TEMA 1

Parte II

Vibraciones forzadas

CLASIFICACIÓN DE LAS VIBRACIONES MECÁNICAS:

VIBRACIONES LIBRES: fuerzas gravitatorias o fuerzas elásticas

1) NO AMORTIGUADAS:

- fuerzas de rozamiento (resistencia del aire, viscosidad....) son despreciables
- se repiten indefinidamente

2) AMORTIGUADAS:

- fuerzas de rozamiento no despreciables
- tienden a desaparecer

VIBRACIONES FORZADAS:

- compensación de pérdida de energía del oscilación amortiguada
- fuerzas externas

1.4. Vibraciones forzadas

- Oscilador amortiguado, compensar pérdida de energía: FUERZA EXTERNA
- EJEMPLO: columpio

CASO DE FUERZA EXTERNA PERIÓDICA:

$$F_{ext} = F_o sen\omega_f t \qquad F_{ext} = F_o \cos\omega_f t$$

Función periódica no armónica:

serie de Fourier o suma de funciones armónicas simples

ECUACIÓN DIFERENCIAL:

$$F_X = ma_X = m\frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow -kx - \lambda\frac{dx}{dt} + F_o\cos\omega_f t = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \lambda\frac{dx}{dt} + kx = F_o\cos\omega_f t$$

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_o}{m}\cos\omega_f t}$$

Solución general de la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_o}{m} \cos \omega_f t$$

$$\boxed{x(t) = x_C(t) + x_P(t)}$$

$x_C(t)$: **SOLUCIÓN GENERAL DE LA ECUACIÓN HOMOGÉNEA**

$x_P(t)$: **SOLUCIÓN PARTICULAR**

$x_C(t)$: SOLUCIÓN GENERAL DE LA ECUACIÓN HOMOGÉNEA

Solución oscilador amortiguado:

$$x(t) = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t - \alpha)$$

$$x(t) = (B + Ct)e^{-\gamma t}$$

$$x(t) = (Ae^{-st} + Be^{st})e^{-\gamma t}$$

SOLUCIÓN TRANSITORIA: solución solo apreciable durante cierto tiempo

$x_P(t)$: **SOLUCIÓN PARTICULAR**

Transcurrido un cierto tiempo:

SOLUCIÓN: SOLUCIÓN PARTICULAR ≡ SOLUCIÓN PERMANENTE

$$x = A_f \cos(\omega_f t - \alpha)$$

A_f, α : **deben satisfacer la ecuación inicial**

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_o}{m}\cos\omega t$$

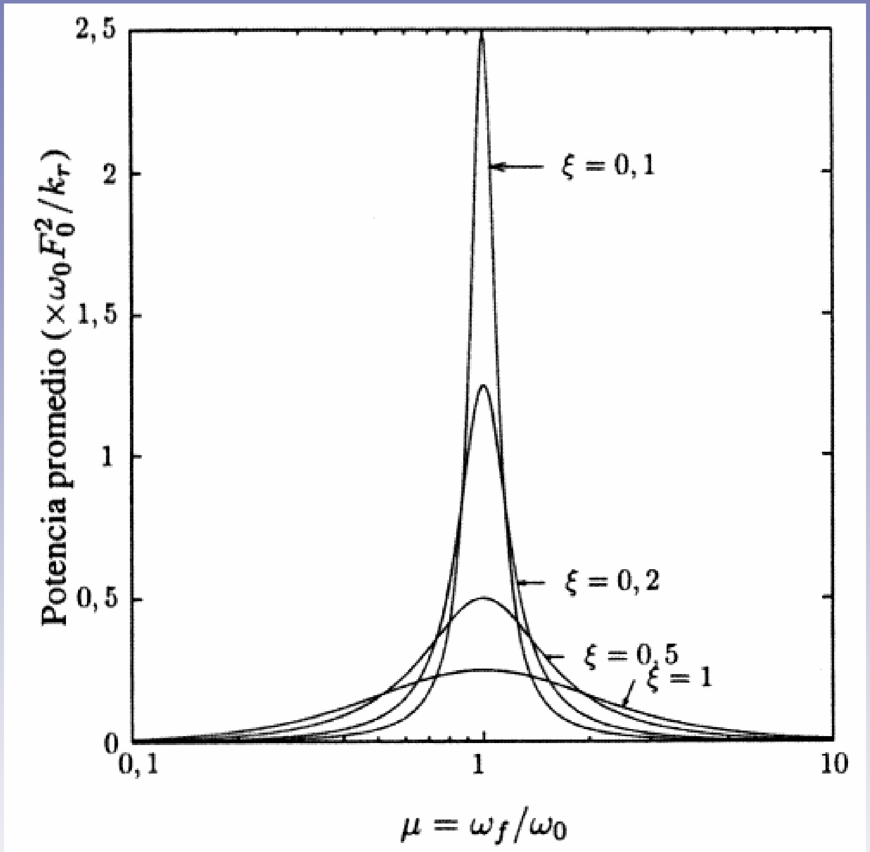
$$x = A_f\cos(\omega_f t - \alpha)$$

$$A_f = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_f^2 - \omega_0^2)^2 + 4\gamma^2\omega_f^2}} \qquad \tan\alpha = \frac{2\gamma\omega_f^2}{\omega_0^2 - \omega_f^2}$$

- amplitud y fase constante: dependiente de F_0 y ω_f

- máximo de amplitud: $\omega \approx \omega_0 \Rightarrow$ **RESONANCIA**

Amplitud en función de la frecuencia para distintos valores del amortiguamiento:



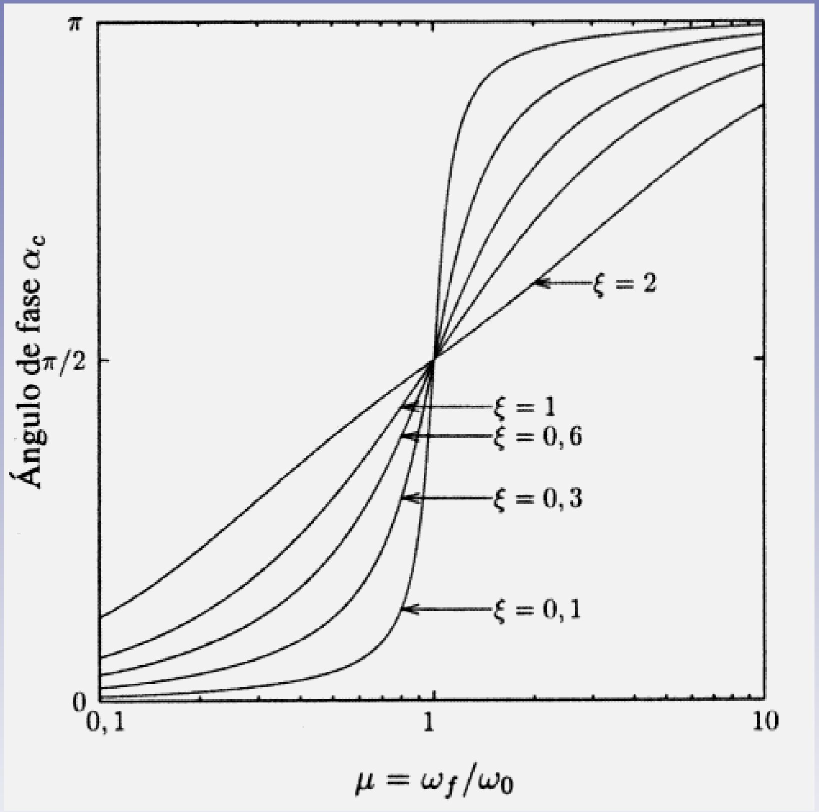
$$\xi = \frac{\gamma}{\omega_0}$$

Para controlar la amplitud de la oscilación:

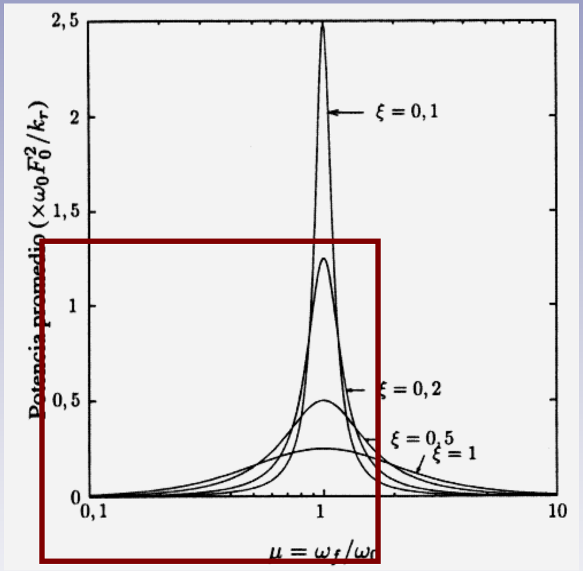
- evitar la condición de resonancia

- controlar el amortiguamiento

Ángulo de fase en función de la frecuencia para distintos valores del amortiguamiento:



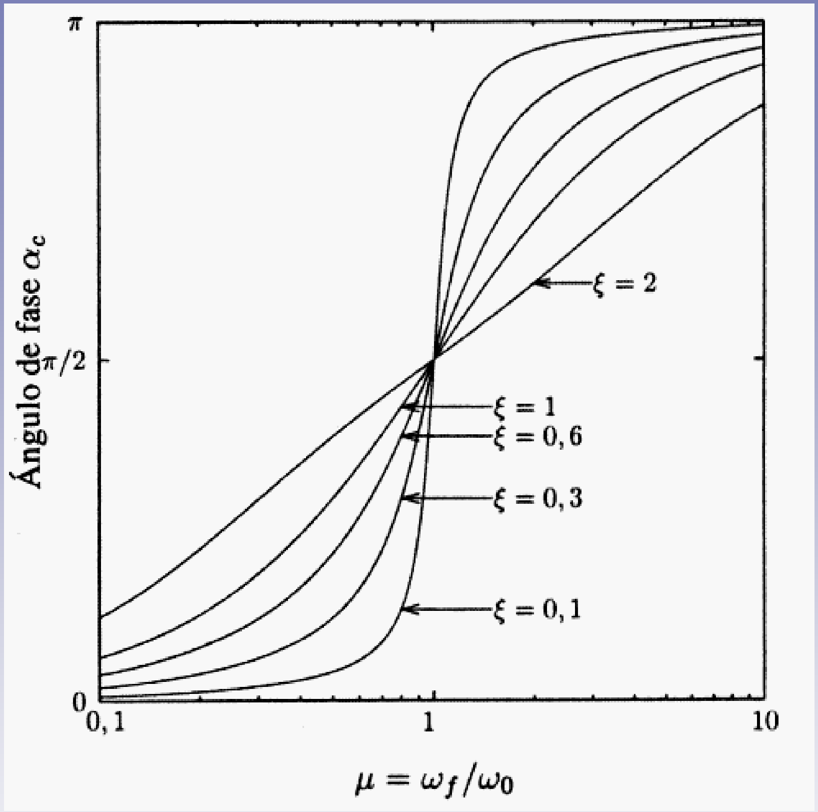
$$\xi = \frac{\gamma}{\omega_0}$$



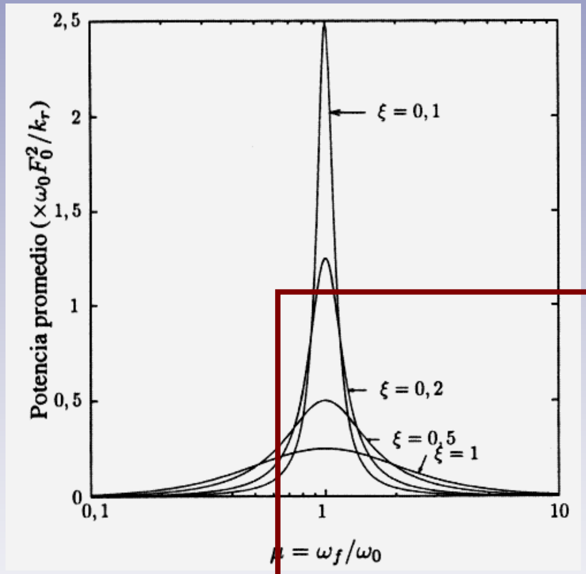
Excitación a baja frecuencia ($\omega_f \prec\prec \omega_0$):

- **fuerza excitadora: frecuencia pequeña**
- **tiempo suficiente para adaptarse a la excitación**

Ángulo de fase en función de la frecuencia para distintos valores del amortiguamiento:



$$\xi = \frac{\gamma}{\omega_0}$$

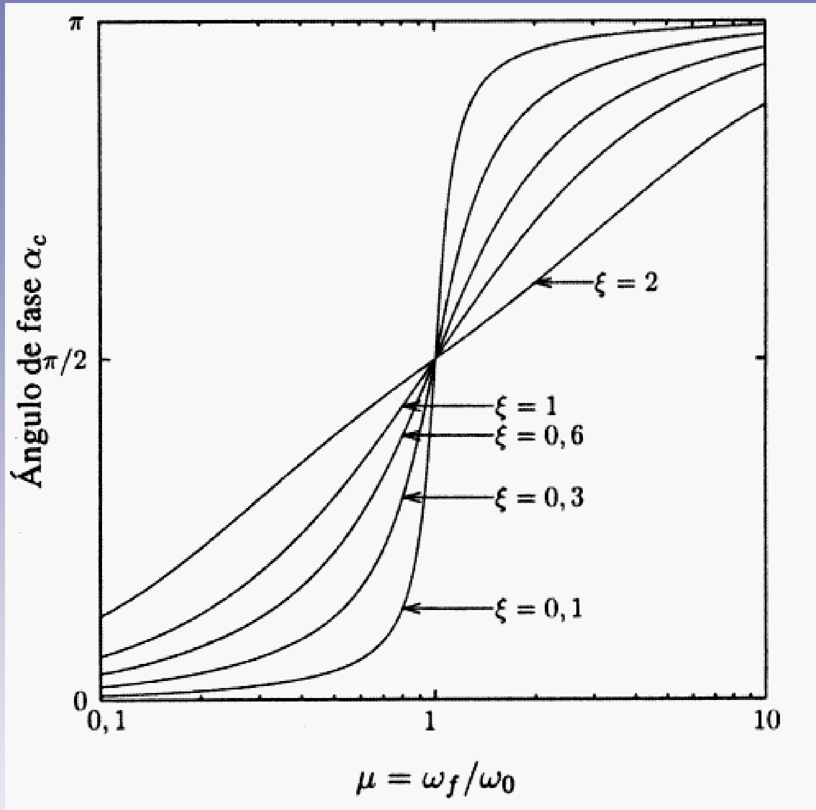


Excitación a alta frecuencia ($\omega_f \succ\succ \omega_0$):

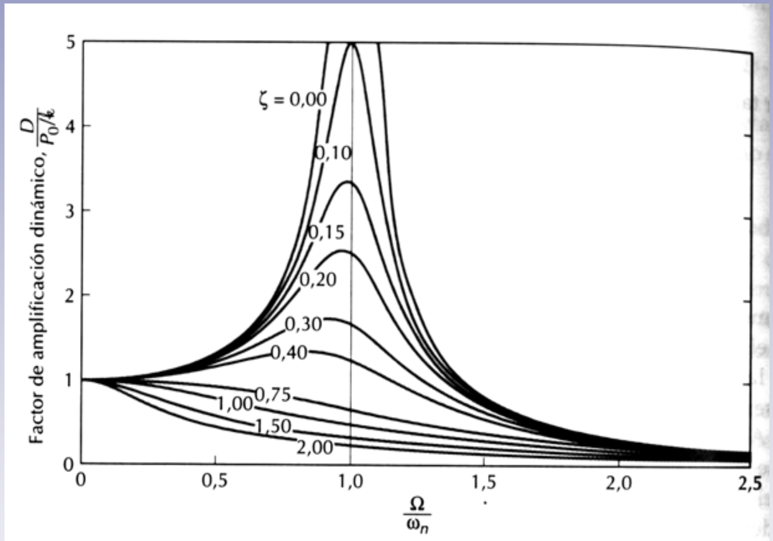
- respuesta en oposición de fase

- amplitud nula e independiente del amortiguamiento

Ángulo de fase en función de la frecuencia para distintos valores del amortiguamiento:



$$\xi = \frac{\gamma}{\omega_0}$$



Resonancia en amplitud ($\omega_f \approx \omega_0$):

- **valores altos de ξ: 90º**
- **valores bajos de ξ: cambio rápido de 90º a 0º**

CONOCIMIENTO DEL FENÓMENO DE LA RESONANCIA:

- utilizar para ampliar oscilaciones o minimizar su efecto

- frecuencias naturales de un edificio: masa, rigidez, detalles construcción

- fuerza periódica: ondas sísmicas

- diseño de estructuras de frecuencias naturales fuerza del rango de frecuencias de ondas sísmicas (0-15 Hz)

- amortiguación en el edificio

EJEMPLOS:

- los soldados rompen filas cuando marchan a través de un puente: 14 de abril de 1831 puente de Broughton en Inglaterra

- México en 1985: edificios dañados a 400 km de epicentro de terremoto

EJEMPLOS:

Modos laterales: 0.5 – 1 Hz

EJEMPLOS:

EJEMPLOS: