la intensidad. Todas las caídas de potencial en una malla se producen, en un sentido, en las resistencias, y en el opuesto, en los generadores, de ahí el diferente signo.

$$60 - I_1(25+5) = 0 \Rightarrow I_1 = 2A$$

$$40 - I_2(4+4) = 0 \Rightarrow I_2 = 5A$$

Por la rama de la batería E_8 no pasa intensidad.

Recomponemos el circuito para calcular las caídas de potencial:



Calculamos la d.d.p. entre A y B. Las caídas de potencial las tomamos con signo positivo y las subidas con signo negativo:

$$V_A - V_B = 15I_1 + 8 - 2I_2 = 28\ V$$

La carga del condensador será:

$$q = C \cdot (V_A - V_B) = 5pF \cdot 28\ V = 140\ pC$$

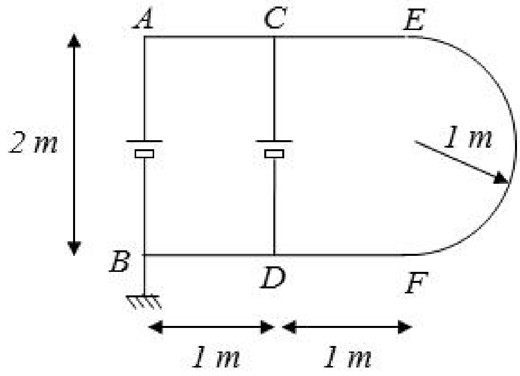
PROBLEMA RESUELTO 8.2

El circuito de la figura consta de dos pilas conectadas mediante hilos conductores finos y rectilíneos, salvo el tramo EF que tiene forma de semicircunferencia de radio $R = 1\ m$.

Los conductores tienen una resistencia de $1\ \Omega/m$. La resistencia interna de las dos pilas es de $1\ \Omega$.

Sabiendo que por la pila de la rama CD pasa una intensidad de $1\ A$ y por la pila de la rama AB una intensidad de $2\ A$, calcular:

1) Fuerza electromotriz de la pila de la rama CD.
2) Fuera electromotriz de la pila de la rama AB.
3) Intensidad que pasa por cada conductor.
4) Potencial en los puntos A, E y F.

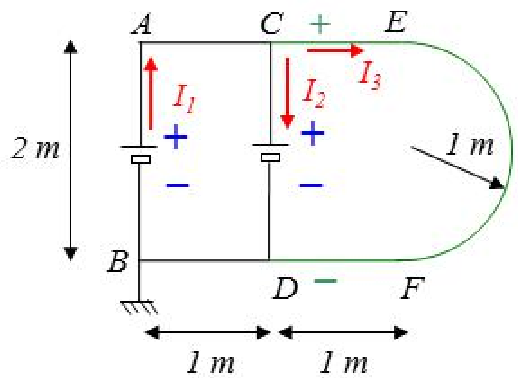


NOTA: Las dimensiones de las pilas son despreciables frente a la longitud de los conductores.

SOLUCIÓN 8.2

3) Lo más inmediato a partir del enunciado es obtener las intensidades por cada una de las ramas. Para obtener la intensidad por la rama $CEFD$ aplicamos la ley de nudos:

$$\left.\begin{aligned} I_1 = I_{BA} = 2A \\ I_2 = I_{CD} = 1A \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad I_3 = I_1 - I_2 = I_{CEFD} = 1A$$

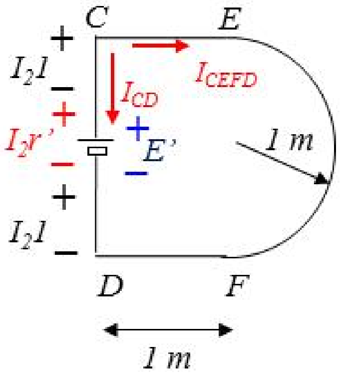


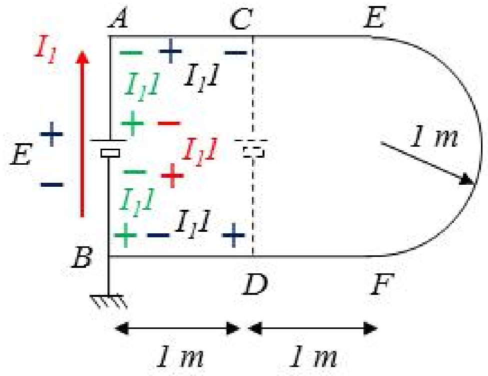
1) La diferencia de potencial en la pila de la rama CD se puede obtener a partir de la diferencia de potencial de la rama $CEFD$:

$$\left.\begin{aligned} V_C - V_D = V_{CEFD} = I_3 R_3 \\ R_3 = L \cdot 1\frac{\Omega}{m} = (2+\pi)\ \Omega \end{aligned}\right\} \Rightarrow V_C - V_D = 1 \cdot (2+\pi)\ V = (2+\pi)\ V$$

La diferencia de potencial entre C y D se obtiene por:

$$V_C - V_D = (E' + I_2 r') + I_2 2 = E' + 3 \quad \Rightarrow \quad E' = (V_C - V_D) - I_2(r' + 2) = 2.14\ V$$





2) La caída de potencial entre A y B se relaciona con la fuerza electromotriz por la expresión:

$$(V_A - V_B) = +I_1 1 + I_1 1 + (V_C - V_D) = (+2 + 2 + (2 + \pi))\ V = (6 + \pi)\ V$$

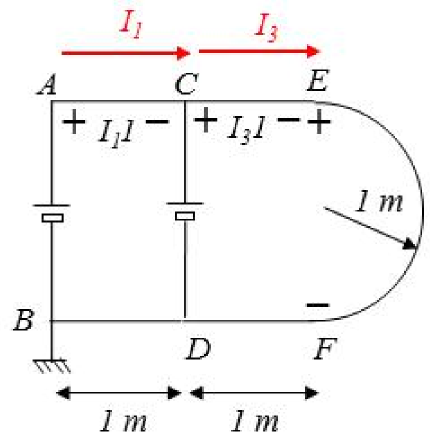
$$(V_A - V_B) = (E - I_1 1) - I_1 1 - I_1 1$$

$$E = (V_A - V_B) + I_1(2 + 1) = (12 + \pi) V \quad \Rightarrow \quad E = 15.14\ V$$

3) El nudo B se halla conectado a tierra, esto es, $V_B = 0$. Por tanto:

$$V_A = (6 + \pi\ )\ V$$

$$V_A - V_E = 1 \cdot I_1 + 1 \cdot I_3 = 3\ V \quad \Rightarrow \quad V_E = V_A - 3 = (3 + \pi)\ V$$



$$V_E - V_F = \pi \cdot I_3 = \pi\ V \quad \Rightarrow \quad V_F = V_E - \pi = 3\ V$$

PROBLEMA RESUELTO 8.3

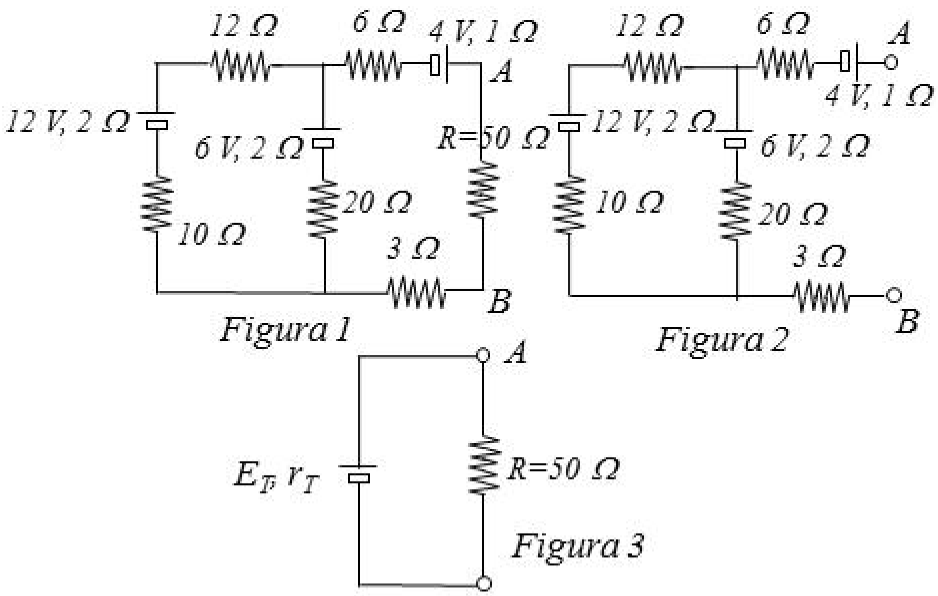
El teorema de Thevenin dice:

"Una parte de un circuito, comprendida entre dos terminales A y B, puede sustituirse por un circuito equivalente que esté constituido únicamente por un generador de f.e.m. E_T (d.d.p. entre los terminales A y B a un circuito abierto) y resistencia interna r_T (resistencia entre A y B con los generadores sustituidos únicamente por sus resistencias internas, de forma que al conectar un elemento entre los dos terminales A y B, la intensidad que lo atraviesa es la misma tanto en el circuito real como en el equivalente".

SOLUCIÓN 8.3

Para comprobar este teorema:

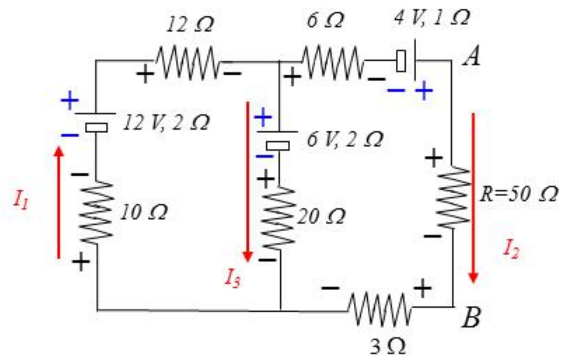
1. Calcúlese la intensidad que pasa por la resistencia $R = 50\ \Omega$ en el circuito de la figura 1.
2. Calcular la d.d.p. E_T entre A y B con la resistencia R separada del circuito (figura 2).
3. Calcular, en la figura 2, la resistencia equivalente r_T entre A y B cuando los generadores se sustituyen únicamente por sus resistencias internas.
4. Calcular la intensidad por la resistencia $R = 50\ \Omega$ en el circuito de la figura 3.



SOLUCIÓN 8.3

1) Aplicamos las leyes de Kirkchoff en el circuito de la Figura 1.

Dejamos al lector que verifique las subidas y caídas de potencial en las resistencias de las dos ramas simples del circuito que vienen determinadas por el sentido establecido para las intensidades. No indicamos las caídas de potencial en las resistencias internas de las pilas, aunque se obtendrían de una forma análoga a la del resto de resistencias.



$I_1 = I_2 + I_3$

$12 - 12I_1 - 6 - 2I_3 - 20I_3 - 2I_1 - 10I_1 = 0$

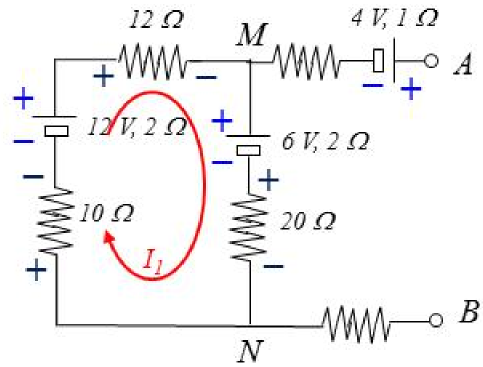
$6 - 6I_2 + 4 - 1I_2 - 50I_2 - 3I_2 + 20I_3 + 2I_3 = 0$

Resolviendo las ecuaciones:

$$I_2 = 0.18\ A$$

2) Aplicamos las leyes de Kirkchoff en el circuito de la Figura 2.

Suponemos un sentido para la intensidad en cada rama. La caída de potencial en los generadores viene determinado por su polaridad. En las resistencias, la polaridad es positiva por donde entra la intensidad.

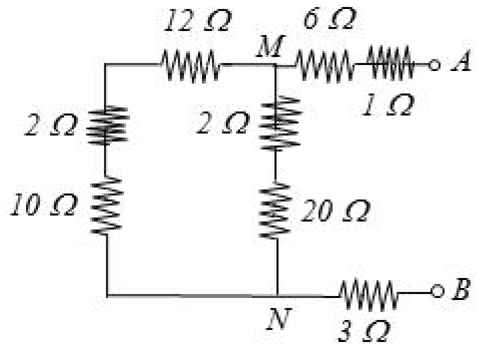


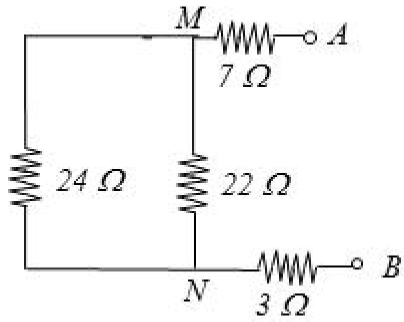
$12 - 6 - 12I_1 - 2I_1 - 20I_1 - 10I_1 - 2I_1 = 0$

$6 = 46I_1 \Rightarrow I_1 = \dfrac{3}{23}A$

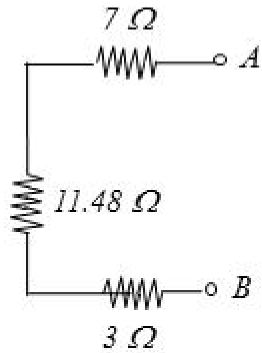
$E_T = V_A - V_B = 4 + 6 + 2I_1 + 20I_1 = 12.87\ V$

3)

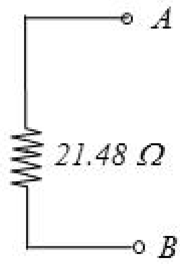




$$R_{eq} = \frac{24 \cdot 22}{24 + 22} = 11.48\ \Omega$$



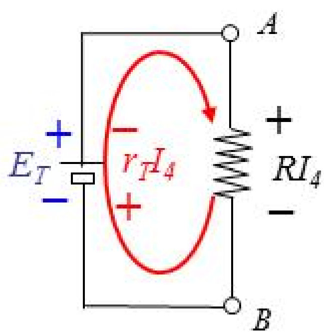
$$r_T = (11,48 + \ 7 + 3)\Omega = 21.48\ \Omega$$



4) Usamos las leyes de Kirkchoff para calcular la intensidad por el circuito de la Figura 3.

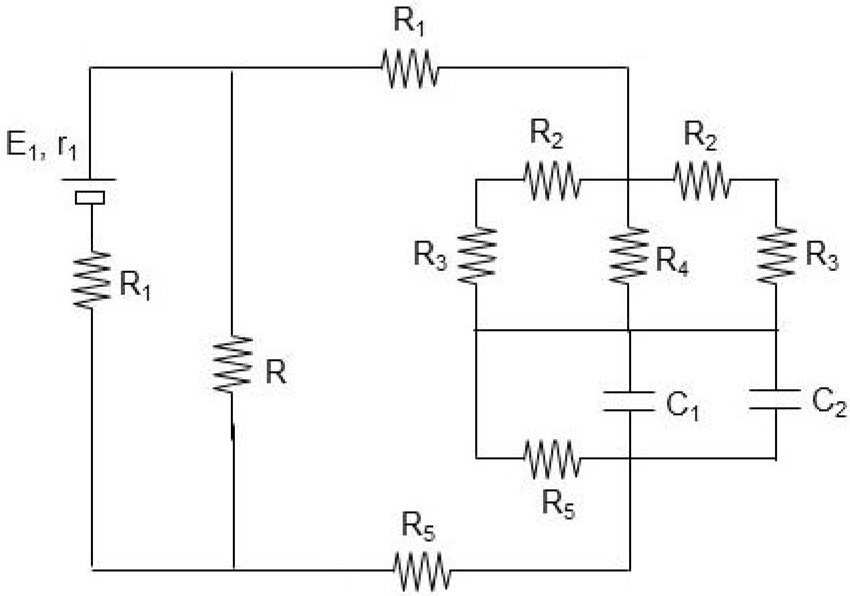
$$E_T - r_T I_4 - 50 I_4 = 0 \Rightarrow I_4 = \frac{12.87}{50 + 21.48} = 0.18\ A$$

Podemos observar que esta intensidad es idéntica a la calculada en el apartado 1) de acuerdo con el teorema de Thevenin.



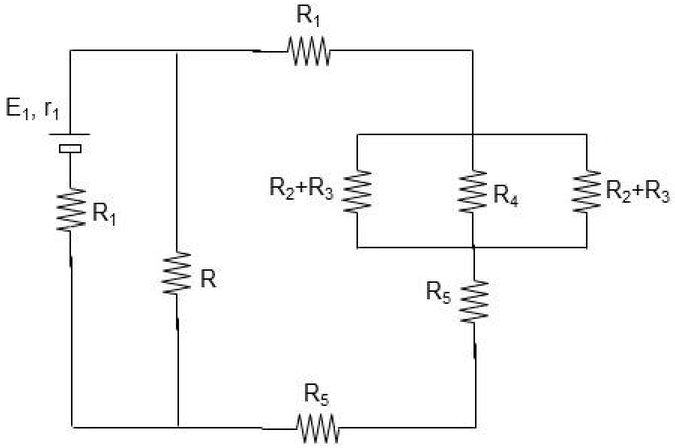
PROBLEMA RESUELTO 8.4

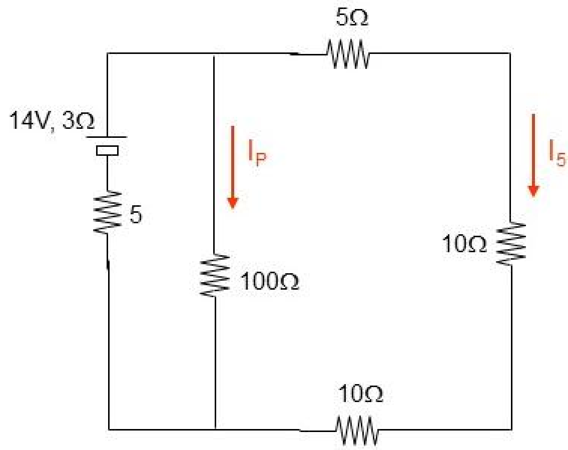
El circuito de la figura funciona en régimen estacionario. Calcúlese la intensidad por la rama con la resistencia R y la carga de cada condensador.



DATOS: $R = 100\ \Omega$ $R_1 = 5\ \Omega$ $R_2 = 10\ \Omega$ $R_3 = 20\ \Omega$ $R_4 = 30\ \Omega$ $R_5 = 5\ \Omega$
$E_1 = 14\ V$; $r_1 = 3\ \Omega$ $E_2 = 5\ V$ $r_2 = 1\ \Omega$ $C_1 = 2\ pF$ $C_2 = 4\ pF$

Simplificamos el circuito asociando resistencias:

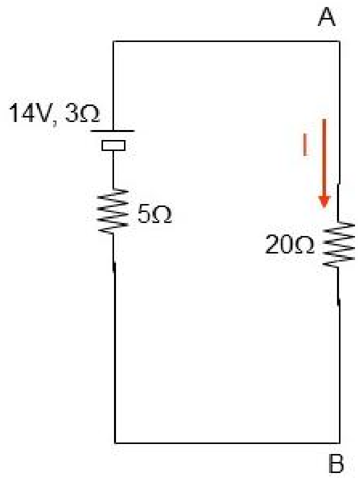




El circuito simplificado quedaría:

$$I = \frac{E_1}{20 + R_1 + r_1} = 0.5A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = 20 \times I = 10\ V$$



Por la rama con la resistencia R la d.d.p. es $V_A - V_B$, con lo cual la intensidad que pasa es:

$V_A - V_B = 100 \times I_p \Rightarrow I_p = 0.1A$

La intensidad I_5 sería:

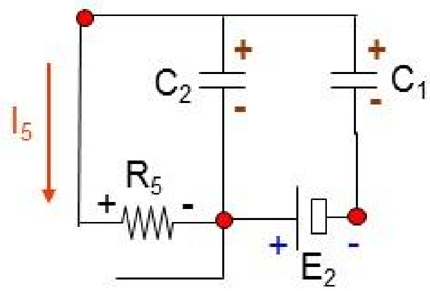
$V_A - V_B = 25 \times I_5 \Rightarrow I_5 = 0.4\ A$

El condensador 2 se carga con:

$q_2 = C_2\ (I_5 R_5) = 8\ pC$

El condensador 1 se carga con:

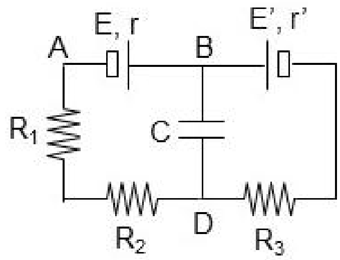
$q_1 = C_1 (I_5 R_5 + E_2) = 14\ pC$



PROBLEMA RESUELTO 8.5

El circuito de la figura funciona en régimen estacionario.

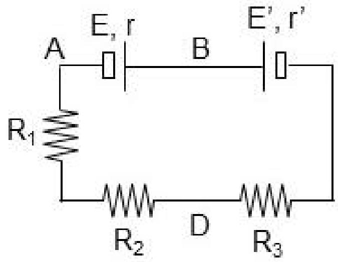
1. Calcular la intensidad que circula por el circuito.
2. Calcular la carga del condensador.



DATOS:

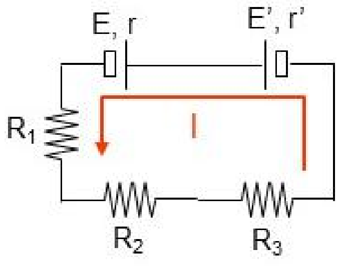
$E = 24\,V \quad r = 1\,\Omega \quad E' = 5V \quad r' = 1\,\Omega \quad R_1 = 4\,\Omega \quad R_2 = R_3 = 10/3\,\Omega \quad C = 15\,pF$

SOLUCIÓN 8.5



La rama del condensador se puede eliminar porque en régimen estacionario no circula intensidad por ella.

Resolvemos el circuito aplicando las leyes de Kirkchoff. El sentido de la intensidad se elige arbitrariamente. Este va a determinar las subidas y bajadas de potencial en las resistencias. Al recorrer el circuito las caídas de potencial se toman con un signo y las subidas con el opuesto.



$$E + rI + R_1 I + R_2 I + R_3 I + r' I - E' = 0$$

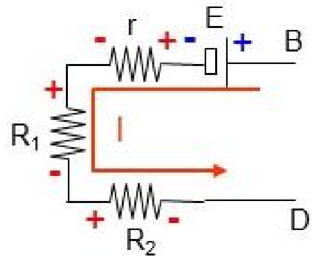
$$I = \frac{-E + E'}{r + R_1 + R_2 + R_3 + r'} = -\frac{3}{2} A$$

Al salir negativa la intensidad va en realidad en sentido opuesto. En el resto del problema seguiremos trabajando con el sentido de la intensidad preestablecido al principio.

Para obtener la carga del condensador debemos calcular la diferencia de potencial entre sus bornes:

$$q_C = C(V_B - V_D)$$

Entre B y D todas las diferencias de potencial se suman porque son caídas:



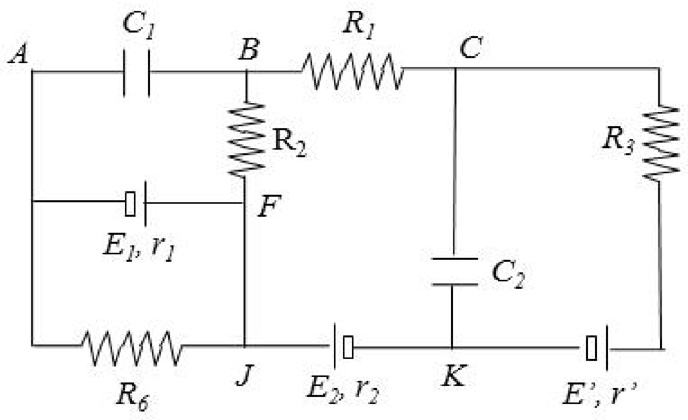
$$V_B - V_D = E + rI + R_1 I + R_2 I$$

$$V_B - V_D = 24 - \frac{3}{2} - 4\frac{3}{2} - \frac{10}{3}\frac{3}{2} = \frac{23}{2}\ V$$

$$q_C = 15\frac{23}{2} = 172.5\ pC$$

PROBLEMA RESUELTO 8.6

El circuito de la figura funciona en régimen estacionario. Reducir el circuito y calcular:



1) Intensidad que pasa por la rama FJ.

2) Intensidad que pasa por la rama FB.

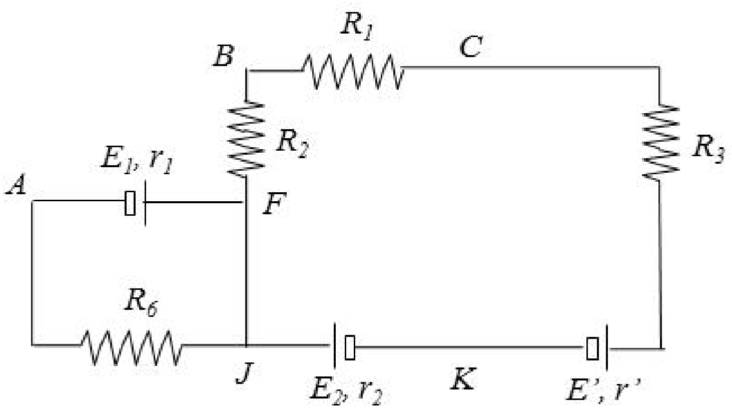
3) Carga del condensador C_1.

DATOS: $R_1 = 1/2\,\Omega$ $R_2 = 1/2\,\Omega$ $R_3 = 1\,\Omega$ $R_6 = 4\,\Omega$ $E_1 = 10\,V$ $r_1 = 1\,\Omega$
$E_2 = 16\,V$ $r_2 = 1\,\Omega$ $E' = 4\,V$ $r' = 1\,\Omega$ $C_1 = 2\,pF$ $C_2 = 4\,pF$

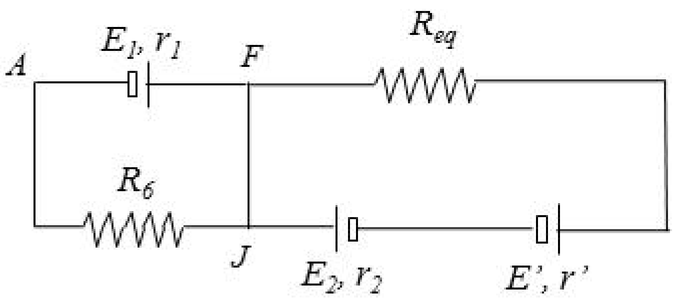
SOLUCIÓN 8.6

1, 2) Realizamos la simplificación del circuito.

Por los condensadores funcionando en régimen estacionario no circula intensidad. Por tanto, las ramas que los contienen se convierten en ramas en circuito abierto y se pueden eliminar.

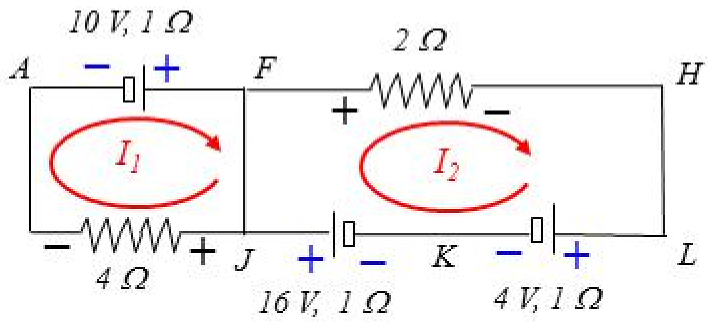


Asociando resistencias el circuito quedaría:

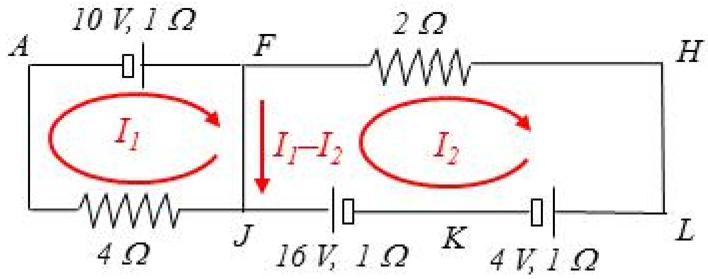


$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 = 2 \ \ \Omega$$

Resolvemos el circuito simplificado usando las leyes de Kirkchoff. Dado que hay un cortocircuito FJ se puede resolver cada malla independientemente, es decir, se pueden separar ambas mallas:



$$\left.\begin{array}{l} 10 - 1I_1 - 4I_1 = 0 \\ 16 - 4 - 1I_2 - 1I_2 - 2I_2 = 0 \end{array}\right\} \quad \rightarrow \quad I_1 = 2A \; ; \quad I_2 = 3A$$

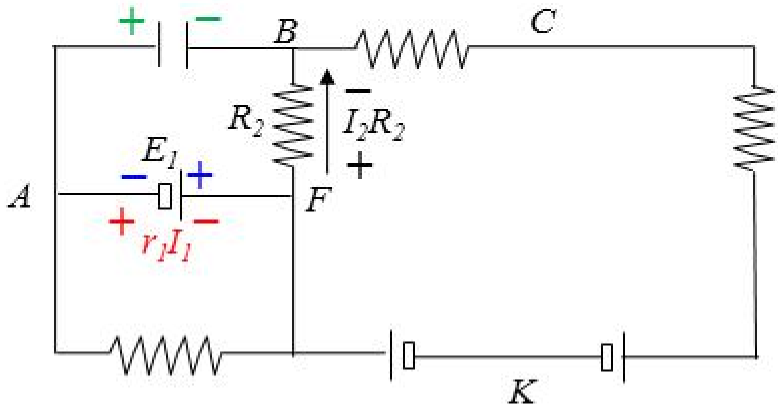


$$I_{FJ} = I_1 - I_2 = -1 \ A$$
$$I_{FB} = I_2 = 3A$$

3) La carga del condensador C_1 es:

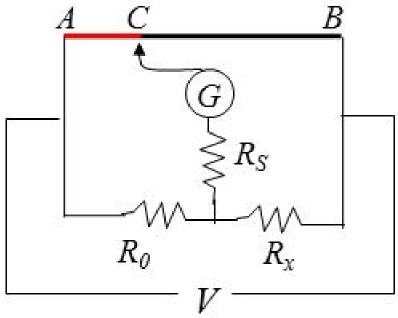
$$V_A - V_B = -E_1 + r_1 I_1 + R_2 i_2 = -10 + 2 + 2 = -6\ V \quad \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad q_1 = (V_A - V_B) q_1 = -2\ pF \cdot 6\ V = -12\ pC$$

El signo negativo indica que el borne positivo del condensador, en la figura adjunta, se carga en realidad negativamente, y viceversa.



PROBLEMA RESUELTO 8.7

La figura muestra un puente de hilo que se utiliza para medir resistencias R_x. El hilo tiene una longitud $L = 1\ m$ y resistencia $R_L = 1000\ \Omega$



1. Sabiendo que $R_0 = 1000\ \Omega$, determinar la posición del cursor (distancia AC) para que el puente esté equilibrado, cuando $R_x = 5000\ \Omega$ (no pasa intensidad por el galvanómetro).
2. La resistencia R_S se pone para proteger al galvanómetro cuando el cursor está en los extremos (A o B del hilo).

El galvanómetro tiene una resistencia interna $R_G = 10\ \Omega$ y soporta una intensidad máxima $I_G = 2\ mA$. Para la situación indicada, se toma $R_S = 990\ \Omega$ y se utiliza una d.d.p. $V = 12\ V$.

Deducir, de forma razonada, si el galvanómetro queda protegido o no.

SOLUCIÓN 8.7

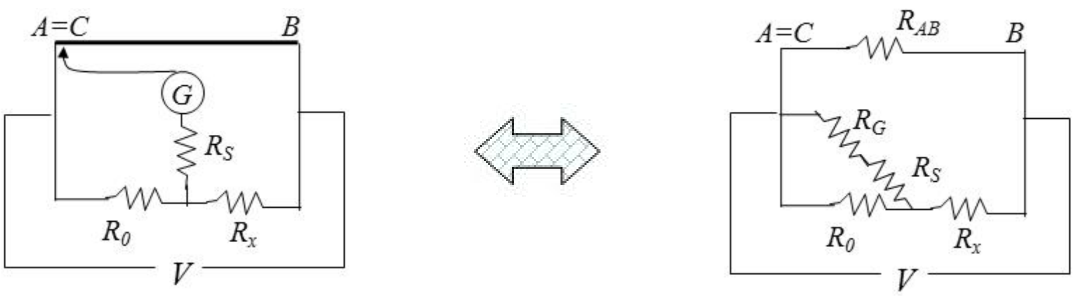
1. Sea x la distancia AC con el puente equilibrado.

La resistencia es igual a: $R = \rho\dfrac{l}{S}$ siendo ϱ la resistividad, l la longitud y S la sección. En los seminarios se demuestra que en un puente de Wheatstone equilibrado (el galvanómetro no detecta intensidad) el producto de resistencias cruzadas debe ser idéntico.

$$R_{AC}\ R_x = R_{CB}\ R_0 \Rightarrow x\ R_x = (L-x)\ R_0 \Rightarrow x = L\frac{R_0}{R_0+R_x} = \frac{1}{6}m$$

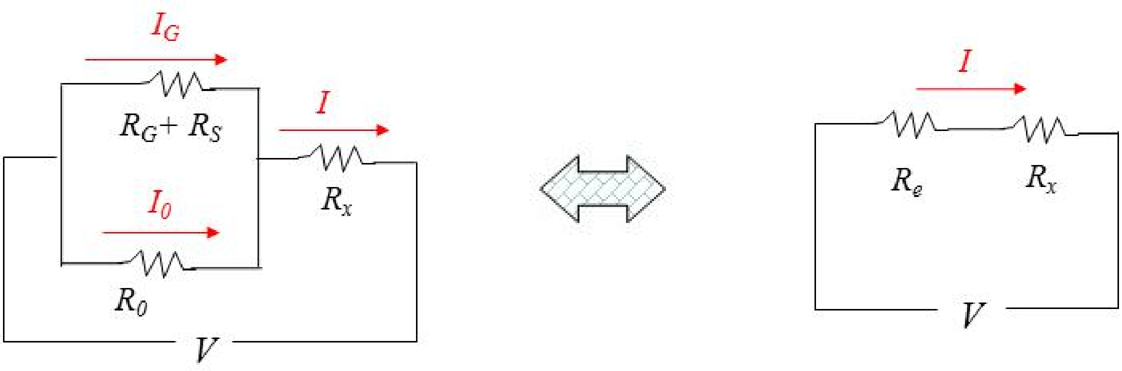
Si el puente se halla en los extremos el puente no está equilibrado, y por tanto, circula intensidad por el galvanómetro. Veamos cuál es esta intensidad para saber si está protegido.

Con el cursor en A:



Por la rama de arriba se tiene: $V = R_{AB} I_{AB} \Rightarrow I_{AB} = \frac{V}{R_{AB}}$

Por la rama de abajo hay que simplificar:



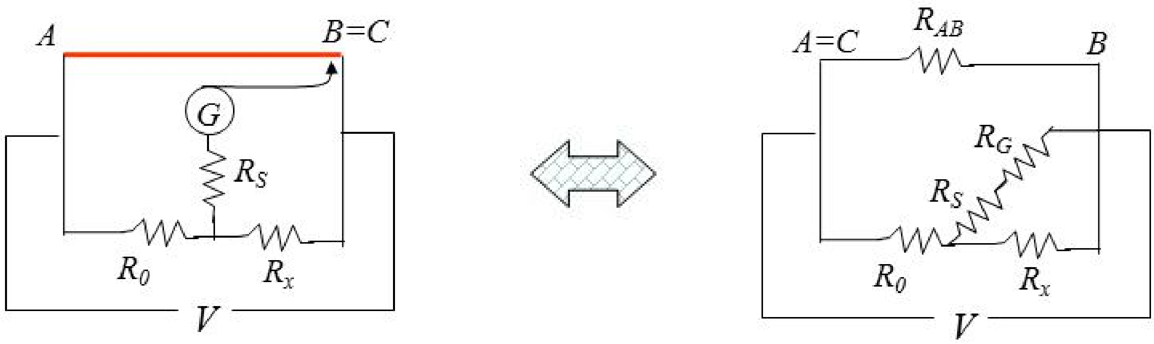
$$V = I\left(R_x + \overbrace{\frac{(R_S + R_G)R_0}{R_S + R_G + R_0}}^{R_e}\right) \Rightarrow 12 = 5500I \Rightarrow I = \frac{12}{5500}A$$

Imponemos que la ddp es la misma en la resistencia equivalente que en cada una de las ramas que han dado lugar a dicha resistencia para obtener la intensidad que pasa por el galvanómetro:

$$I\ R_e = I_G(R_S + R_G) \Rightarrow I_G = \frac{I}{2} = 1.1mA$$

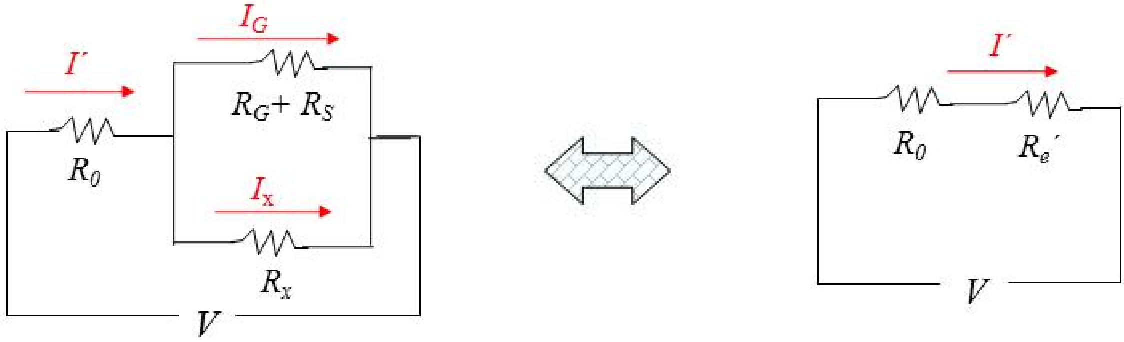
Luego está protegido al ser menor que la $I_{gmax} = 2\ mA$.

Con el cursor en B:



Por la rama de arriba se tiene nuevamente: $V = R_{AB} I_{AB} \Rightarrow I_{AB} = \dfrac{V}{R_{AB}}$

Por la rama de abajo simplificamos el circuito con el objeto de calcular la intensidad que pasa por el galvanómetro:



$$V = I'\left(R_0 + \overbrace{\frac{(R_S + R_G)R_x}{R_S + R_G + R_x}}^{R_e'}\right) \Rightarrow I' = 6.55\ mA$$

Para calcular I_G podemos imponer que la diferencia de potencial en la resistencia equivalente es la misma que en cada una de las ramas originales como hicimos antes o, de forma equivalente, las dos ecuaciones obtenidas de que las ramas tienen la misma ddp y de aplicar la ley de nudos en la entrada del shunt:

$$\left.\begin{array}{l} I_x\ R_x = I_G(R_S + R_G) \\ I_G + I_x = I' \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} I_x\ 5000 = I_G 1000 \\ I_G + I_x = 6,55mA \end{array}\right\}$$

$$I_G = 3.23\ mA$$

No está protegido ya que supera la $I_{gmax} = 2\ mA$.