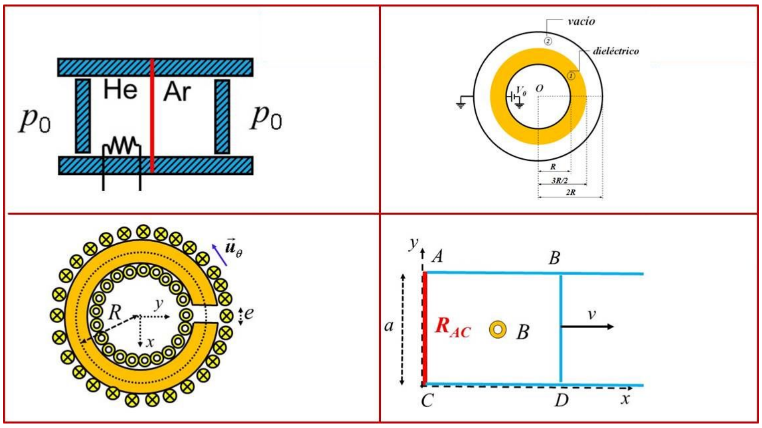
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

Departamento de Física aplicada a las Ingenierías Aeronáutica y Naval

FÍSICA II

CUESTIONES DE EVALUACIÓN CONTINUA Y PROBLEMAS DE EXAMEN



CONTROL 1

TERMODINÁMICA Y OPERADORES DIFERENCIALES

1 CUESTIONES

CUESTIÓN 1.1 (Autor JH)

En general, se verifica que:

1) En algunos procesos termodinámicos, el calor intercambiado sólo depende de los estados inicial y final.

2) Toda transformación isoterma de un sistema cerrado es tal que la variación de energía interna es nula.

3) La entropía de un sistema cualquiera sólo puede aumentar.

4) Todas las máquinas bitermas que funcionan entre los mismos focos tienen el mismo rendimiento.

5) Ninguna de las otras respuestas es correcta.

SOLUCIÓN 1.1 1)

CUESTIÓN 1.2 (Autor JH)

El cilindro adiabático de la figura está dividido en dos cámaras de igual volumen V_0 mediante un tabique. La cámara izquierda contiene n moles de un gas ideal monoatómico a presión p_0 mientras que la cámara derecha está vacía. En el instante inicial se retira el tabique sin aporte de energía. Después de alcanzar el nuevo estado de equilibrio, se verifica:

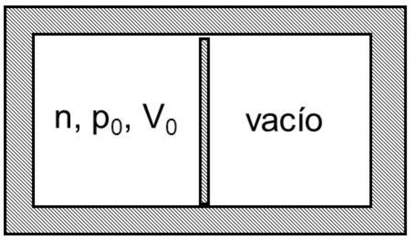
1) $\Delta S = \ln(2)nR/(\gamma - 1)$

2) $\Delta S = \ln(2)nR$

3) $\Delta H = (5/2)RT_0$

4) $\Delta U = (3/2)RT_0$

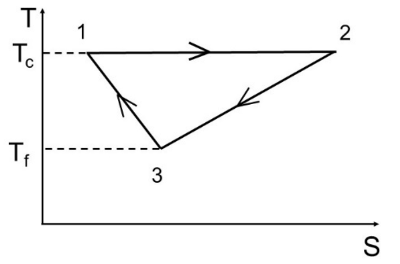
5) Ninguna de las otras respuestas es correcta



SOLUCIÓN 1.2 1)

CUESTIÓN 1.3 (Autor JH)

El rendimiento del ciclo termodinámico de la figura (diagrama T-S) es:



SOLUCIÓN 1.3 $(1/2)\,[1 - T_f/T_c]$

CUESTIÓN 1.4 (Autor JH)

En un sistema cerrado con n moles, se cumple:

1) $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S = Vn$

2) $\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_p = T$

3) $\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_p = -T$

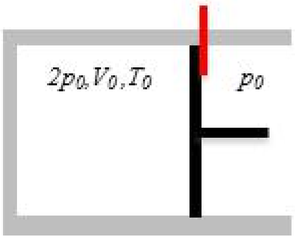
4) $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S = -V$

5) Ninguna de las otras respuestas es correcta.

SOLUCIÓN 1.4 2)

CUESTIÓN 1.5 (Autor JH)

Cierta cantidad de gas ideal de coeficiente γ se encuentra en un cilindro adiabático limitado por un émbolo también adiabático. Inicialmente, el gas se encuentra en las condiciones indicadas en la figura con el émbolo inmovilizado por un tope. En el instante $t = 0$ se quita el tope y el émbolo puede deslizar sin rozamiento. Una vez alcanzado el equilibrio, la temperatura final del gas es:



SOLUCIÓN 1.5 $T_f = \dfrac{\gamma + 1}{2\gamma}\, T_0$

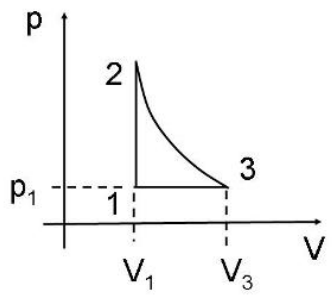
CUESTIÓN 1.6 (Autor JJ)

Un gas perfecto de coeficiente adiabático γ que inicialmente se encuentra a una temperatura T_1 experimenta las siguientes transformaciones reversibles: Primeramente se comprime adiabáticamente desde 1 hasta 2 y después se expande a presión constante de 2 a 3. Conociendo las relaciones $V_1/V_2 = a$ y $V_2/V_3 = b$. Se pide calcular la temperatura en el estado 3.

SOLUCIÓN 1.6 $T_3 = T_1 a^{\gamma-1} b^{-1}$

CUESTIÓN 1.7 (Autor JJ)

En un motor térmico, n moles de un gas perfecto ($\gamma = 5/3$) efectúan cuasiestáticamente el ciclo 1-2-3 de la figura en sentido horario. La transformación 1-2 es isocora, la 2-3 es adiabática y la 3-1 es isobara. Las temperaturas en los vértices son T_1, $T_2 = 4T_1$ y $T_3 = 2T_1$. Calcular (sólo) el calor suministrado al motor por mol y dividido por la constante de gases R.



SOLUCIÓN 1.7 $\dfrac{Q_+}{nR} = \dfrac{9}{2} T_1$

CUESTIÓN 1.8 (Autor JJ)

Para el enunciado del problema anterior calcular el rendimiento:

SOLUCIÓN 1.8 $\eta = \dfrac{4}{9}$

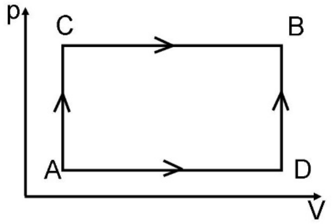
CUESTIÓN 1.9 (Autor JJ)

En un motor de Carnot el rendimiento es $\eta = 0.2$ y el calor absorbido del foco caliente es $Q_c = 5\ kJ$. El calor cedido al foco frío será:

SOLUCIÓN 1.9 $Q_f = -4\ kJ$

CUESTIÓN 1.10 (Autor JJ)

Cuando se lleva un sistema del estado A al estado B siguiendo la trayectoria ACB, se cede al sistema un calor neto $Q_{ACB} = 5\ kJ$ y éste hace un trabajo $W_{ACB} = -2\ kJ$. Si se sigue la trayectoria ADB el sistema realiza un trabajo $W_{ADB} = -1\ kJ$. El calor neto que intercambia en este último proceso es:



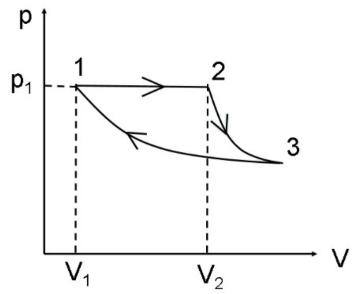
SOLUCIÓN 1.10 $Q_f = 4\ kJ$

CUESTIÓN 1.11 (Autor JJ)

n moles de un gas perfecto de índice adiabático γ evolucionan, de forma reversible, según el siguiente ciclo:

$1 \to 2$: expansión isobárica a la presión p_1, desde el volumen inicial V_1 hasta el volumen $V_2 = 2V_1$.
$2 \to 3$: expansión adiabática.
$3 \to 1$: compresión isotérmica volviendo al estado inicial (p_1, V_1).

El calor suministrado en el proceso $1 \to 2$ es:



SOLUCIÓN 1.11 $Q_{12} = \dfrac{\gamma}{\gamma - 1} p_1 V_1$

CUESTIÓN 1.12 (Autor JJ)

Para el sistema de la cuestión anterior, calcular el trabajo realizado en el proceso $3 \to 1$.

SOLUCIÓN 1.12 $W_{31} = \dfrac{\gamma}{\gamma - 1} p_1 V_1 \ln 2$

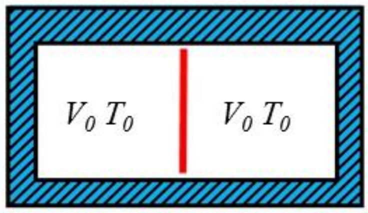
CUESTIÓN 1.13 (Autor JJ)

Para el sistema de la cuestión anterior, calcular la variación de entropía en el proceso $1 \to 2$ es, siendo R la constante de los gases.

SOLUCIÓN 1.13 $\Delta S_{12} = \dfrac{\gamma}{\gamma - 1} nR \ln 2$

CUESTIÓN 1.14 (Autor JJ)

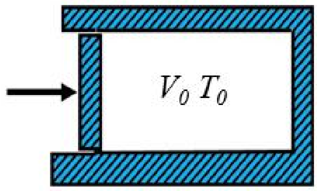
Un recipiente de paredes adiabáticas se encuentra dividido en dos recintos iguales de volumen V_0 por un pistón diatérmico. En cada recinto hay n moles de gas perfecto de índice adiabático γ a temperatura T_0. Mediante un mecanismo se mueve muy lentamente el pistón comprimiendo uno de los recintos. Cuando el volumen de dicho recinto es $V_0/2$, la temperatura del sistema T es:



SOLUCIÓN 1.14 $T = T_0\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{(1-\gamma)}{2}}$

CUESTIÓN 1.15 (Autor JJ)

Se dispone de un gas ideal encerrado en un cilindro térmicamente aislado. Una de las paredes del cilindro es un émbolo adiabático (véase figura). Sus condiciones iniciales son: volumen V_0 y temperatura T_0. Se comprime lentamente el gas hasta que su volumen es $V_0/3$ y su temperatura $2T_0$. Calcular la capacidad calorífica molar a volumen constante c_V del gas.

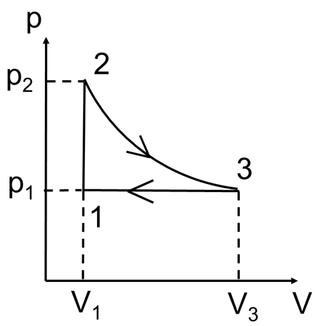


SOLUCIÓN 1.15 $c_V = R\ln 3/\ln 2$

CUESTIÓN 1.16 (Autor JJ)

n moles de un gas ideal de índice adiabático γ evolucionan según el ciclo de la figura, que consta de una isocora, una adiabática y una isobara.

Se conocen los valores de presión y volumen de los estados 1 (p_1, V_1) y 2 ($p_2 = 2p_1$, $V_2 = V_1$), el valor de la temperatura del estado 3, T_3, es:



SOLUCIÓN 1.16 $T_3 = 2^{1/\gamma}\frac{p_1 V_1}{nR}$

CUESTIÓN 1.17 (Autor JJ)

El rendimiento η del ciclo descrito en la cuestión anterior (recorrido en sentido horario) es:

SOLUCIÓN 1.17 $\eta = 1 - \gamma(2^{1/\gamma} - 1)$

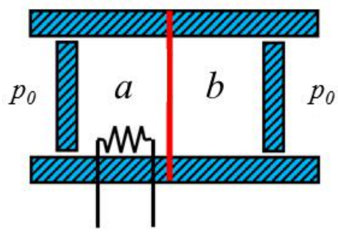
CUESTIÓN 1.18 (Autor JJ)

El valor de la derivada parcial de la entalpía con la entropía a presión constante, $(\partial H/\partial S)_p$ es:

SOLUCIÓN 1.18 T

CUESTIÓN 1.19 (Autor JJ)

Se tiene un cilindro de paredes adiabáticas. El cilindro consta de dos cámaras separadas entre sí por una pared fija diatérmica. La pared de las cámaras en contacto con el exterior es móvil y adiabática. En el exterior la presión es constante e igual a p_0. En cada una de las cámaras hay n moles de un gas de índice adiabático γ. En el instante inicial, ambas cámaras se encuentran en equilibrio y tienen un volumen V_0 cada una. A continuación, se aporta muy lentamente calor a la cámara a mediante una resistencia hasta que el volumen de la cámara b se hace $2V_0$.



La variación de energía interna del gas de la cámara a, ΔU_a, es:

SOLUCIÓN 1.19 $\Delta U_a = \dfrac{p_0 V_0}{\gamma - 1}$

CUESTIÓN 1.20 (Autor JJ)

El trabajo intercambiado por el gas de la cámara b, W_b, en la cuestión anterior es:

SOLUCIÓN 1.20 $W_b = -p_0 V_0$

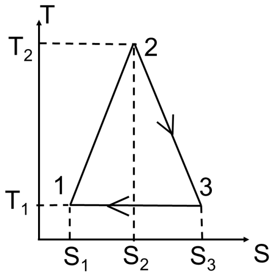
CUESTIÓN 1.21 (Autor JJ)

El calor recibido de la resistencia por el sistema, Q, en la cuestión anterior es:

SOLUCIÓN 1.21 $Q = p_0 V_0 \frac{2\gamma}{\gamma - 1}$

CUESTIÓN 1.22 (Autor JJ)

Un sistema realiza en sentido horario el ciclo termodinámico de la figura, que tiene forma de triángulo isósceles (simétrico respecto de la recta $S = S_2$), donde se conocen los vértices: (S_1, T_1) y $(S_2 = 2S_1, T_2 = 2T_1)$. El calor neto intercambiado por el sistema, Q, es:



SOLUCIÓN 1.22 $Q = T_1 S_1$

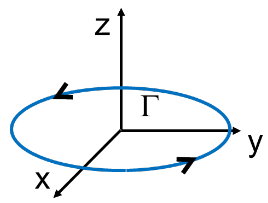
CUESTIÓN 1.23 (Autor JJ)

De un campo vectorial $\vec{W}$ se conoce su divergencia: $\nabla \cdot \vec{W} = 2$, el valor del flujo ϕ del campo a través de un cubo de lado $2L$, es:

SOLUCIÓN 1.23 $\phi = 16L^3$

CUESTIÓN 1.24 (Autor JJ)

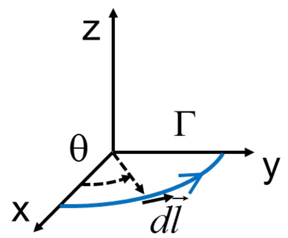
Sea una circunferencia Γ de radio R, situada en el plano OXY, centrada en el origen y recorrida en sentido antihorario vista desde el semieje z positivo. Si la circulación de un campo vectorial $\vec{W}$ a lo largo de esta circunferencia es $\oint_\Gamma \vec{W} \cdot d\vec{l} = 2\pi R^2$, un valor del rotacional del campo $\nabla \times \vec{W}$ compatible con este resultado es:



SOLUCIÓN 1.24 $\nabla \times \vec{W} = 2\vec{k}$

CUESTIÓN 1.25 (Autor JJ)

Dado el campo vectorial adimensional $\vec{W} = 2(x/y)\vec{i} + (y/x)\vec{j}$, la integral de línea a lo largo del arco de circunferencia Γ de radio R que va desde el ángulo polar $\theta = 0\ rad$ hasta el ángulo $\theta = \pi/2\ rad$, $\int_\Gamma \vec{W} \cdot d\vec{l}$, es:



SOLUCIÓN 1.25 $\int_\Gamma \vec{W} \cdot d\vec{l} = -R$

CUESTIÓN 1.26 (Autor JJ)

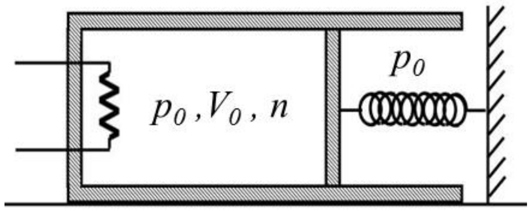
Dado el campo vectorial adimensional: $\vec{H} = Ax^3\vec{i} - By\vec{j} + Cz^2\vec{k}$ siendo $A = 1$, $B = 1$ y $C = 1$, el potencial V del que deriva ($\vec{H} = \nabla V$) en el punto $(1, 0, 1)$ tomando como punto de potencial cero el origen ($V(0, 0, 0) = 0$) es:
(Nota: Todas las magnitudes con dimensiones de longitud se encuentran normalizadas)

SOLUCIÓN 1.26 $V(1, 0, 1) = \dfrac{7}{12}$

1 PROBLEMAS

PROBLEMA 1.1 (Autor JJ)

En la figura se muestra un cilindro de paredes adiabáticas y sección transversal S. Una de las bases del cilindro es un émbolo móvil que se desplaza sin rozamiento sujeto a un muelle de constante elástica K y sometido a una presión exterior constante p_0. Dentro del cilindro se encuentran n moles de un gas ideal de coeficiente γ. El gas tiene inicialmente una presión p_0 y ocupa un volumen V_0 tal como se indica en la figura. El muelle se encuentra inicialmente sin comprimir. Una resistencia calienta el interior del cilindro suministrando un calor Q al gas, de manera que al final del proceso se alcanza un equilibrio cuando el muelle se comprime una longitud δ. Considérese $S = \delta^2$, $V_0 = 3\,\delta^3$, $K = 2\,p_0\,\delta$, $Q = 14\,p_0\,\delta^3$. Se pide:



1) La presión final p_f en el interior del cilindro.

2) El trabajo W realizado sobre el gas.

3) El índice adiabático γ del gas.

4) El incremento de entalpía ΔH del gas.

5) El incremento de entropía ΔS del gas.

SOLUCIÓN 1.1

1) $p_f = 3\,p_0$

2) $W = -2\,p_0\,\delta^3$

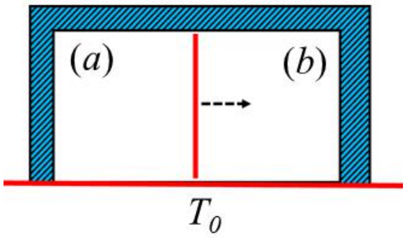
3) $\gamma = 1.75$

4) $\Delta H = \dfrac{\gamma}{\gamma - 1}\,9\,p_0\,\delta^3$

5) $\Delta S = \dfrac{nR}{(\gamma - 1)}\,[\gamma \ln(4/3) + \ln 3]$

PROBLEMA 1.2 (Autor JJ)

Un depósito de sección rectangular, paredes fijas (todas adiabáticas excepto una diatérmica, según se muestra en la figura) y volumen $2V_0$ se encuentra en contacto con un foco térmico de temperatura T_0 a través de su pared diatérmica. El depósito tiene dos cámaras separadas por una pared móvil diatérmica. Inicialmente en cada una de las cámaras hay n moles de un mismo gas ocupando un volumen V_0. En un determinado momento y mediante un mecanismo externo se desplaza muy lentamente la pared que separa las dos cámaras hasta que la cámara (a) pasa a tener un volumen $V_0/2$.



Determinar:

1) El calor intercambiado por el gas de la cámara (a).

2) El trabajo intercambiado por el gas de la cámara (a).

3) El calor intercambiado por el gas de la cámara (b).

4) El trabajo intercambiado por el gas de la cámara (b).

5) El calor intercambiado por los gases contenidos en las dos cámaras con el foco térmico.

6) El trabajo intercambiado por el cilindro con el exterior.

7) La variación de entropía del gas de la cámara (a).

8) La variación de entropía del gas de la cámara (b).

9) La variación de entropía total del gas contenido en las dos cámaras.

SOLUCIÓN 1.2

1) $Q_a = -nRT_0 \ln 2$

2) $W_a = nRT_0 \ln 2$

3) $Q_b = nRT_0 \ln(3/2)$

4) $W_b = -nRT_0 \ln(3/2)$

5) $Q = nRT_0 \ln(3/4)$

6) $W = nRT_0 \ln(4/3)$

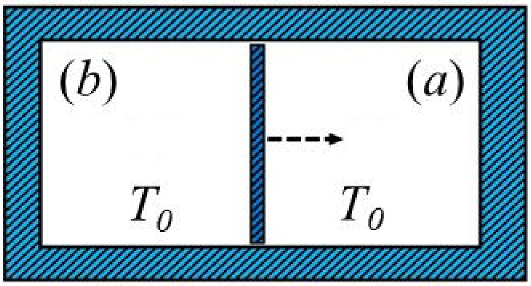
7) $\Delta S_a = nR \ln(1/2)$

8) $\Delta S_b = nR \ln(3/2)$

9) $\Delta S = nR \ln(3/4)$

PROBLEMA 1.3 (Autor SR)

Un depósito de sección rectangular, paredes fijas adiabáticas y volumen $2V_0$ tiene dos cámaras separadas por una pared móvil también adiabática. Inicialmente en cada una de las cámaras hay n moles de un mismo gas, de índice adiabático γ, a temperatura T_0 y ocupando un volumen V_0. En un determinado momento y mediante un mecanismo externo se desplaza muy lentamente la pared que separa las dos cámaras hasta que la cámara (a) pasa a tener un volumen $V_0/2$.



Determinar:

1) El trabajo intercambiado por el gas de la cámara (a).

2) El trabajo intercambiado por el gas de la cámara (b).

3) El trabajo intercambiado por el cilindro con el exterior.

4) La variación de energía interna del gas de la cámara (a).

5) La variación de energía interna del gas de la cámara (b).

SOLUCIÓN 1.3

1) $W_a = \dfrac{nRT_0}{\gamma - 1}\left(2^{\gamma-1} - 1\right)$

2) $W_b = \dfrac{nRT_0}{\gamma - 1}\left((2/3)^{\gamma-1} - 1\right)$

3) $W = \dfrac{nRT_0}{\gamma - 1}\left(2^{\gamma-1} + (2/3)^{\gamma-1} - 2\right)$

4) $\Delta U_a = \dfrac{nRT_0}{\gamma - 1}\left(2^{\gamma-1} - 1\right)$

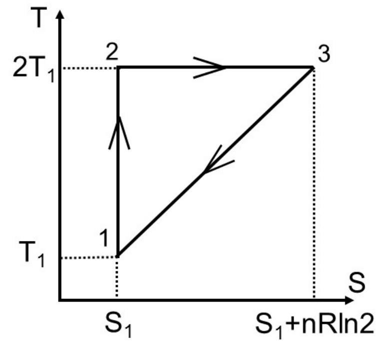
5) $\Delta U_b = \dfrac{nRT_0}{\gamma - 1}\left((2/3)^{\gamma-1} - 1\right)$

PROBLEMA 1.4 (Autor FJ)

n moles de un gas diatómico ($\gamma = 7/5$) evolucionan de manera reversible según un ciclo cuyo diagrama entrópico se representa en la figura (R es la constante universal de los gases). En el estado inicial 1 tanto el volumen V_1 como la temperatura T_1 del gas son conocidos.

Definiendo $a = nRT_1$, se pide:

1) La presión del gas en el estado 3, p_3.
2) El calor intercambiado en el proceso 23, Q_{23}.
3) El trabajo intercambiado en el proceso 12, W_{12}.
4) El calor intercambiado en el proceso 31, Q_{31}.
5) El rendimiento del ciclo realizado por el gas, η.



SOLUCIÓN 1.4

1) $p_3 = 2^{5/2}\, a/V_1$
2) $Q_{23} = 2\, a \ln 2$
3) $W_{12} = 5\, a/2$
4) $Q_{31} = -\dfrac{3}{2}\, a \ln 2$
5) $\eta = 1/4$

PROBLEMA 1.5 (Autor JJ)

Dado el campo vectorial $\vec{H} = axy\vec{i} + bx\vec{j}$, donde a y b son constantes. Calcular:

1) La integral de línea del campo desde el punto $A(0,0,0)$ al punto $B(1,1,0)$ a lo largo de la curva $x = t$, $y = t^2$, $z = 0$.

2) La divergencia del campo.

3) El rotacional del campo.

4) El flujo del campo a través de la superficie cerrada S de un cubo de lado L que se puede construir entre los vértices $(0,0,0)$, $(L,0,0)$, $(L,L,0)$, $(0,L,0)$ y (L,L,L).

5) La circulación del campo a lo largo del cuadrado Γ de lado L definido por los vértices: $(0,0,0)$, $(L,0,0)$, $(L,L,0)$, $(0,L,0)$ y recorrido en el orden en el que aparecen dichos vértices.

SOLUCIÓN 1.5

1) $\int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{l} = a/4 + 2b/3$

2) $\nabla \cdot \vec{H} = ay$

3) $\nabla \times \vec{H} = (b - ax)\vec{k}$

4) $\oint_S \vec{H} \cdot d\vec{S} = aL^4/2$

5) $\oint_\Gamma \vec{H} \cdot d\vec{l} = bL^2 - aL^3/2$

PROBLEMA 1.6 (Autor SR)

Dado el campo vectorial $\vec{H} = ay\vec{i} + bxy\vec{j}$, donde a y b son constantes. Determinar:

1) La integral de línea del campo desde el punto $A(0,0,0)$ al punto $B(1,1,0)$ a lo largo de la curva $x = t^2$, $y = t$, $z = 0$.

2) La divergencia del campo.

3) El rotacional del campo.

4) El flujo del campo a través de la superficie cerrada S de un cubo de lado L que se puede construir entre los vértices $(0,0,0)$, $(L,0,0)$, $(L,L,0)$, $(0,L,0)$ y (L,L,L).

5) La circulación del campo a lo largo del cuadrado Γ de lado L definido por los vértices: $(0,0,0)$, $(L,0,0)$, $(L,L,0)$, $(0,L,0)$ y recorrido en el orden en el que aparecen dichos vértices.

SOLUCIÓN 1.6

1) $\int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{l} = 2a/3 + b/4$

2) $\nabla \cdot \vec{H} = bx$

3) $\nabla \times \vec{H} = (by - a)\vec{k}$

4) $\oint_S \vec{H} \cdot d\vec{S} = bL^4/2$

5) $\oint_\Gamma \vec{H} \cdot d\vec{l} = bL^3/2 - aL^2$

RELACIÓN DE AUTORES POR ORDEN ALFABÉTICO:

1) JH → Honrubia Checa, Javier

2) FJ → Jiménez Lorenzo, Fernando

3) JJ → Jiménez Sáez, Jose Carlos

4) SR → Ramírez de la Piscina Millán, Santiago