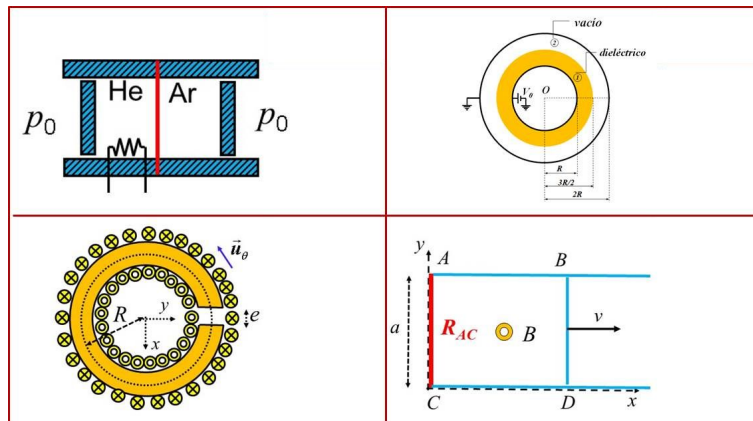


# ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

## FÍSICA II

### CUESTIONES DE EVALUACIÓN CONTINUA Y PROBLEMAS DE EXAMEN



## CONTROL 3

### MAGNETOSTÁTICA

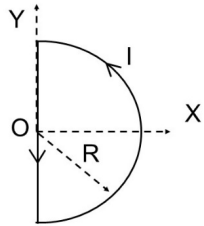
# 3

## CUESTIONES

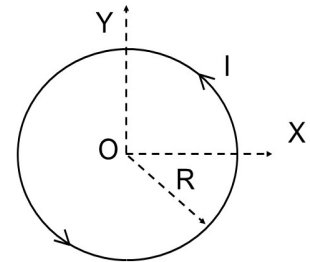
### CUESTIÓN 3.1 (Autor JH)

Determinar la inducción magnética  $\vec{B}$  en el origen de coordenadas  $O$  producida por las siguientes espiras por las que circula una intensidad de corriente  $I$ .

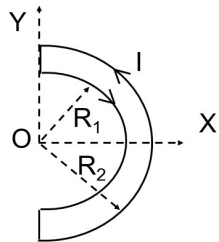
1) Espira semicircular.



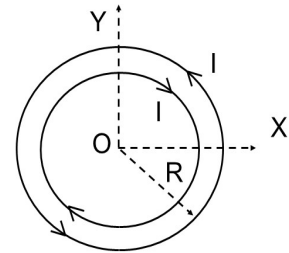
2) Espira circular.



3) Anillo semicircular.



4) Anillo circular.



### SOLUCIÓN 3.1

1)  $\frac{\mu_0 I}{4R} \vec{k}$

2)  $\frac{\mu_0 I}{2R} \vec{k}$

3)  $-\frac{\mu_0 I}{4} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \vec{k}$

4)  $-\frac{\mu_0 I}{2} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \vec{k}$

**CUESTIÓN 3.2 (Autor JH)**

Dado el campo magnético  $\vec{B} = \frac{B_0}{d_0^2}(xz\vec{i} - z^2\vec{j} + az^2\vec{k})$  siendo  $B_0$ ,  $d_0$  y  $a$  constantes.

¿Qué valor debe tomar  $a$ ?

**SOLUCIÓN 3.2**  $a = -1/2$

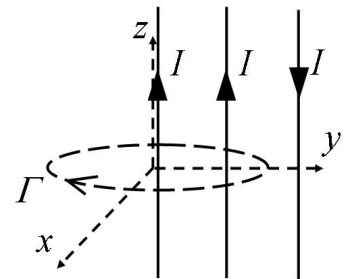
**CUESTIÓN 3.3 (Autor JJ)**

Una partícula puntual, con carga  $q = 10^{-3} C$  y masa  $m = 10^{-3} kg$ , se mueve en una trayectoria circular de radio  $R = 2 m$  bajo la acción de una inducción magnética  $B = 4 T$  uniforme y perpendicular al plano de su trayectoria. Si la única fuerza que actúa sobre la partícula es la magnética, calcular el módulo de su velocidad  $|\vec{v}|$ .

**SOLUCIÓN 3.3**  $|\vec{v}| = 8 m s^{-1}$

**CUESTIÓN 3.4 (Autor JJ)**

La circunferencia  $\Gamma$  de la figura está situada en el plano  $XY$ , tiene su centro en el origen de coordenadas y su radio es  $R = 1.5r$ . Se tienen tres hilos conductores rectilíneos infinitos, paralelos al eje  $Z$  y recorridos por intensidades idénticas de valor  $I = 3i$ . Los hilos atraviesan el plano  $XY$  en los puntos  $(0, 0, 0)$  el primero,  $(0, r, 0)$  el segundo, y  $(0, 2r, 0)$  el tercero. La intensidad del primer y segundo hilo apunta en el sentido positivo del eje  $Z$  y la del tercero en el opuesto. Calcular la circulación del vector inducción magnética en la curva  $\Gamma$  recorrida en sentido horario (véase la figura).



**SOLUCIÓN 3.4**  $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = -6\mu_0 i$

**CUESTIÓN 3.5 (Autor JJ)**

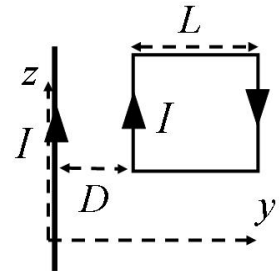
Un anillo de radio  $R$  situado en el plano  $OXY$  tiene una carga  $Q$  uniformemente distribuida y una velocidad angular  $\vec{\omega} = \omega\vec{k}$ . Calcular el momento magnético  $\vec{m}$  del anillo.

**SOLUCIÓN 3.5**  $\vec{m} = \frac{Q\omega R^2}{2} \vec{k}$



## CUESTIÓN 3.6 (Autor JJ)

Un hilo conductor recto infinito situado en el eje  $Z$  es recorrido por una intensidad  $I = 4i$ . A una distancia  $D = 3d$  en el plano  $YZ$  se encuentra una espira cuadrada de lado  $L$  recorrida por la misma intensidad  $I$  en sentido horario tal y como se muestra en la figura. Calcular el módulo de la fuerza  $F$  que ejerce el hilo sobre la espira.



**SOLUCIÓN 3.6** 
$$F = \frac{8\mu_0 i^2 L}{\pi} \left( \frac{1}{3d} - \frac{1}{3d + L} \right)$$



## CUESTIÓN 3.7 (Autor JJ)

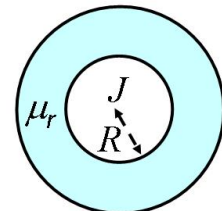
Calcular el momento  $\vec{\tau}$  de las fuerzas magnéticas que actúan sobre un anillo de momento magnético  $\vec{m} = m\vec{k}$  debidas al campo uniforme  $\vec{B} = B_x\vec{i} + B_z\vec{k}$ .

**SOLUCIÓN 3.7** 
$$\vec{\tau} = m B_x \vec{j}$$



## CUESTIÓN 3.8 (Autor JJ)

Un conductor infinito en forma de cilindro recto de radio  $R$  cuya sección transversal se muestra en la figura se encuentra recorrido por una densidad de corriente uniforme  $J = 4j$ , siendo  $j$  constante. El conductor se encuentra rodeado por una corona circular de material magnético lineal de permeabilidad relativa  $\mu_r$ .



Se pide:

- 1) El módulo de la inducción magnética  $\vec{B}$  en el interior del conductor a una distancia  $r = R/2$  de su eje.
- 2) El módulo de la imanación (o magnetización)  $M$  en el material magnético a una distancia  $r = (3/2)R$  del mencionado eje.

**SOLUCIÓN 3.8**

- 1)  $B(R/2) = \mu_0 j R$
- 2)  $M(3R/2) = (\mu_r - 1) \frac{4Rj}{3}$



## CUESTIÓN 3.9 (Autor JJ)

¿Cuándo el campo vectorial  $\vec{B} = ax^n \vec{i} + bz^n x \vec{j} + cx^{n-1} z \vec{k}$ , donde  $a, b, c$  y  $n$  son constantes no nulas, puede ser un campo de inducción magnética?

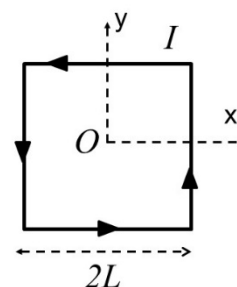
SOLUCIÓN 3.9  $a = -c/n$



## CUESTIÓN 3.10 (Autor JJ)

Por una espira cuadrada contenida en el plano  $OXY$ , centrada en el origen  $O$  y con lados de longitud  $2L$  paralelos a los ejes de coordenadas, circula una intensidad de corriente  $I$  en el sentido antihorario según se indica en la figura. La espira se encuentra en el seno de un campo de inducción magnética  $\vec{B} = Ax \vec{k}$ , siendo  $A$  una constante.

Calcular la fuerza total  $\vec{F}$  sobre la espira.



SOLUCIÓN 3.10  $\vec{F} = 4IAL^2 \vec{i}$

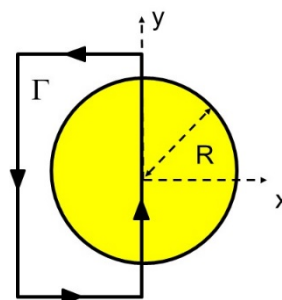


## CUESTIÓN 3.11 (Autor JJ)

Se tiene un hilo conductor cilíndrico de longitud infinita y radio  $R$  por el que pasa una densidad de corriente uniforme  $\vec{J} = J \vec{k}$  (en el sentido saliente de la hoja).

Calcular la circulación  $C = \oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l}$  a lo largo de la curva  $\Gamma$  indicada en la figura y recorrida en el sentido que se indica.

[Nota:  $\Gamma$  divide la sección recta del conductor en dos mitades iguales]



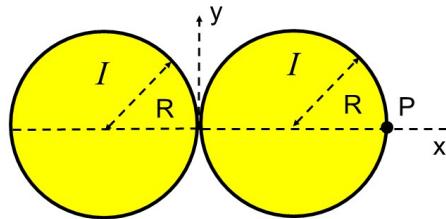
SOLUCIÓN 3.11  $C = \mu_0 J \pi R^2 / 2$



## CUESTIÓN 3.12 (Autor JJ)

Se tienen dos hilos conductores cilíndricos paralelos de longitud infinita y radio  $R$ , tangentes entre sí (aunque sin contacto eléctrico) y recorridos por corrientes de la misma intensidad  $I$  y sentido dado por el vector unitario  $\vec{k}$ .

Calcular el módulo del campo de inducción magnética  $B$  en el punto  $P$  de coordenadas  $(2R, 0)$  de la figura.

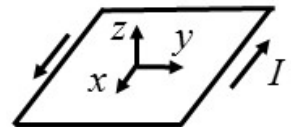


SOLUCIÓN 3.12 
$$B(2R, 0) = \frac{2\mu_0 I}{3\pi R}$$



## CUESTIÓN 3.13 (Autor JJ)

Se tiene una espira cuadrada de lado  $2a$ , contenida en el plano  $OXY$  y centrada en el origen. La espira está recorrida por una intensidad de corriente  $I$  en sentido antihorario (véase figura), y se encuentra en el seno de un campo magnético  $\vec{B} = B\vec{i}$ . El momento,  $\vec{\tau}$ , de la fuerza magnética que actúa sobre dicha espira es:



SOLUCIÓN 3.13 
$$\vec{\tau} = 4Ia^2 B\vec{j}$$



## CUESTIÓN 3.14 (Autor JJ)

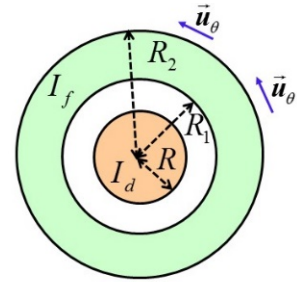
Se tiene en el vacío un solenoide muy largo y estrecho por el que circula una intensidad de corriente  $I = I_0$ . En su interior se tiene un campo magnético  $B = 2B_0$ . Calcular el número de espiras por unidad de longitud  $n$  del solenoide.

SOLUCIÓN 3.14 
$$n = 2B_0/(\mu_0 I_0)$$



## CUESTIÓN 3.15 (Autor JJ)

Un conductor cilíndrico cuyo eje de simetría coincide con el eje  $OZ$ , de radio  $R$  y longitud muy grande, es recorrido por una intensidad de corriente  $I_d = 2I$  en el sentido del vector unitario  $\vec{k}$  (saliente en la hoja). Rodeando este conductor se encuentra otro conductor cilíndrico hueco concéntrico con el anterior de radios  $R_1$  y  $R_2$  ( $R < R_1 < R_2$ ), recorrido por una intensidad  $I_f = 3I$  en el sentido  $\vec{k}$ . Siendo  $\vec{u}_\theta$  el unitario azimutal de la figura, se pide:



- 1) El campo magnético  $\vec{B}$  a una distancia  $r$  del eje del cilindro tal que  $R_2 \leq r$ .
- 2) Se rellena el hueco entre los dos conductores del sistema con un material magnético lineal de permeabilidad relativa uniforme  $\mu_r$ , calcular la densidad de corriente superficial  $\vec{J}_{Sm}$  que circula por la superficie de radio  $R_1$  de dicho material.

## SOLUCIÓN 3.15

$$1) \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 5I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

$$2) \quad \vec{J}_{Sm} = (\mu_r - 1) \frac{I}{\pi R_1} (-\vec{k})$$



## CUESTIÓN 3.16 (Autor JJ)

Para un sistema con una densidad de corriente libre nula  $\vec{J} = 0$  y una densidad de corriente de imanación  $\vec{J}_m$  se verifica:

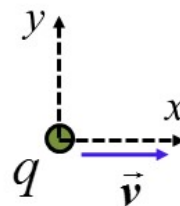
- A)  $\vec{J}_m = -\nabla \times \vec{M}$
- B)  $\nabla \cdot \vec{H} = \nabla \cdot \vec{M}$
- C)  $\nabla \times \vec{B} = 0$
- D)  $\nabla \times \vec{H} + \nabla \times \vec{M} = \vec{J}_m$
- E) Ninguna de las anteriores.

## SOLUCIÓN 3.16 D)



## CUESTIÓN 3.17 (Autor JJ)

En un instante determinado, se tiene una partícula de carga  $q$  y velocidad  $\vec{v} = v\vec{i}$  situada en el origen de coordenadas. Se pide el campo magnético  $B$  en un punto genérico del eje  $OY$  de coordenadas  $(0, y, 0)$ .

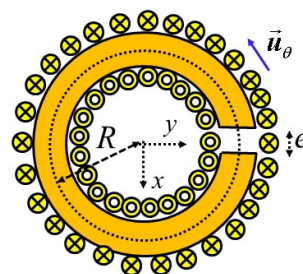


**SOLUCIÓN 3.17** 
$$\vec{B}(0, y, 0) = \frac{\mu_0 q v}{4\pi y^2} \vec{k}$$



## CUESTIÓN 3.18 (Autor JH)

Se dispone de un solenoide toroidal de radio medio  $R$  que consta de  $N$  espiras por las que circula una corriente de intensidad  $I$  como se indica en la figura. Su interior se rellena de un material magnético lineal de permeabilidad relativa uniforme igual a  $\mu_r = 2$ , excepto una pequeña cavidad de espesor  $e$  (entrehierro). Despreciando los efectos de borde en el entrehierro, el campo magnético  $\vec{H}_e$  en éste es: (considere campos del mismo módulo e iguales a los que se tiene en el radio medio en la zona del material magnético, lo mismo para el entrehierro).

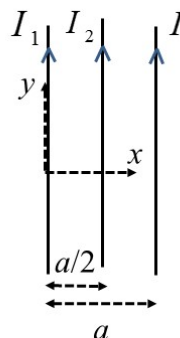


**SOLUCIÓN 3.18** 
$$\vec{H}_e = \frac{2NI}{2\pi R + e} \vec{u}_\theta$$



## CUESTIÓN 3.19 (Autor JJ)

Se tienen dos hilos rectilíneos muy largos, contenidos en el plano  $OXY$  y paralelos al eje  $OY$ , separados una distancia  $a/2$ . El cable de la izquierda, que pasa por el origen, está recorrido por una intensidad de corriente  $I_1 = 2I$ , y el cable de la derecha por una intensidad  $I_2 = I$ , ambas en el mismo sentido  $\vec{j}$ . Se pide el módulo de la fuerza por unidad de longitud sobre otro hilo situado en la posición  $x = a$  y recorrido por una corriente de intensidad  $I$  dirigida en el mismo sentido que las dos anteriores.



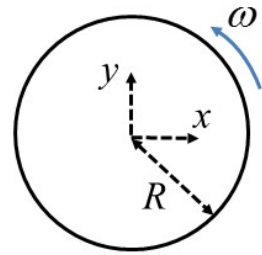
**SOLUCIÓN 3.19** 
$$\frac{dF}{dy} = \frac{2\mu_0 I^2}{\pi a}$$





## CUESTIÓN 3.20 (Autor JJ)

Se dispone de una carga  $Q$  uniformemente distribuida a lo largo de una circunferencia de radio  $R$ , situada en el plano  $OXY$  y centrada en el origen. Esta distribución se hace girar en torno a su eje de simetría con velocidad angular constante  $\vec{\omega} = \omega \vec{k}$ .



Se pide:

- 1) El módulo de la intensidad de corriente,  $I$ , debida al movimiento de rotación.
- 2) El campo magnético  $\vec{B}$  generado en el origen de coordenadas.

## SOLUCIÓN 3.20

1) 
$$I = \frac{Q\omega}{2\pi}$$

2) 
$$\vec{B}(0) = \frac{\mu_0 Q \omega}{4\pi R} \vec{k}$$

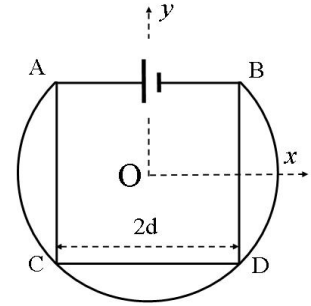
# 3

## PROBLEMAS

### PROBLEMA 3.1 (Autor JJ)

Una pila de f.e.m.  $\varepsilon$  y resistencia interna despreciable, alimenta el circuito de la figura. Tanto el cuadrado, de lado  $2d = 4a$ , como el arco de circunferencia están hechos de materiales homogéneos conductores y se encuentran conectados eléctricamente en los puntos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ . El cuadrado tiene una resistencia total  $4r$  y el arco de circunferencia una resistencia total  $3r$ .

(Nota:  $\cos(\pi/4) = \sin(\pi/4) = \sqrt{2}/2$ ).



Se pide:

- 1) La intensidad que circula por la pila  $I$ .
- 2) El módulo de la inducción magnética  $B_a$  producida por el arco de circunferencia en  $O$ .
- 3) El módulo de la inducción magnética  $B_c$  producida por el cuadrado en  $O$ . Supóngase que el circuito anterior se introduce en un campo de inducción magnética uniforme  $\vec{B} = B_0\vec{k}$ , de manera que el campo producido por el propio circuito se puede despreciar frente al campo  $\vec{B}$ , se pide:
- 4) El módulo de la fuerza magnética  $F_c$  ejercida sobre el cuadrado.
- 5) El módulo de la fuerza magnética  $F_a$  ejercida sobre el arco de circunferencia.

### SOLUCIÓN 3.1

- 1) 
$$I = \frac{2\varepsilon}{5r}$$
- 2) 
$$B_a = \frac{3\mu_0\varepsilon\sqrt{2}}{160ra}$$
- 3) 
$$B_c = \frac{\mu_0\varepsilon}{4\pi ar\sqrt{2}}$$
- 4) 
$$F_c = \frac{4aB_0\varepsilon}{5r}$$
- 5) 
$$F_a = \frac{4aB_0\varepsilon}{5r}$$

**PROBLEMA 3.2 (Autor JH)**

Sea un conductor cilíndrico de radio  $R$  cuyo eje coincide con el eje  $OZ$  por el que circula una intensidad  $I$  en el sentido positivo de dicho eje. Rodeando a este conductor, hay otro conductor cilíndrico hueco concéntrico con el anterior de radios  $2R$  y  $3R$ . Por este conductor circula la misma corriente  $I$  pero en el sentido negativo del eje  $OZ$ .

La densidad de corriente es uniforme en ambos conductores y su longitud es lo suficientemente grande para que puedan considerarse infinitos.

Si  $r$  es la distancia al eje del cilindro, se pide el módulo de la inducción magnética  $B(r)$ :

- 1) para  $r < R$
- 2) para  $2R < r < 3R$

Entre los dos conductores se coloca un material magnético de permeabilidad relativa  $\mu_r = 1 + \chi$ . Se pide el módulo del vector de magnetización o imanación  $M(r)$  para  $r$  tal que  $R < r < 2R$ .

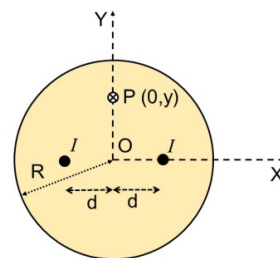
**SOLUCIÓN 3.2**

- 1)  $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$
- 2)  $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$



**PROBLEMA 3.3 (Autor JJ)**

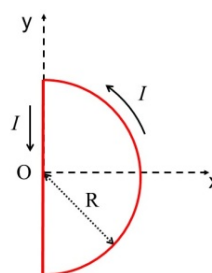
**Problema A:** En la figura se muestra la sección transversal (contenida en el plano  $OXY$ ) de dos hilos rectilíneos de longitud infinita recorridos por una intensidad de corriente  $I$  dirigida en el sentido saliente de la hoja ( $\vec{k}$  positivo). Los hilos están colocados simétricamente en torno al plano  $OYZ$  y a una distancia  $d$  de éste. Rodeando los hilos existe un medio magnético lineal en forma de cilindro cuyo eje coincide con el eje  $OZ$ , de longitud infinita, radio  $R = 2d$  y permeabilidad relativa  $\mu_r = 2$ .



Determinar:

- 1) El módulo de la inducción magnética  $B$  en un punto  $P(0, y)$  del eje  $OY$  interior al cilindro.
- 2) La densidad de corriente superficial de imanación  $\vec{J}_{Sm}$  en el punto  $(0, R)$  de la sección.
- 3) La fuerza magnética por unidad de longitud,  $\vec{f}$ , producida por el hilo de la izquierda sobre el hilo situado a la derecha del plano  $OYZ$ .

**Problema B:** En la figura se muestra una espira de corriente formada por una semicircunferencia de radio  $R$  y un hilo rectilíneo por la que circula una intensidad de corriente  $I$  en el sentido indicado. Se pide:



- 4) La fuerza magnética  $\vec{F}$  sobre la espira, suponiendo que ésta se halla inmersa en un campo magnético dependiente de la posición  $\vec{B} = Ax\vec{k}$ , siendo  $A$  una constante. (Nota:  $\int \cos^2\theta d\theta = \frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4} + Cte$ )
- 5) El momento  $\vec{\tau}_O$  con respecto al origen  $O$  producido por las fuerzas magnéticas sobre la espira, suponiendo que ésta se encuentra inmersa en un campo magnético uniforme  $\vec{B} = A\vec{i}$ , siendo  $A$  una constante.

**SOLUCIÓN 3.3**

- 1)  $B(0, y) = \frac{2\mu_0 I y}{\pi(y^2 + d^2)}$
- 2)  $\vec{J}_{Sm} = -\frac{2I}{5\pi d} \vec{k}$
- 3)  $\vec{f} = -\frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \vec{i}$
- 4)  $\vec{F} = \frac{\pi}{2} I R^2 A \vec{i}$
- 5)  $\vec{\tau}_O = \frac{I \pi R^2 A}{2} \vec{j}$

**PROBLEMA 3.4 (Autor JJ)**

Dado un conductor cilíndrico de radio  $R$  por el que circula una intensidad de corriente  $I$  debida a una densidad de corriente  $J = kr$ , siendo  $r$  la distancia al eje del cilindro y  $k$  una constante de valor desconocido.

Se pide:

- 1) El valor de la constante  $k$  de la densidad de corriente.
- 2) La intensidad que pasa por una sección circular perpendicular al eje del cilindro y concéntrica con él de radio  $s$  ( $s < R$ ).
- 3) El módulo del vector inducción magnética a una distancia  $D$  ( $D > R$ ) del eje del cilindro.
- 4) El módulo del vector inducción magnética a una distancia  $d$  ( $d < R$ ) del eje del cilindro.

**SOLUCIÓN 3.4**

$$1) \quad k = \frac{3I}{2\pi R^3}$$

$$2) \quad I_s = 2\pi k \frac{s^3}{3}$$

$$3) \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi D}$$

$$4) \quad B = \mu_0 k \frac{d^2}{3}$$

**PROBLEMA 3.5 (Autor JJ)**

Dado un conductor cilíndrico de radio  $R$  por el que circula una intensidad de corriente  $I$  debida a una densidad de corriente  $J = kr^2$ , siendo  $r$  la distancia al eje del cilindro y  $k$  una constante de valor desconocido.

Se pide:

- 1) El valor de la constante  $k$  de la densidad de corriente.
- 2) La intensidad que pasa por una sección circular perpendicular al eje del cilindro y concéntrica con él de radio  $s$  ( $s < R$ ).
- 3) El módulo del vector inducción magnética a una distancia  $D$  ( $D > R$ ) del eje del cilindro.
- 4) El módulo del vector inducción magnética a una distancia  $d$  ( $d < R$ ) del eje del cilindro.

**SOLUCIÓN 3.5**

$$1) \quad k = \frac{2I}{\pi R^4}$$

$$2) \quad I_s = \pi k \frac{s^4}{2}$$

$$3) \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi D}$$

$$4) \quad B = \mu_0 k \frac{d^3}{4}$$

**PROBLEMA 3.6 (Autor JJ)**

Dado un conductor cilíndrico hueco de radios  $R_1$  y  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ) por el que circula una intensidad de corriente  $I$  debida a una densidad de corriente  $J = kr$ , siendo  $r$  la distancia al eje del cilindro y  $k$  una constante.

Se pide:

- 1) El valor de la intensidad  $I$  que atraviesa el conductor.
- 2) La intensidad que pasa por una sección circular perpendicular al eje del cilindro y concéntrica con él de radio  $s$  ( $R_1 < s < R_2$ ).
- 3) El módulo del vector inducción magnética a una distancia  $D$  ( $D > R_2$ ) del eje mayor del cilindro.
- 4) El módulo del vector inducción magnética a una distancia  $d$  ( $R_1 < d < R_2$ ) del eje del cilindro.

**SOLUCIÓN 3.6**

$$1) \quad I = \frac{2\pi k}{3}(R_2^3 - R_1^3)$$

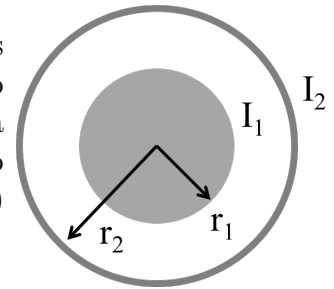
$$2) \quad I_s = \frac{2\pi k}{3}(s^3 - R_1^3)$$

$$3) \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi D}$$

$$4) \quad B = \frac{\mu_0 k}{3d}(d^3 - R_1^3)$$

## PROBLEMA 3.7 (Autor JJ)

En la figura se muestra un cable coaxial formado por dos conductores (en gris en la figura). Por el conductor cilíndrico interior de radio  $r_1$  circula una intensidad de corriente uniforme  $I_1$  (hacia fuera de la figura) y por la corteza cilíndrica exterior de espesor despreciable y radio  $r_2$  ( $r_1 < r_2$ ) circula una intensidad de corriente uniforme  $I_2$  ( $I_1 > I_2$ ) de sentido opuesto (hacia dentro).



Se pide:

- 1) El módulo del vector inducción magnética a una distancia  $d$  ( $r_1 < d < r_2$ ) del centro del cable.
- 2) El módulo del vector inducción magnética a una distancia  $D$  ( $r_2 < D$ ) del centro del cable.
- 3) La intensidad que pasa por una sección circular perpendicular al eje del cable y concéntrica con él de radio  $s$  ( $s < r_1$ ).
- 4) El módulo del vector inducción magnética en puntos del cilindro conductor interior a una distancia  $s$  ( $s < r_1$ ) del centro del cable.

## SOLUCIÓN 3.7

- 1)  $B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$
- 2)  $B = \frac{\mu_0 (I_1 - I_2)}{2\pi D}$
- 3)  $I_s = \frac{I_1 s^2}{r_1^2}$
- 4)  $B = \frac{\mu_0 I_1 s}{2\pi r_1^2}$



**PROBLEMA 3.8 (Autor JH)**

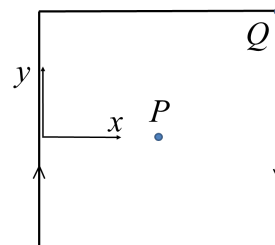
**Caso A.** Se tiene una espira cuadrada de lado  $L = 2a$  por la que circula una intensidad de corriente  $I$ .

Se pide:

- 1) La inducción magnética  $B_L$  producida por cada lado de la espira en el centro  $P$  de la misma.

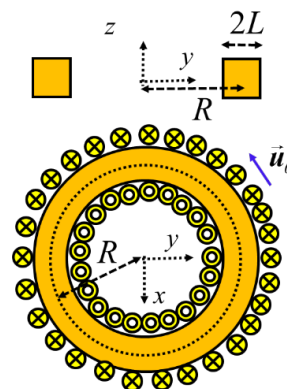
(Nota: Para resolver la integral de la inducción utilice el cambio de  $y'$  por  $\beta : \tan \beta = (y' - y)/x$ )

- 2) La inducción magnética total  $B_2$  en el centro  $P$  de la espira.
- 3) La inducción magnética total  $B_3$  en una esquina  $Q$  de la espira.



**Caso B.** Se tiene un anillo toroidal de eje de simetría OZ, de sección cuadrada de lado  $2L$  hecho de material magnético lineal de permeabilidad relativa  $\mu_r = 3$  sobre el que se arrollan  $N$  vueltas de un hilo conductor. Sabiendo que el radio medio del anillo es  $R = 10L$  y la intensidad de corriente que circula por el arrollamiento  $I$ , determínese:

- 4) El módulo del flujo  $\phi$  de la inducción magnética a través de una sección cuadrada del anillo.
- 5) El módulo de la densidad superficial de corriente de magnetización  $J_{Sm}$  en la superficie interior del anillo situada a una distancia  $r = R - L$  del eje OZ.

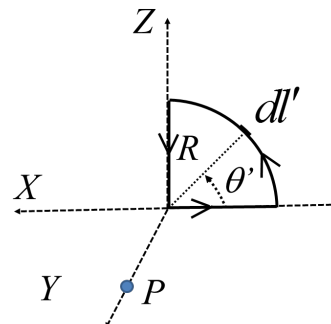


**SOLUCIÓN 3.8**

- 1) 
$$\vec{B}_L = \frac{\mu_0 I (-\vec{k})}{2\sqrt{2}\pi a}$$
- 2) 
$$\vec{B}_2 = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I (-\vec{k})}{\pi a}$$
- 3) 
$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I (-\vec{k})}{4\sqrt{2}\pi a}$$
- 4) 
$$\phi = \frac{3\mu_0 I N L}{\pi} \ln\left(\frac{11}{9}\right)$$
- 5) 
$$J_{Sm}(R - L) = \frac{IN}{9\pi L}$$

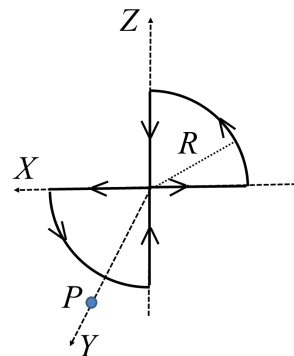
**PROBLEMA 3.9 (Autor JJ)**

**Caso A.** Se tiene una espira recorrida por una intensidad de corriente de valor  $4I$  en sentido antihorario formada por dos tramos radiales situados en los ejes  $OX$  y  $OZ$  que pasan por el origen y un cuarto de circunferencia de radio  $R$ , situada en el plano  $OXZ$  ( $x < 0, z > 0$ ) y centrada en el origen. Se pide en el punto  $P$  de coordenadas  $(0, y, 0)$ :



- 1) La componente  $x$  del campo magnético  $B$  producida SÓLO por el cuarto de circunferencia.
- 2) La componente  $z$  del campo magnético  $B$  producida SÓLO por el cuarto de circunferencia.

**Caso B.** Se une a la anterior otra espira recorrida por una intensidad de corriente de valor  $4I$  antihoraria que se coloca de forma análoga aunque se sitúa de forma simétrica respecto del origen con la anterior. Se pide en el punto  $P$  de coordenadas  $(0, y, 0)$ :



- 3) La componente  $y$  del campo magnético  $B$  producido por ambas espiras.
- 4) Si se coloca un hilo conductor rectilíneo indefinido en el eje  $OY$  recorrido por una intensidad de corriente  $I$  circulando en el sentido del vector  $\vec{j}$ , calcúlese el módulo de la fuerza magnética total que ejerce el hilo sobre las dos espiras.
- 5) Si se establece un campo magnético exterior  $\vec{B}_{ext} = (B'_x/2)\vec{i} + B'_y\vec{j}$  uniforme, calcúlese el momento de la fuerza que ejerce este campo sobre las dos espiras.

**SOLUCIÓN 3.9**

- 1)  $B_x = -\frac{\mu_0 I R y}{\pi(y^2 + R^2)^{3/2}}$
- 2)  $B_z = \frac{\mu_0 I R y}{\pi(y^2 + R^2)^{3/2}}$
- 3)  $B_y = \frac{\mu_0 I R^2}{(y^2 + R^2)^{3/2}}$
- 4)  $F = 0$
- 5)  $\vec{\tau} = -I\pi R^2 B'_x \vec{k}$

**RELACIÓN DE AUTORES POR ORDEN ALFABÉTICO:**

- 1) JH → Honrubia Checa, Javier
- 2) JJ → Jiménez Sáez, Jose Carlos