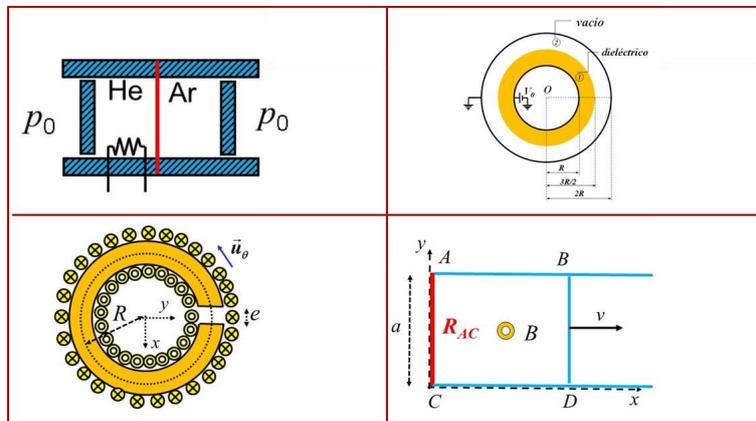


ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA AERONÁUTICA Y DEL ESPACIO

FÍSICA II

CUESTIONES DE EVALUACIÓN CONTINUA Y PROBLEMAS DE EXAMEN



CONTROL 4

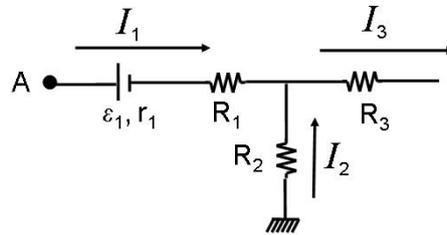
CONDUCCIÓN ELÉCTRICA Y ELECTRODINÁMICA

4

CUESTIONES

CUESTIÓN 4.1 (Autor JJ)

En la figura se muestra una parte de un circuito. Ésta consta de una pila de fuerza electromotriz ε_1 y resistencia interna r_1 ; tres resistencias R_1 , R_2 y R_3 , por las que circulan intensidades I_1 , I_2 , I_3 , respectivamente, en los sentidos indicados en la figura y una toma de tierra. Calcular el potencial V_A en el punto A de la figura.

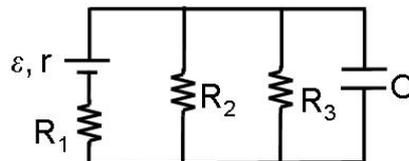


SOLUCIÓN 4.1 $V_A = \varepsilon_1 + (R_1 + r_1)I_1 - R_2I_2$



CUESTIÓN 4.2 (Autor JJ)

El circuito de la figura consta de una pila de fuerza electromotriz $\varepsilon = 6 \text{ V}$ y resistencia interna $r = (1/3) \Omega$, tres resistencias $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$ y $R_3 = 2 \Omega$, y un condensador de capacidad $C = 1 \text{ pF}$. En estado estacionario, calcular la intensidad I_1 que pasa por la resistencia R_1 , en valor absoluto.

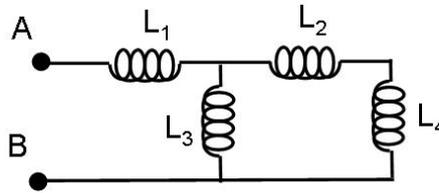


SOLUCIÓN 4.2 $I_1 = 3 \text{ A}$



CUESTIÓN 4.3 (Autor JJ)

El circuito de la figura consta de cuatro inducciones $L_1 = L_2 = 1 H$ y $L_3 = L_4 = 2 H$. Despreciando la inducción mutua M , calcular la inducción equivalente L_{eq} entre los puntos A y B de dicho circuito.



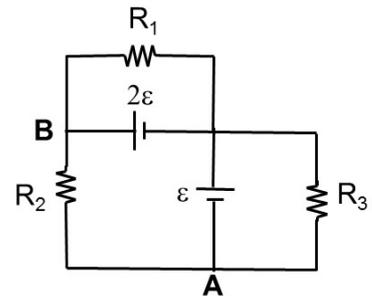
SOLUCIÓN 4.3 $L_{eq} = \frac{11}{5} H$



CUESTIÓN 4.4 (Autor JJ)

El circuito de la figura consta de tres resistencias del mismo valor $R_1 = R_2 = R_3 = R$, y dos pilas de f.e.m. 2ε y ε sin resistencia interna. Se pide:

- 1) El valor absoluto de la intensidad de corriente I que circula por la resistencia R_1 .
- 2) La diferencia de potencial entre los nodos B y A , $V_B - V_A$.



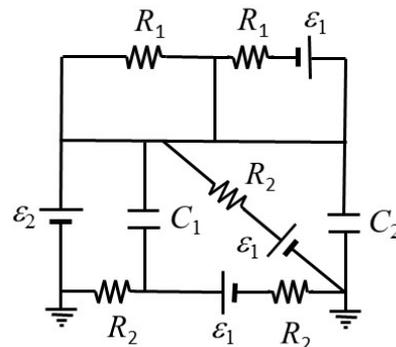
SOLUCIÓN 4.4

- 1) $I = 2\varepsilon/R$
- 2) $V_B - V_A = 3\varepsilon$



CUESTIÓN 4.5 (Autor JJ)

El circuito de la figura consta de resistencias de valores $R_1 = 2R$ y $R_2 = R$, de fuentes de alimentación de f.e.m. $\varepsilon_1 = 2\varepsilon$ y $\varepsilon_2 = 3\varepsilon$ y sin resistencia interna, y de condensadores de capacidades $C_1 = 2C$ y $C_2 = C$.



Se pide:

- 1) La intensidad I que circula por la fuente ε_2 , en estado estacionario (considérese positiva si circula de abajo a arriba en la figura).
- 2) La carga Q que almacena el condensador de capacidad C_1 , una vez cargado.

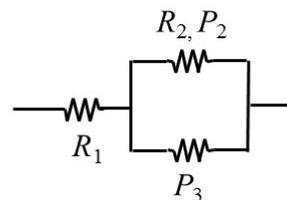
SOLUCIÓN 4.5

- 1) $I = \varepsilon/R$
- 2) $Q = 4\varepsilon C$



CUESTIÓN 4.6 (Autor JJ)

El tramo de circuito de la figura consta de tres resistencias, una de valor $R_1 = R$, otra de valor $R_2 = 4R$, y que en régimen estacionario disipa una potencia $P_2 = 4P$, y una tercera que disipa una potencia $P_3 = 4P$. La caída de potencial ΔV en valor absoluto en dicho tramo es:

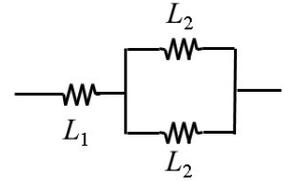


SOLUCIÓN 4.6 $\Delta V = 6\sqrt{PR}$



CUESTIÓN 4.7 (Autor JJ)

Se monta la línea de transporte de la figura a partir de un cable conductor de resistividad ρ_c y sección S y tramos de longitudes $L_1 = L$ y $L_2 = 2L$. Se pretende que la potencia disipada en la línea cuando circula por ella una intensidad I sea como máximo igual al 10% de la potencia que suministraría una fuente de alimentación ideal de f.e.m. ε por la que circulase la misma intensidad. En este diseño, el valor más pequeño de la sección S_{\min} puede ser:



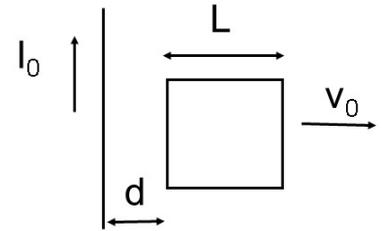
- A) $S_{\min} = 10\rho_c LI/\varepsilon$ C) $S_{\min} = \rho_c LI/\varepsilon$
B) $S_{\min} = 5\rho_c LI/\varepsilon$ D) $S_{\min} = 20\rho_c LI/\varepsilon$
E) Ninguna de las anteriores

SOLUCIÓN 4.7 D)



CUESTIÓN 4.8 (Autor JH)

Se tiene un hilo conductor rectilíneo de longitud infinita recorrido por una corriente eléctrica constante I_0 . La espira es cuadrada de lado L y resistencia eléctrica R . Además, se desplaza hacia la derecha con velocidad v_0 constante. En la figura se muestra su posición en el instante inicial $t = 0$. Calcular la intensidad de corriente inducida en la espira.



SOLUCIÓN 4.8
$$I = \frac{\mu_0 I_0 L^2 v_0}{2\pi R(d + v_0 t)(L + d + v_0 t)}, \text{ horaria}$$



CUESTIÓN 4.9 (Autor JH)

Si los campos \vec{E} y \vec{B} dependen del tiempo, el campo eléctrico \vec{E} se puede obtener a partir de los potenciales escalar V y vector \vec{A} como:

A) $\vec{E} = -\nabla V$

B) $\vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

C) $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

D) $\vec{E} = -\nabla V + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

E) Ninguna de las anteriores

SOLUCIÓN 4.9 **D)**



CUESTIÓN 4.10 (Autor JH)

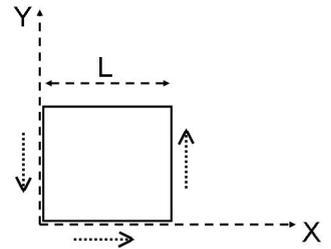
Sea $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \vec{i}$ el campo eléctrico presente en una región del espacio, donde E_0 y ω son constantes y t es el tiempo. Calcular la densidad de corriente de desplazamiento \vec{J}_d .

SOLUCIÓN 4.10 $\vec{J}_d = -\varepsilon_0 E_0 \omega \sin(\omega t) \vec{i}$



CUESTIÓN 4.11 (Autor JJ)

Se tiene una espira cuadrada de resistencia total R y lado $L = l$ en un campo de inducción magnética $\vec{B} = 3at^2 \vec{k}$, donde a es una constante y t el tiempo. Tomando como positivo el sentido antihorario mostrado en la figura, calcular la intensidad I , inducida por el campo anterior, que circula por la espira en el instante t .

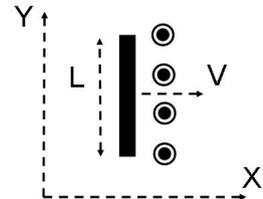


SOLUCIÓN 4.11 $I = -\frac{6al^2t}{R}$



CUESTIÓN 4.12 (Autor JJ)

Una varilla conductora de longitud $L = 2m$ paralela al eje Y y contenida en el plano XY se mueve con velocidad $\vec{v} = 3 \text{ ms}^{-1}$ en el seno de un campo magnético perpendicular $\vec{B} = 2\vec{k}T$. Calcular la diferencia de potencial, en valor absoluto, entre sus extremos.



SOLUCIÓN 4.12 $\Delta V = 12V$



CUESTIÓN 4.13 (Autor JH)

Un material de permitividad ε y permeabilidad μ está sometido a un campo electromagnético. Si \vec{J} es la densidad de corriente libre (no incluye la corriente de magnetización), se verifica:

A) $\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}$

B) $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} - \varepsilon \mu \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

C) $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

D) $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

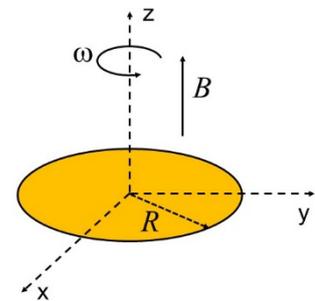
E) Ninguna de las anteriores

SOLUCIÓN 4.13 A)



CUESTIÓN 4.14 (Autor JH)

Un disco metálico de radio R que se encuentra en el plano OXY con centro en el origen está sometido a un movimiento de rotación respecto al eje z con velocidad angular $\omega \vec{k}$. El disco se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme $\vec{B} = B \vec{k}$. El valor absoluto de la diferencia de potencial V entre el centro y el borde del disco es:

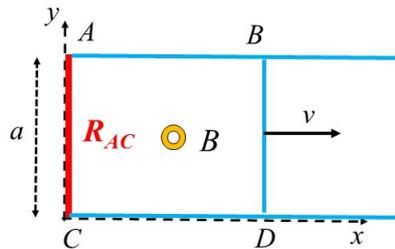


SOLUCIÓN 4.14 $V = \frac{1}{2} B \omega R^2$



CUESTIÓN 4.15 (Autor JJ)

En una región del espacio existe un campo magnético uniforme perpendicular al plano OXY , $\vec{B} = B\vec{k}$ (véase figura). En esta región se encuentra un circuito conductor formado por dos barras conductoras paralelas AB y CD de resistencia despreciable, otra barra conductora AC de resistencia $R_{AC} = 2R$, y una barra conductora móvil BD de velocidad $\vec{v} = v\vec{i}$ y resistencia despreciable. Las barras AC y BD tienen una longitud $a = 2L$. Calcular el valor absoluto de la intensidad de corriente que recorre el circuito y su sentido.

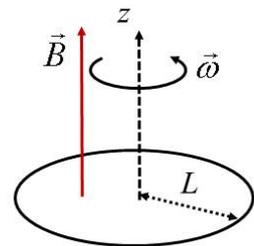


SOLUCIÓN 4.15 $I = \frac{BvL}{R}$, horario



CUESTIÓN 4.16 (Autor JJ)

Un disco circular de material conductor ideal y radio $L = 2L_0$ gira con velocidad angular constante $\vec{\omega} = \omega\vec{k}$. El disco está sometido a un campo magnético uniforme $\vec{B} = B\vec{k}$. Una resistencia de valor R (no dibujada) conecta eléctricamente el borde y el centro del disco. Determinar la intensidad de corriente I que circula por la resistencia (considérese que la corriente es positiva si va por la **resistencia** desde el borde al centro del disco).



SOLUCIÓN 4.16 $I = \frac{2\omega B L_0^2}{R}$



CUESTIÓN 4.17 (Autor JJ)

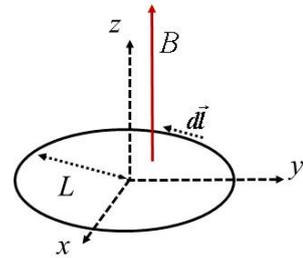
En una región del espacio, se aplica a partir del instante $t = 0$ un campo eléctrico $\vec{E} = aty^2\vec{i}$, siendo a una constante positiva. En esta región, si en el instante inicial la inducción magnética \vec{B} es nula, en un instante t su valor es:

SOLUCIÓN 4.17 $\vec{B} = ay t^2 \vec{k}$



CUESTIÓN 4.18 (Autor JJ)

En una región del espacio, se aplica a partir del instante $t = 0$ un campo magnético $\vec{B} = (at^2/4)\vec{k}$, donde a es una constante positiva. Determinar la circulación del campo eléctrico \vec{E} inducido a lo largo de una circunferencia Γ recorrida en sentido antihorario, de radio $L = 3L_0$ y situada en el plano OXY .

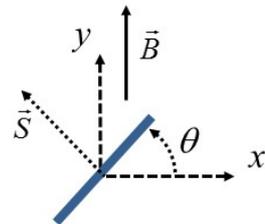


SOLUCIÓN 4.18
$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -9\pi atL_0^2/2$$



CUESTIÓN 4.19 (Autor JJ)

Una espira cuadrada de lado $L = 2L_0$, hecha de cable de sección A y conductividad σ_c , gira en un campo magnético uniforme $\vec{B} = B\vec{j}$ con velocidad angular constante $\vec{\omega} = \omega\vec{k}$. En el instante inicial, el vector superficie de la espira \vec{S} y el campo magnético son paralelos y tienen el mismo sentido. La intensidad inducida en la espira de acuerdo con el convenio de elección del vector superficie es:

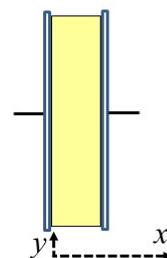


SOLUCIÓN 4.19
$$I = BL_0\omega\sigma_c A \sin(\omega t)/2$$



CUESTIÓN 4.20 (Autor JJ)

Se aplica una d.d.p $\Delta V = at$ (donde a es una constante positiva) a un condensador plano paralelo de separación entre placas d , dimensiones transversales grandes, en el que se pueden despreciar los efectos de borde y cuyo dieléctrico tiene permitividad relativa ϵ_r (el potencial mayor corresponde a la placa izquierda de la figura). La densidad de corriente de desplazamiento en su interior es (despréciense los efectos inductivos):

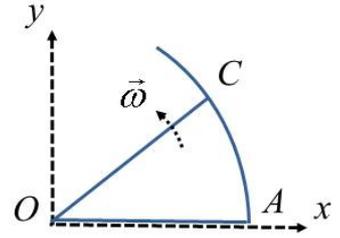


SOLUCIÓN 4.20
$$\vec{J}_d = \frac{a\epsilon_r\epsilon_0}{4d} \vec{i}$$



CUESTIÓN 4.21 (Autor JJ)

El circuito conductor de la figura consta de tres tramos: dos fijos, OA , rectilíneo de longitud L , y AC , en forma de arco de circunferencia; y uno móvil, OC , que gira con velocidad angular constante $\vec{\omega} = 2\omega_0\vec{k}$ siendo O fijo. La conductividad del conductor es σ_c y su sección es S . El circuito se halla en un campo magnético uniforme $\vec{B} = 2B_0\vec{k}$. Sabiendo que en el instante inicial $t = 0$ el brazo OC coincide con el eje OX , determinar la intensidad inducida es (considérese positiva la intensidad si circula en sentido horario).



SOLUCIÓN 4.21

$$I = \frac{\omega_0 \sigma_c B_0 L S}{(1 + \omega_0 t)}$$



4

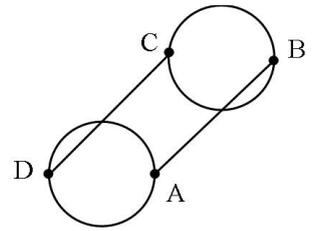
PROBLEMAS

PROBLEMA 4.1 (Autor JJ)

En la figura se muestra un circuito de resistores formado por:

- 4 semicircunferencias de resistencia R cada una.
- 2 segmentos rectilíneos de resistencia $2R$ cada uno.

Las conexiones de dichos elementos se hacen en los nodos A , B , C y D como se indica en la figura. Entre los nodos A y C se conecta, mediante cables de resistencia despreciable, una pila de f.e.m. ε y resistencia interna también despreciable.



Se pide:

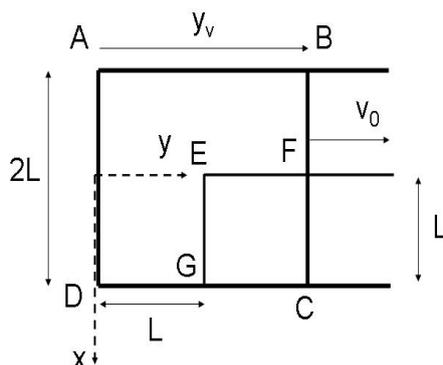
- 1) La potencia P suministrada por la pila.
- 2) La potencia P_d disipada en una cualquiera de las semicircunferencias.
- 3) La carga que adquiriría un condensador, en estado estacionario, de capacidad $C = 15a/\varepsilon$ conectado entre los nodos B y C .
- 4) El módulo de la diferencia de potencial ΔV_{BD} entre los nodos B y D .

SOLUCIÓN 4.1

- 1) $P = (4\varepsilon^2)/(5R)$
- 2) $P_d = \varepsilon^2/(25R)$
- 3) $Q = 3a$
- 4) $\Delta V_{BD} = (3/5)\varepsilon$

PROBLEMA 4.2 (Autor JJ)

Se dispone de un sistema de guías conductor formado por las varillas BA , AD y DC , con las dimensiones indicadas en la figura, resistividad ρ , y sección transversal S . Se tiene además otro sistema de guías conductor formado por las varillas FE y EG , con las dimensiones indicadas en la figura y sin resistividad. Por último, se tiene una varilla conductora BC , de resistividad ρ_c y sección transversal S , que se puede desplazar por el sistema de guías tal y como se indica en la figura.



Caso a) El sistema se encuentra en un campo de inducción magnética $\vec{B} = Ayt\vec{k}$ (siendo A una constante, y la coordenada correspondiente en el sistema de referencia de la figura, y t el tiempo); la varilla BC tiene una velocidad nula; y su posición es $y_v = 2L$. Se pide:

- 1) La resistencia del sistema formado por las varillas BA , AD , DG , GE , EF y FB .
- 2) La resistencia del sistema formado por las varillas EG , GC , CF y FE .
- 3) El flujo que atraviesa la superficie delimitada por las varillas BA , AD , DG , GE , EF y FB (tómese \vec{k} como sentido del diferencial de superficie).
- 4) El flujo que atraviesa la superficie delimitada por las varillas EG , GC , CF y FE (tómese \vec{k} como sentido del diferencial de superficie).
- 5) La intensidad inducida que circula por la varilla AD (tómese \vec{i} como valor positivo para la intensidad).
- 6) La intensidad inducida que circula por la varilla CF (tómese $-\vec{i}$ como valor positivo para la intensidad).

Caso b) El sistema se encuentra en un campo de inducción magnética $\vec{B} = A\vec{k}$ (siendo A una constante) y la varilla BC tiene una velocidad $\vec{v}_0 = v_0\vec{j}$ siendo v_0 positivo. Se pide cuando la posición de la varilla BC es $y_v = 2L$:

- 7) La intensidad inducida que circula por la varilla AD (tómese \vec{i} como valor positivo para la intensidad).
- 8) La intensidad inducida que circula por la varilla CF (tómese $-\vec{i}$ como valor positivo para la intensidad).

Caso c) El sistema se encuentra en un campo de inducción magnética $\vec{B} = Ayt\vec{k}$ (siendo A una constante, y la coordenada correspondiente en el sistema de referencia de la figura, y t el tiempo); la varilla BC tiene una velocidad $\vec{v}_0 = v_0\vec{j}$ siendo v_0 positivo y en el instante inicial $t = 0$ se encontraba en la posición $y_{v0} = L$. Se pide cuando la posición de la varilla BC es $y_v = 2L$:

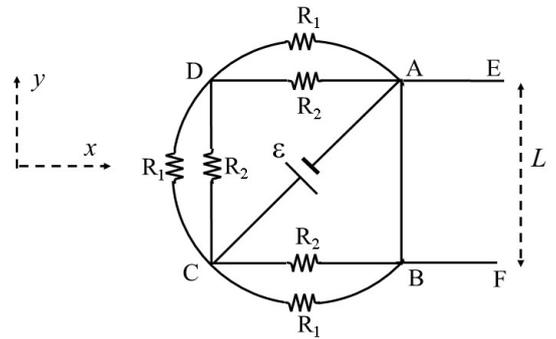
- 9) La intensidad inducida que circula por la varilla AD (tómese \vec{i} como valor positivo para la intensidad).
- 10) La intensidad inducida que circula por la varilla CF (tómese $-\vec{i}$ como valor positivo para la intensidad).

SOLUCIÓN 4.2

- 1) $R_1 = \rho \frac{6L}{S}$
- 2) $R_2 = \rho \frac{2L}{S}$
- 3) $\phi_1 = AtL^3$
- 4) $\phi_2 = \frac{3}{2}AtL^3$
- 5) $I_1 = -\frac{5AL^2S}{12\rho}$
- 6) $I_2 = -\frac{3AL^2S}{4\rho}$
- 7) $I_1 = -\frac{v_0AS}{6\rho}$
- 8) $I_2 = -\frac{v_0AS}{2\rho}$
- 9) $I_1 = -\frac{9AL^2S}{12\rho}$
- 10) $I_2 = -\frac{7AL^2S}{4\rho}$

PROBLEMA 4.3 (Autor JJ)

El circuito de la figura consta de una serie de resistencias en sus tramos AD , DC y CB de valor $R_1 = 2R$ (arcos de circunferencia) y $R_2 = R$ (tramos rectos). El tramo AC carece de resistencia y dispone de una pila de f.e.m ε sin resistencia interna. Tampoco presentan resistencia los tramos rectos AB , AE y BF . Determinar:



- 1) La resistencia equivalente del tramo CDA , R_{CDA} .
- 2) El valor absoluto de la intensidad que recorre la pila, I_{AC} .
- 3) El valor absoluto de la intensidad que recorre el tramo CB de resistencia R_1 en forma de arco de circunferencia, I_{CB-R_1} .

Supóngase que, en el circuito anterior, el tramo AB de longitud $L = 3a$ se desplaza hacia la derecha con velocidad $\vec{v} = v_0\vec{v}$ en el seno de un campo de inducción uniforme $\vec{B} = B_0\vec{k}$ dirigido en el sentido saliente de la hoja y en contacto eléctrico con los tramos AE y BF . Se pide:

- 4) El valor absoluto de la fuerza electromotriz inducida en el tramo AB , ε_{AB} .
- 5) El valor absoluto de la intensidad que recorre la pila de f.e.m. ε , I_{AC} :

SOLUCIÓN 4.3

- 1) $R_{CDA} = \frac{4}{3}R$
- 2) $I_{AC} = \frac{9\varepsilon}{4R}$
- 3) $I_{CB-R_1} = \frac{\varepsilon}{2R}$
- 4) $\varepsilon_{AB} = 3av_0B_0$
- 5) $I_{AC} = \frac{3}{4} \frac{|3\varepsilon - 6av_0B_0|}{R}$



PROBLEMA 4.4 (Autor JJ)

En lo que sigue, t es el tiempo, r es la variable radial en coordenadas cilíndricas (distancia al eje OZ) y \vec{u}_θ el unitario azimutal. Para realizar cálculos de operadores diferenciales se sugiere el uso de coordenadas cartesianas.

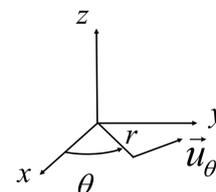
Caso A.

1) En un medio material de permitividad ϵ y permeabilidad μ constantes se mantiene un campo eléctrico estacionario dado por $\vec{E} = Ar^2\vec{k}$, siendo A una constante. Si la inducción magnética en $t = 0$ es nula, ¿cuál es su valor para $t > 0$?

2) ¿Cuál es la densidad de corriente libre en ese medio no óhmico para $t > 0$?

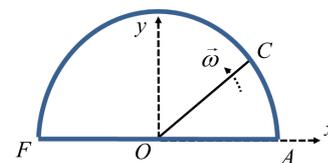
Caso B.

3) En un medio material de permitividad ϵ y permeabilidad μ constantes se mantiene una inducción magnética estacionaria dada por $\vec{B} = Ur\vec{u}_\theta$, donde U es una constante. Despreciando la corriente libre, si el campo eléctrico en $t = 0$ es nulo, ¿cual es su valor para $t > 0$?



Caso C.

El circuito conductor de la figura consta de tres tramos: dos fijos, FOA , rectilíneo de longitud $2L$, y ACF , en forma de semicircunferencia; y uno móvil, OC , que gira con velocidad angular constante $\vec{\omega} = 2\omega_0\vec{k}$ siendo O fijo. El tramo OC tiene resistividad nula, y en el resto del circuito ésta vale ρ_c , siendo S la sección del conductor. El circuito se halla en un campo magnético uniforme $\vec{B} = 2B_0\vec{k}$.



Sabiendo que en el instante inicial $t = 0$ el tramo OC coincide con el tramo OA , se pide antes de que dicho tramo alcance el tramo OF :

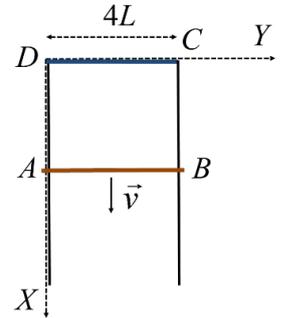
- 4) La intensidad inducida que circula por el tramo OC en valor absoluto.
- 5) La intensidad inducida que circula por el tramo OAC en valor absoluto.

SOLUCIÓN 4.4

- 1) $\vec{B} = 2Atr\vec{u}_\theta$
- 2) $\vec{J} = (4At/\mu)\vec{k}$
- 3) $\vec{E} = 2Ut(\mu\epsilon)^{-1}\vec{k}$
- 4) $I_{OC} = \frac{2\omega_0 B_0 L S (2 + \pi)}{\rho_c (1 + 2\omega_0 t) (1 + \pi - 2\omega_0 t)}$
- 5) $I_{OAC} = \frac{2\omega_0 B_0 L S}{\rho_c (1 + 2\omega_0 t)}$

PROBLEMA 4.5 (Autor JJ)

En presencia de un campo de inducción magnética \vec{B} se tiene un circuito de corriente eléctrica. El circuito está formado por dos guías paralelas al eje OX (AD , BC) de resistencia eléctrica despreciable, espaciadas una longitud $4L$, y conectadas entre sí a través de un hilo resistivo rectilíneo (DC) de resistencia de valor $2R$ situado sobre el eje OY tal como muestra la figura. Conectadas a las guías también desliza sin rozamiento una barra conductora sin resistencia (AB). La barra está obligada a moverse con velocidad constante $\vec{v} = v\vec{v}$. En el instante inicial ($t = 0$) la barra AB se halla en la posición $x = 0$.



- 1) Si la inducción magnética es $\vec{B} = B\vec{k}$ uniforme, calcúlese el módulo de la intensidad que circula por el circuito y su sentido.
- 2) Si la inducción magnética es $\vec{B} = at^2\vec{k}$ siendo a una constante, calcúlese el módulo de la intensidad que circula por el circuito.
- 3) Calcúlese la energía disipada por la resistencia $2R$ en las condiciones de los apartados 1 y 2 entre el instante inicial y el instante t_0 .

SOLUCIÓN 4.5

- 1) $I_1 = -\frac{2vBL}{R}$; horario
- 2) $I_2 = -\frac{6vat^2L}{R}$
- 3) $E_1 = \frac{8v^2B^2L^2t_0}{R}$; $E_2 = \frac{72v^2a^2L^2t_0^5}{5R}$

RELACIÓN DE AUTORES POR ORDEN ALFABÉTICO:

- 1) JH → Honrubia Checa, Javier
- 2) JJ → Jiménez Sáez, Jose Carlos