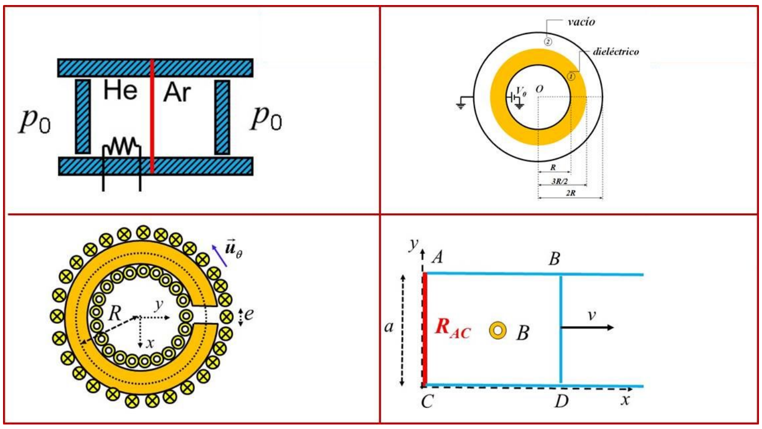
Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

FÍSICA II

PROBLEMAS PROPUESTOS

José Carlos JIMÉNEZ SÁEZ
Santiago RAMÍREZ DE LA PISCINA MILLÁN



2.- OPERADORES DIFERENCIALES

2 Operadores Diferenciales

PROBLEMA PROPUESTO 2.1.

Dado el campo escalar adimensional $\phi = Ax$. Se pide la derivada direccional en el punto $(4, 0, 3)$:

1) En la dirección del vector $(1, 1, 0)$.

2) En la dirección del vector $(-1, 1, 0)$.

3) En la dirección del vector $(1, 1, 1)$.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: A = 80

SOLUCIÓN 2.1.

1) 56.6

2) -56.6

3) 46.2

PROBLEMA PROPUESTO 2.2.

Calcular la derivada direccional del campo adimensional $\phi = Bx^2$:

1) En la dirección $\vec{i}$ en el punto $(2, 3, 4)$.

2) En la dirección $\vec{i} + \vec{j}$ en el punto $(5, 6, 4)$.

3) En la dirección $-\vec{i} + \vec{j}$ en el punto $(4, 3, 2)$.

4) En la dirección $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ en el punto $(1, 2, 3)$.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: B = 18

SOLUCIÓN 2.2.

1) 72.0

2) 127

3) -102

4) 20.8

PROBLEMA PROPUESTO 2.3.

Calcular la derivada direccional del campo adimensional $\phi = A\,(x^2 + y^2)$,

1) En la dirección $\vec{i}$ en el punto $(1, 2, 3)$.

2) En la dirección $\vec{i} + \vec{j}$ en el punto $(4, 3, 5)$.

3) En la dirección $-\vec{i} + \vec{j}$ en el punto $(1, 2, 1)$.

4) En la dirección $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ en el punto $(1, 0, 1)$.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: A = 99

SOLUCIÓN 2.3.

1) 198

2) 1390

3) 140

4) 114

PROBLEMA PROPUESTO 2.4.

Dado el campo vectorial adimensional $\vec{A} = ax^2\,\vec{i} + bxy\,\vec{j}$, obtener:

1) La divergencia en el punto $(5, 6, 7)$.

2) La componente z del rotacional en el punto $(4, 3, -1)$.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

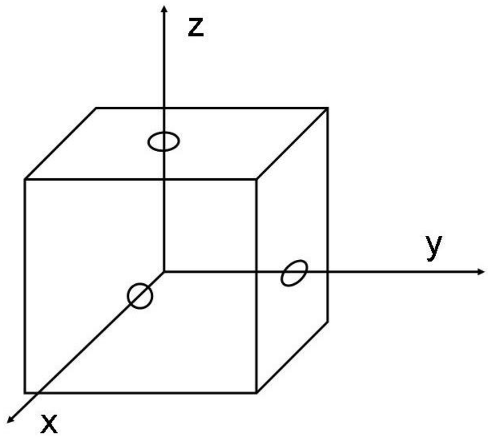
DATOS: a = 22, b = 93

SOLUCIÓN 2.4.

1) 685
2) 279

PROBLEMA PROPUESTO 2.5.

Se tiene el campo vectorial adimensional $\vec{B} = -cx^3\,\vec{i} + 2y\,\vec{j} + 3z\,\vec{k}$.



Obtener:

1) El potencial V del que deriva integrando el gradiente, particularizando para el punto $(1,4,1)$ y tomando $V(0,0,0) = 0$.

2) La divergencia en el punto $(3,5,8)$.

3) La integral de volumen de la divergencia en un cubo centrado en el origen y de lado $2L$.

4) El flujo del campo a través de un cubo centrado en el origen y de lado $2L$.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: c = 49, L = 41

SOLUCIÓN 2.5.

1) -5.25

2) -1320

3) -4.54E10

4) -4.54E10

PROBLEMA PROPUESTO 2.6.

Dado el campo vectorial adimensional $\vec{A} = 2bxy\,\vec{i} + (bx^2 - cy^2)\,\vec{j}$, hallar la circulación entre el punto $(0,0,0)$ y el punto $(3,2,0)$.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: b = 9, c = 58

SOLUCIÓN 2.6.

7.33

PROBLEMA PROPUESTO 2.7.

Dado el campo vectorial adimensional $\vec{A} = axy\,\vec{i} + (bx^2 - cy^2)\,\vec{j}$, hallar la circulación entre el punto $(0, 0, 0)$ y el punto $(1, 1, 0)$ por el camino $x = t,\ y = t,\ z = 0$ siendo t un parámetro que varía entre 0 y 1.

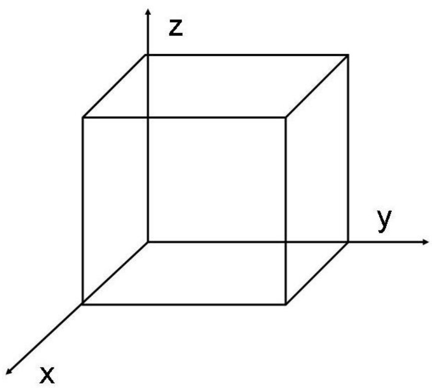
(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: a = 9, b = 14, c = 24

SOLUCIÓN 2.7.

-0.333

PROBLEMA PROPUESTO 2.8.



Dado el campo vectorial adimensional $\vec{A} = ay^2\,\vec{j}$ y un cubo de lado L, tres de cuyas caras se hallan sobre los planos XY, YZ y XZ y uno de sus vértices es el punto (L, L, L), calcular:

1) El flujo a través del cubo.

2) La integral de volumen de la divergencia en el cubo.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: a = 21, L = 23

SOLUCIÓN 2.8.

1) 5.88E6

2) 5.88E6

PROBLEMA PROPUESTO 2.9.

Obtener la componente $\vec{k}$ del rotacional del campo adimensional $\vec{A} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ siendo $\vec{\omega} = \omega\,\vec{k}$ y $\vec{r}$ el vector de posición $\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$ en el punto $(5, -3, 6)$.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: $\omega = 82$

SOLUCIÓN 2.9.

164

PROBLEMA PROPUESTO 2.10.

Obtener la componente $\vec{i}$ del gradiente del campo adimensional $\phi = \vec{\omega} \cdot \vec{r}$ siendo $\vec{\omega} = \omega_x\,\vec{i} + \omega_y\,\vec{j} + \omega_z\,\vec{k}$ y $\vec{r}$ el vector de posición $\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$ en el punto $(5, -3, 6)$.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: $\omega_x = 38$, $\omega_y = 76$, $\omega_z = 15$

SOLUCIÓN 2.10.

38.0

PROBLEMA PROPUESTO 2.11.

Obtener la componente $\vec{i}$ del gradiente del campo adimensional $\phi = |\vec{r}|$ siendo $\vec{r}$ el vector de posición $\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$ en el punto (A, B, C).

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: A = 43, B = 2, C = 17

SOLUCIÓN 2.11.

0.929

PROBLEMA PROPUESTO 2.12.

Obtener la componente $\vec{i}$ del gradiente del campo $\phi = \frac{1}{|\vec{r}|}$ siendo $\vec{r}$ el vector de posición $\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k}$ en en el punto (A, B, C).

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: A = 44, B = 35, C = 56

SOLUCIÓN 2.12.

-8.81E-5

PROBLEMA PROPUESTO 2.13.

Obtener la divergencia del campo adimensional $\vec{B} = k\,\vec{r}$, siendo $\vec{r}$ el vector de posición $(\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k})$ en el punto (A, B, C).

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: A = 50, B = 45, C = 63, k = 68

SOLUCIÓN 2.13.

204

PROBLEMA PROPUESTO 2.14.

Calcular el flujo del campo vectorial adimensional $\vec{D} = a\,(5x + 3y)\;\vec{i} + b2xz\,\vec{j} + c\,(z - y)\;\vec{k}$ a través de una esfera de radio R centrada en el origen.

Ayuda: Aplíquese el teorema de la divergencia.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

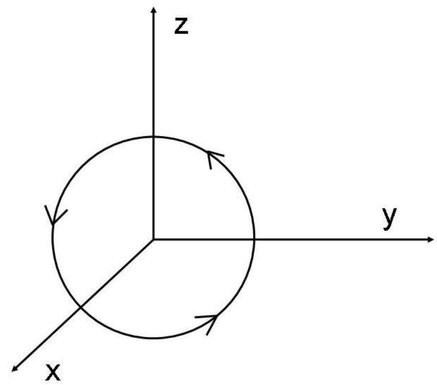
DATOS: a = 7, b = 72, c = 36, R = 22

SOLUCIÓN 2.14.

1.92E6

PROBLEMA PROPUESTO 2.15.

Calcular la circulación del campo vectorial adimensional $\vec{D} = a3xy\,\vec{i} + b\,(y-z)\,\vec{j} + c3z\,\vec{k}$ a lo largo de la circunferencia de radio R, centrada en el origen, situada en el plano $x = 0$ y recorrida en el sentido antihorario mirando desde el eje x positivo. Ayuda: Aplíquese el teorema de Stokes.



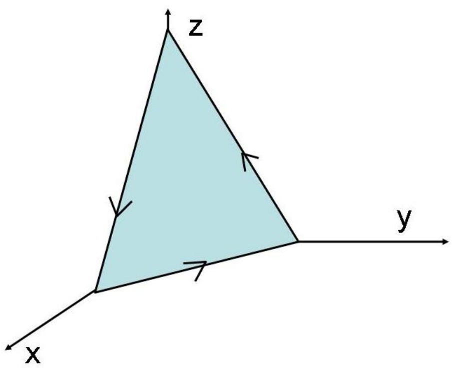
(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: a = 9, b = 58, c = 80, R = 9

SOLUCIÓN 2.15.

1.48E4

PROBLEMA PROPUESTO 2.16.



Dado el campo vectorial adimensional

$$\vec{D} = a\,(x+y+z)\,\vec{i} + b\frac{x^2}{2}\,\vec{k}$$

calcular la circulación en un triángulo cuyos lados se encuentran en los planos XY, YZ y XZ y cuyos vértices son los puntos: $(0,0,4)$, $(0,2,0)$ y $(1,0,0)$, recorrido en el sentido antihorario mirando desde el cuadrante positivo de los ejes x, y y z.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: a = 84, b = 35

SOLUCIÓN 2.16.

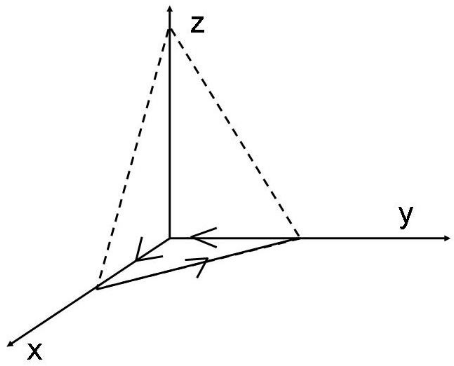
60.7

PROBLEMA PROPUESTO 2.17.

Dado el campo vectorial adimensional

$$\vec{D} = a\,(x+y+z)\;\vec{i} + b\frac{x^2}{2}\;\vec{k}$$

calcular el flujo del rotacional a través de un triángulo cuyos vértices son: $(0,0,0)$, $(0,2,0)$ y $(1,0,0)$, recorrido en el sentido antihorario mirando desde el eje z positivo.



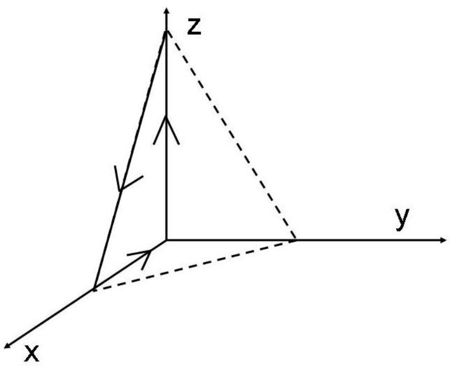
(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: a = 17, b = 70

SOLUCIÓN 2.17.

-17.0

PROBLEMA PROPUESTO 2.18.



Dado el campo vectorial adimensional

$$\vec{D} = a\,(x+y+z)\;\vec{i} + b\frac{x^2}{2}\;\vec{k}$$

calcular el flujo del rotacional a través de un triángulo cuyos vértices son: $(0,0,0)$, $(0,0,4)$ y $(1,0,0)$, recorrido en el sentido antihorario mirando desde el eje y positivo.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: a = 67, b = 15

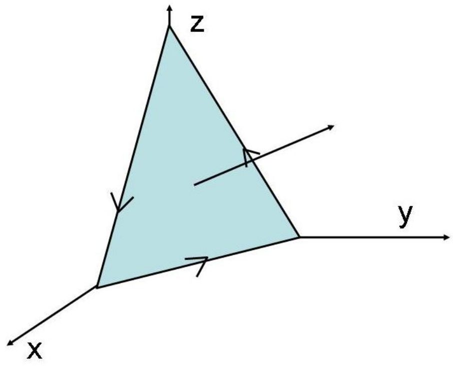
SOLUCIÓN 2.18.

124

PROBLEMA PROPUESTO 2.19.

Dado el campo vectorial adimensional

$$\vec{D} = a\,(x + y + z)\,\vec{i} + b\frac{x^2}{2}\,\vec{k}$$



calcular el flujo del rotacional a través del triángulo cuyos lados se encuentran en los planos XY, YZ y XZ y cuyos vértices son los puntos: $(0, 0, 4)$, $(0, 2, 0)$ y $(1, 0, 0)$. El sentido del diferencial de superficie es el asociado a recorrer el contorno en el sentido antihorario mirando desde el cuadrante positivo de los ejes x, y y z.

(Nota: todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

DATOS: a = 95, b = 32

SOLUCIÓN 2.19.

73.7