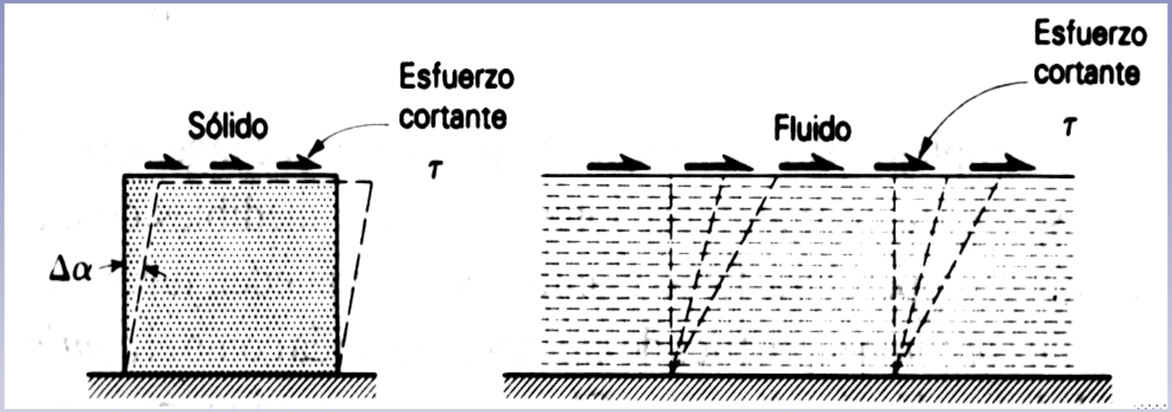
TEMA 3
Dinámica de fluidos viscosos

3.1. Introducción: viscosidad y tipos de fluidos viscosos

VISCOSIDAD μ:



FLUDIOS VISCOSOS:

Hay que tener en cuenta las fuerzas de rozamiento:

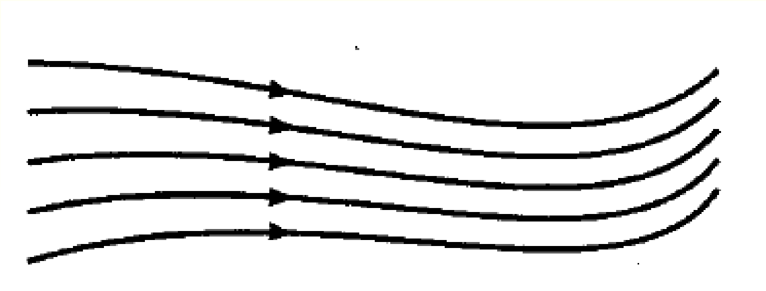
- entre partículas del fluido

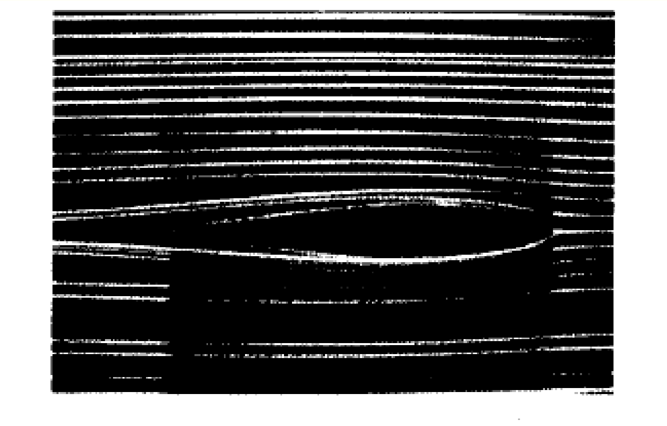
- entre partículas y paredes limítrofes

Dependiendo de las fuerzas viscosas:

REGIMEN LAMINAR O DE POISEUILLE:

- movimiento ordenado: capas paralelas sin mezcla
- velocidades pequeñas
- teoría desarrollada

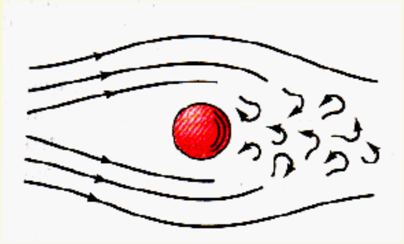


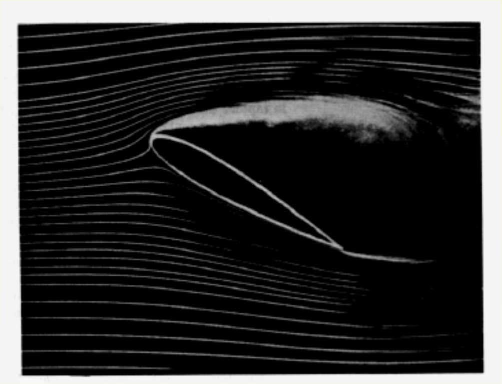


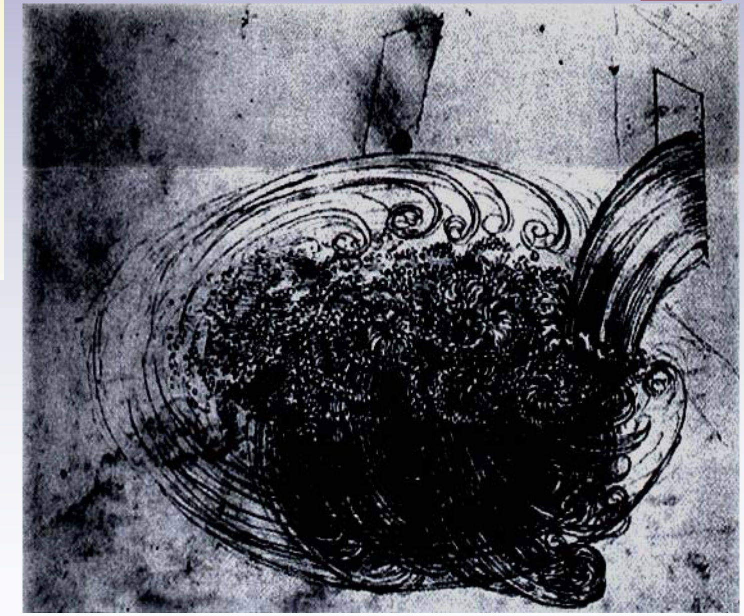
Dependiendo de las fuerzas viscosas:

REGIMEN TURBULENTO O DE VENTURI:

- movimiento desordenado: mezcla entre capas
- grandes velocidades







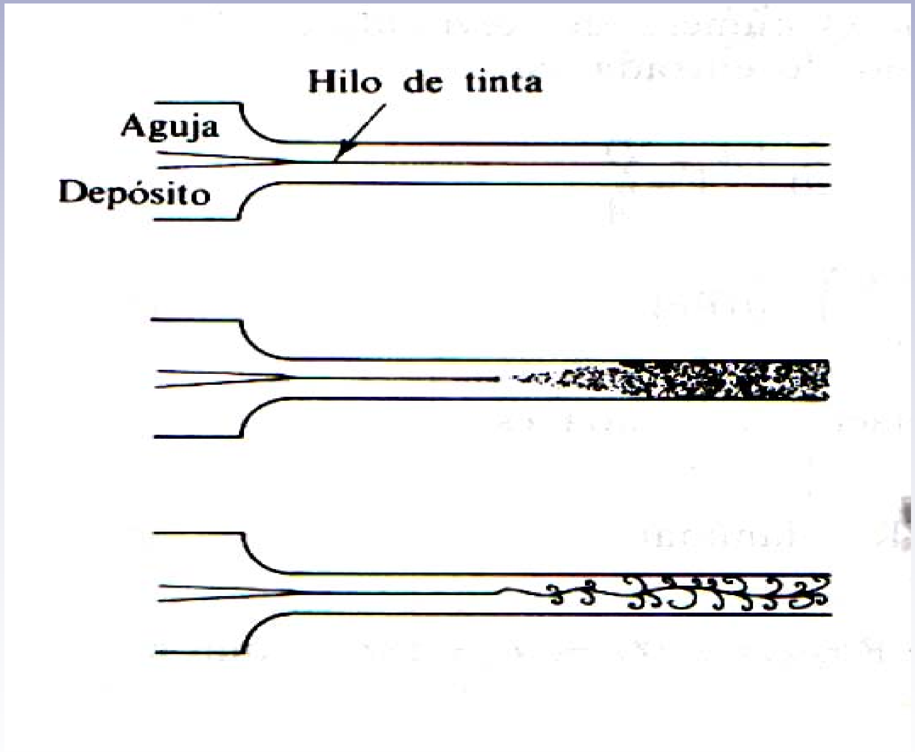
EXPERIMENTOS DE OSBORNE REYNOLDS EN 1883:

Demostración de las características de los dos regímenes de un fluido viscoso:

Tinta inyectada en tubería con agua:

- VELOCIDADES BAJAS: el filamento no varía en tubo

- VELOCIDADES ALTAS: el filamento se rompe y se mezcla con el agua



Conclusiones de los experimentos: número adimensional de Reynolds

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \overline{V} D}{\mu} = \frac{\overline{V} D}{\upsilon}$$

$\overline{V}$: **velocidad media**

D : **parámetro de distancia, diámetro de tubería**

μ : **viscosidad dinámica**

$\upsilon = \dfrac{\mu}{\rho}$: **viscosidad cinemática**

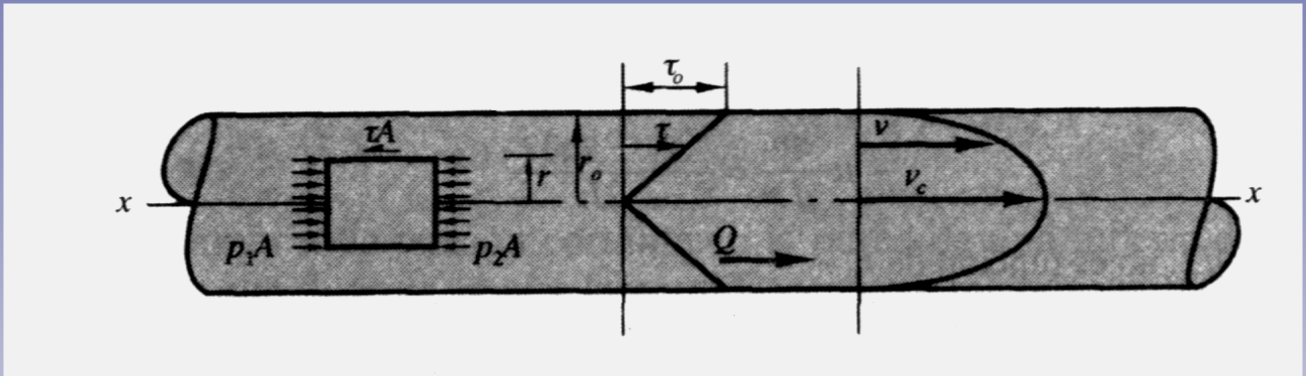
RÉGIMEN LAMINAR

$$\mathrm{Re} \prec 2300$$

TRANSICIÓN A RÉGIMEN TURBULENTO

$$\mathrm{Re} \succ (2300 - 4000)$$

VISCOSIDAD: invalidada suposición de distribución uniforme de velocidades



$\frac{\partial V}{\partial n}$ **:variación velocidad en dirección transversal al movimiento**

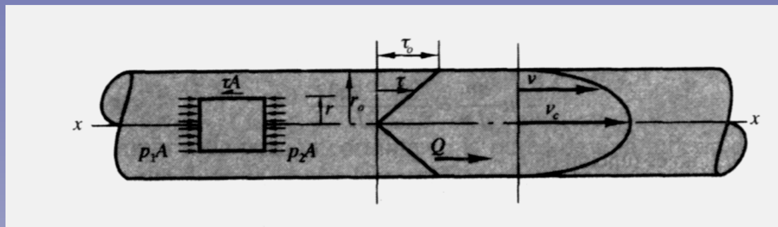
τ : **fuerzas cortantes o de cizalla, opuestas al movimiento**

$$\tau = F\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)$$

- FLUIDOS NEWTONIANOS

- FLUIDOS NO NEWTONIANOS

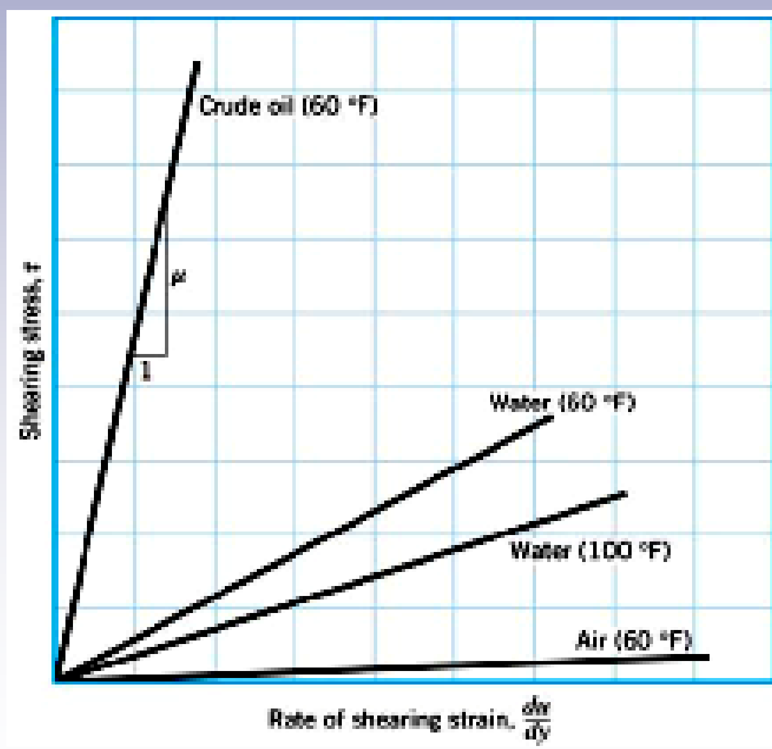
a) FLUIDOS NEWTONIANOS:



LEY DE NEWTON:

$$\tau = -\mu \frac{\partial V}{\partial n}$$

CURVAS DE CORRIENTES, CURVAS REOLÓGICAS O REOGRAMAS:

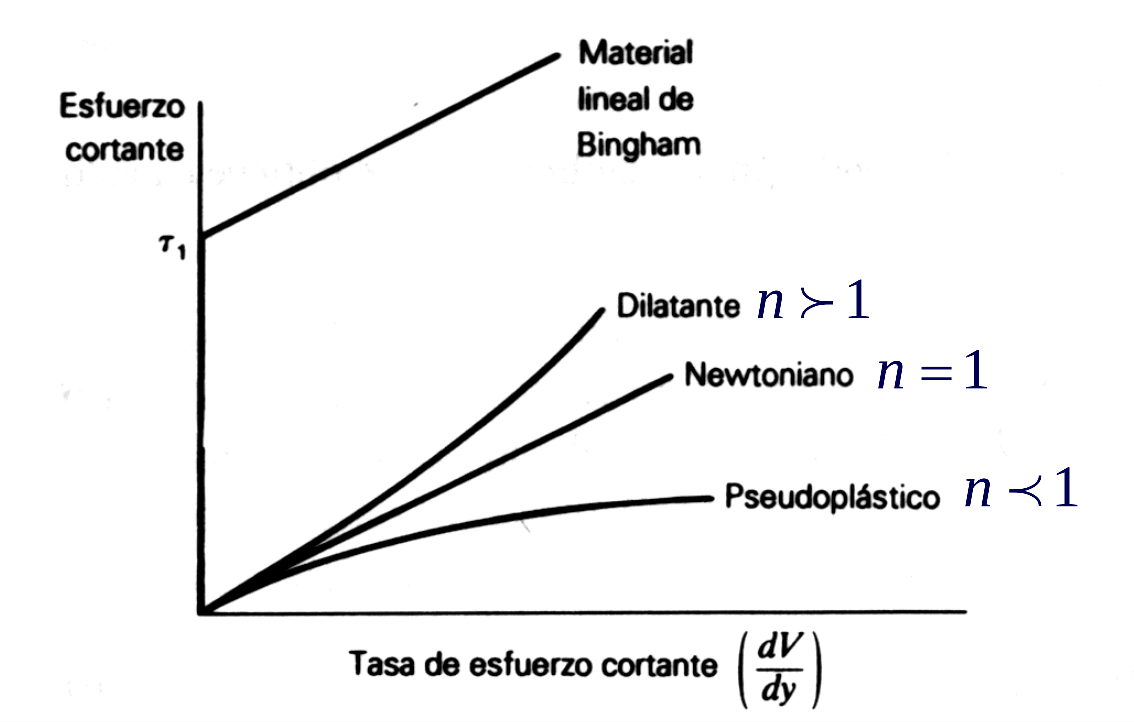


Agua, aire, productos petrolíferos....

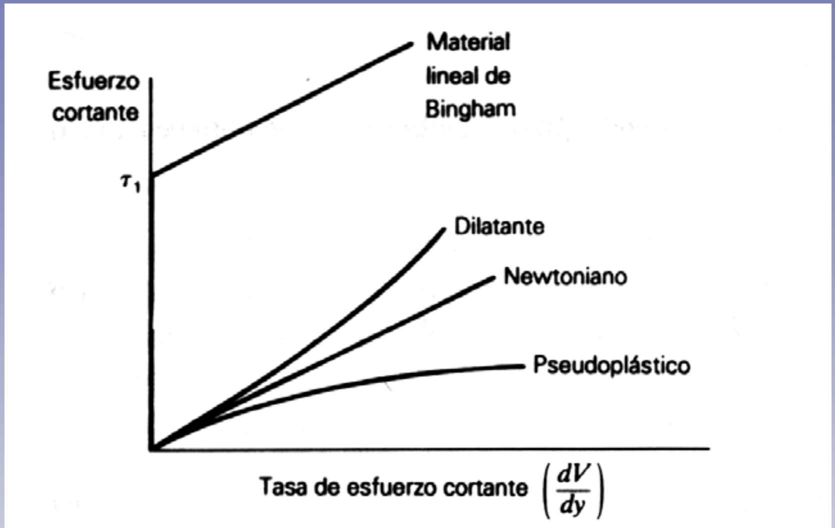
b) FLUIDOS NO NEWTONIANOS

$$\tau = K\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^n$$

No siguen la ley de Newton: pastas, lodos, polímeros de alta densidad



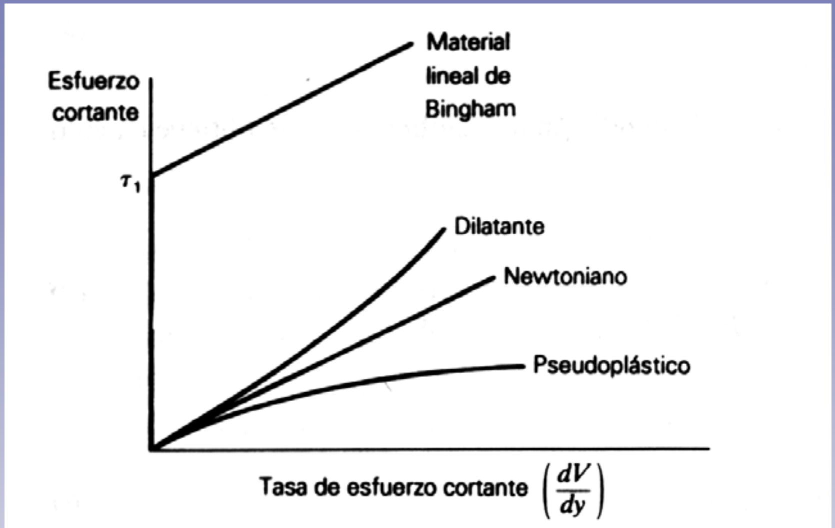
b) FLUIDOS NO NEWTONIANOS



COMPORTAMIENTO PSEUDOPLÁSTICO:

- **Elevada viscosidad**
- **Disminuye resistencia al aumentar la cizalladura**
- **EJEMPLOS: tinta de impresión, polímeros, mermelada.....**

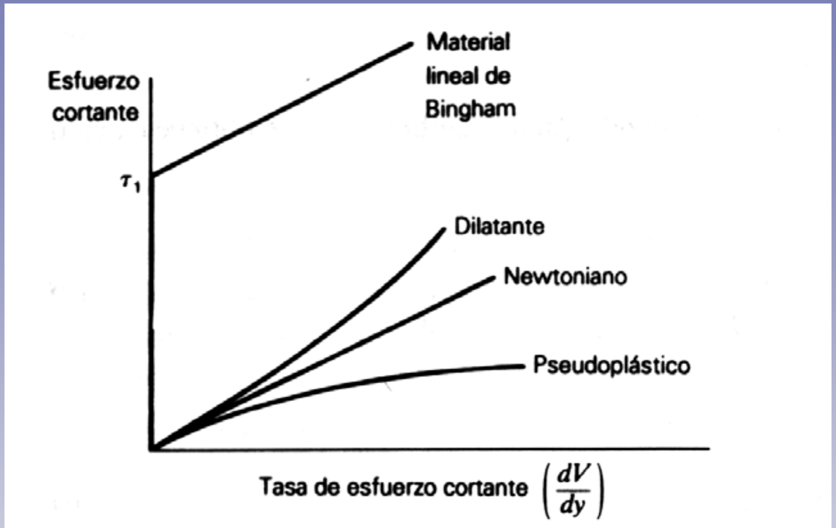
b) FLUIDOS NO NEWTONIANOS



COMPORTAMIENTO DILATANTE:

- **Aumento de resistencia al aumentar la cizalladura**
- **Valor casi infinito de la viscosidad**
- **EJEMPLOS: arena húmeda, almidón en agua.....**

b) FLUIDOS NO NEWTONIANOS



COMPORTAMIENTO PLÁSTICO O LINEAL DE BINGHAM:

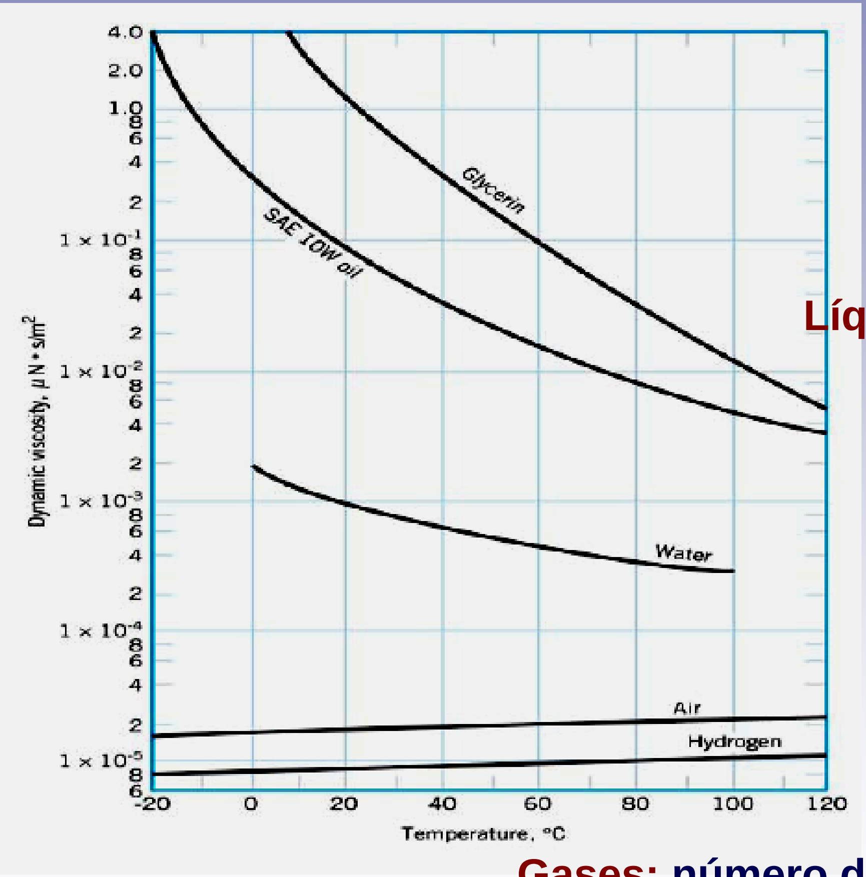
- **Similares a los pseudoplásticos**

- **Tensión mínima para que exista deformación continua**

- **EJEMPLOS: pasta dentrífica, pomadas, chocolate, grasas.....**

VISCOSIDAD DINÁMICA: $\mu \ (N \cdot s \cdot m^{-2})$

Dependiente de temperatura y presión:



Líquidos: al aumentar T disminuye cohesión entre moléculas

Gases: número de choques aumenta con T

VISCOSIDAD DINÁMICA: $\mu \; (N \cdot s \cdot m^{-2})$

LÍQUIDOS: Ley de Andrade:

$$\mu = Ae^{-BT}$$

GASES:

$$\mu = \frac{\mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} (T_0 + S)}{T + S}$$

Ley de Sutherland

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{n}$$

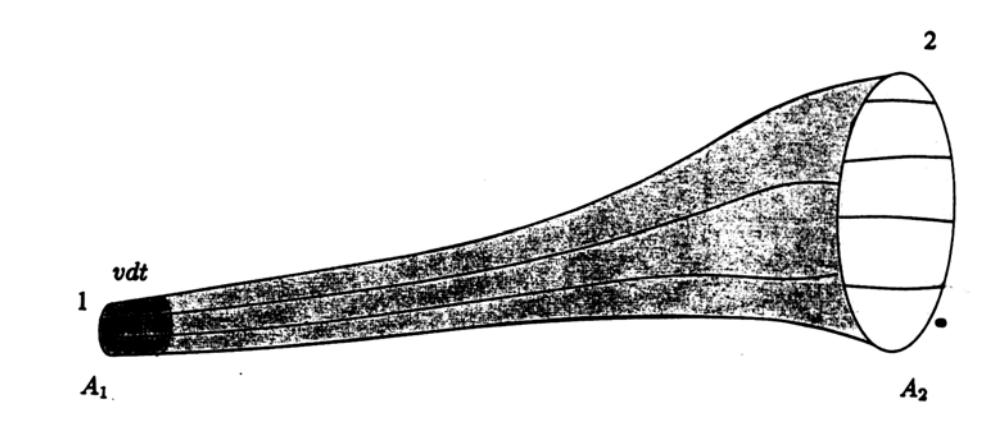
Ley de Potencia

VISCOSIDAD Y VISCOSIDAD CINEMATICA DE OCHO FLUIDOS A 1 atm y 20° C

Fluido	μ, kg/(m · s)†	Relación $\mu/\mu(H_2)$	ρ, kg/m^3	ν, m^2/s†	Relación $\nu/\nu(Hg)$
1. Hidrógeno	$8{,}9 \times 10^{-6}$	1,0	0,084	$1{,}06 \times 10^{-4}$	910
2. Aire	$1{,}8 \times 10^{-5}$	2,1	1,20	$1{,}51 \times 10^{-5}$	130
3. Gasolina	$2{,}9 \times 10^{-4}$	33	680	$4{,}27 \times 10^{-7}$	3,7
4. Agua	$1{,}0 \times 10^{-3}$	114	999	$1{,}01 \times 10^{-6}$	8,7
5. Alcohol etílico	$1{,}2 \times 10^{-3}$	135	789	$1{,}51 \times 10^{-6}$	13
6. Mercurio	$1{,}5 \times 10^{-3}$	170	13 540	$1{,}16 \times 10^{-7}$	1,0
7. Aceite SAE 30	0,26	29 700	933	$2{,}79 \times 10^{-4}$	2 430
8. Glicerina	1,5	168 000	1 263	$1{,}19 \times 10^{-3}$	10 200

3.2. Ecuaciones básicas del movimiento de los fluidos viscosos

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD O CONSERVACIÓN DE LA MASA:

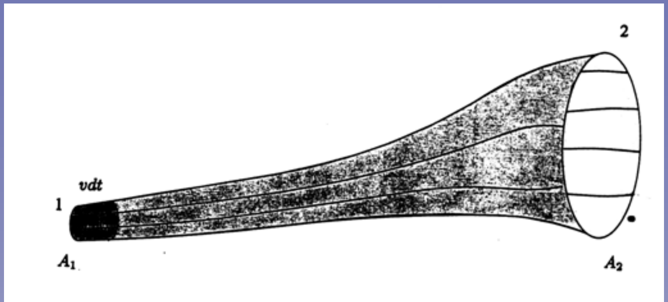


$$B = m$$

$$\frac{dm}{dm} = 1$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \frac{dB}{dm}(\rho dV) + \int_{S} \frac{dB}{dm}(\rho \vec{V} \bullet d\vec{S})$$

$$\frac{dm}{dt} = 0 = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \rho dV + \int_{S} (\rho \vec{V} \bullet d\vec{S})$$



$$0=\frac{\partial}{\partial t}\int_{VC}\rho dV+\int_{S}(\rho\vec{V}\bullet d\vec{S})$$

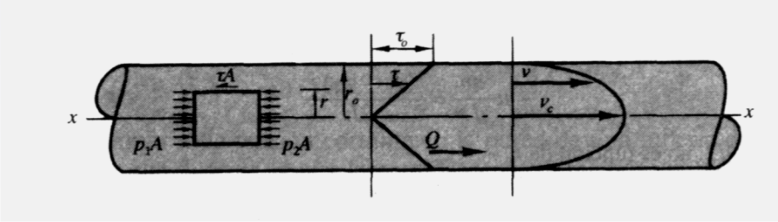
Flujo permanente o estacionario: $$Q=\int_{S}(\rho\vec{V}\bullet d\vec{S})=0$$

Fluido ideal:

$$0=\rho_{sal}A_{sal}V_{sal}-\rho_{ent}A_{ent}V_{ent}\Rightarrow\rho_{sal}A_{sal}V_{sal}=\rho_{ent}A_{ent}V_{ent}$$

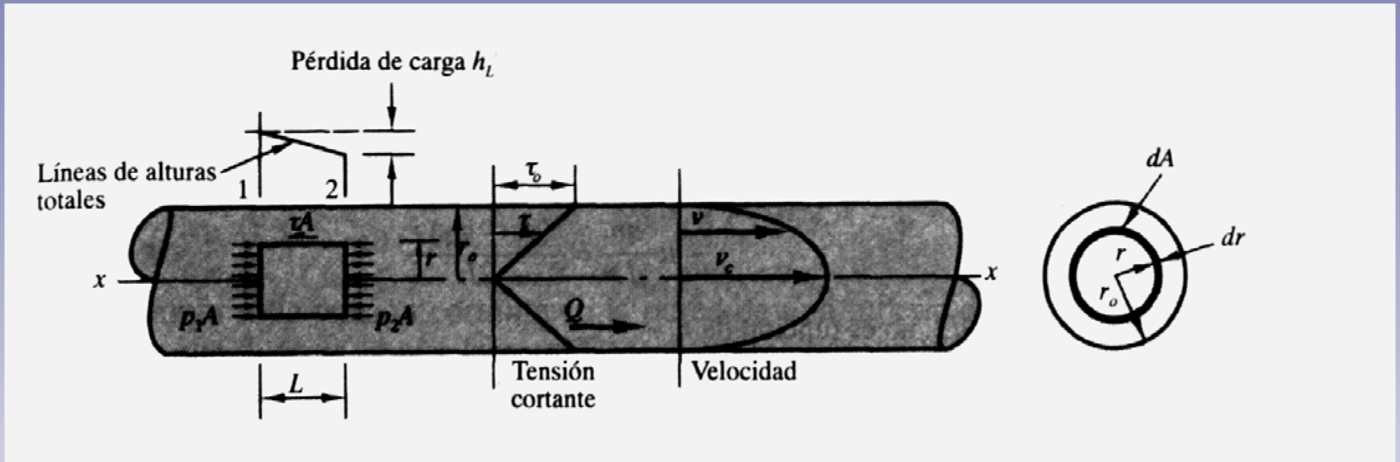
$$Av=cte$$

¿EXPRESIÓN SIMILAR PARA LOS FLUIDOS VISCOSOS?



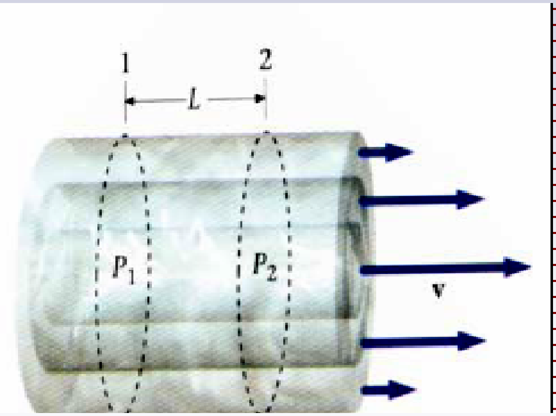
DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES Y TENSIONES CORTANTES EN UNA TUBERÍA:

Flujo confinado o interno, incompresible:



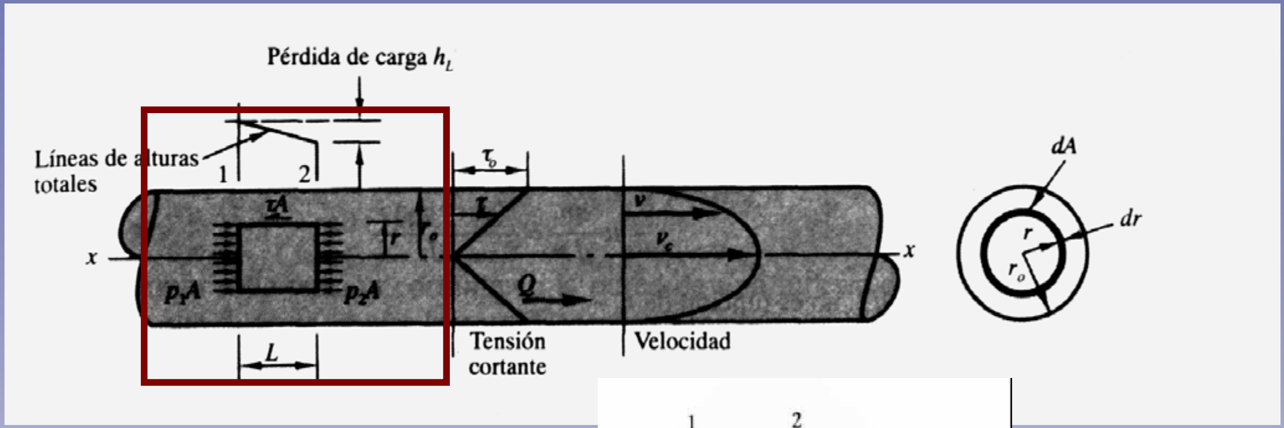
r_0 : radio de la tubería cilíndrica

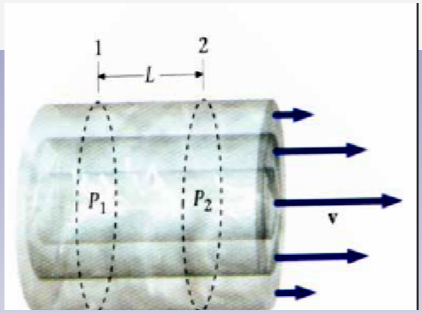
υ : viscosidad cinemática



RÉGIMEN ESTACIONARIO: $v \neq v(t)$

Flujo confinado o interno, incompresible:





$$v \neq v(t)$$

No aceleración axial, equilibrio de cilindro de fluido de radio r y longitud L

$$\sum F = 0 \Rightarrow P_1(\pi r^2) - P_2(\pi r^2) - \tau 2\pi r L = 0 \Rightarrow \tau = \frac{(P_1 - P_2) r}{2L}$$

$r = 0$: **centro de la tubería, la tensión cortante se anula**

$r = r_0$: **pared de la tubería, la tensión cortante es máxima**

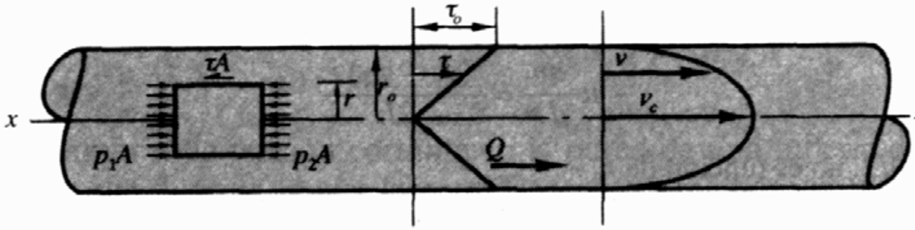
Para un fluido newtoniano:

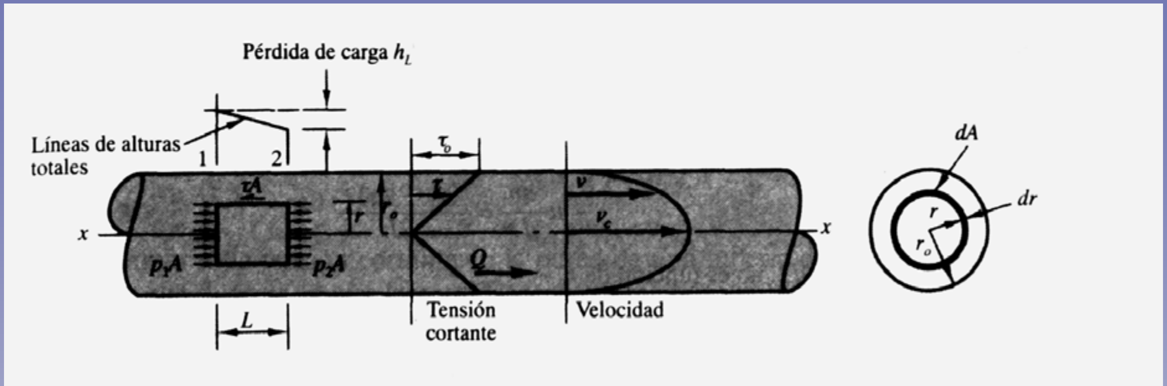
$$\left.\begin{aligned}\tau &= \frac{(P_1 - P_2)r}{2L}\\ \tau &= -\mu\left(\frac{dv}{dr}\right)\end{aligned}\right\} \quad -\mu\left(\frac{dv}{dr}\right) = \frac{(P_1 - P_2)r}{2L}$$

$$-\int_{v_c}^{v} dv = \frac{P_1 - P_2}{2\mu L}\int_0^r r\,dr \Rightarrow v = v_c - \frac{(P_1 - P_2)r^2}{4\mu L}$$

$$r = r_0 \qquad v_c = \frac{(P_1 - P_2)r_0^2}{4\mu L} \Rightarrow \boxed{v = \frac{P_1 - P_2}{4\mu L}(r_0^2 - r^2)}$$

$$v = 0$$





FÓRMULA DE POISEULILE:

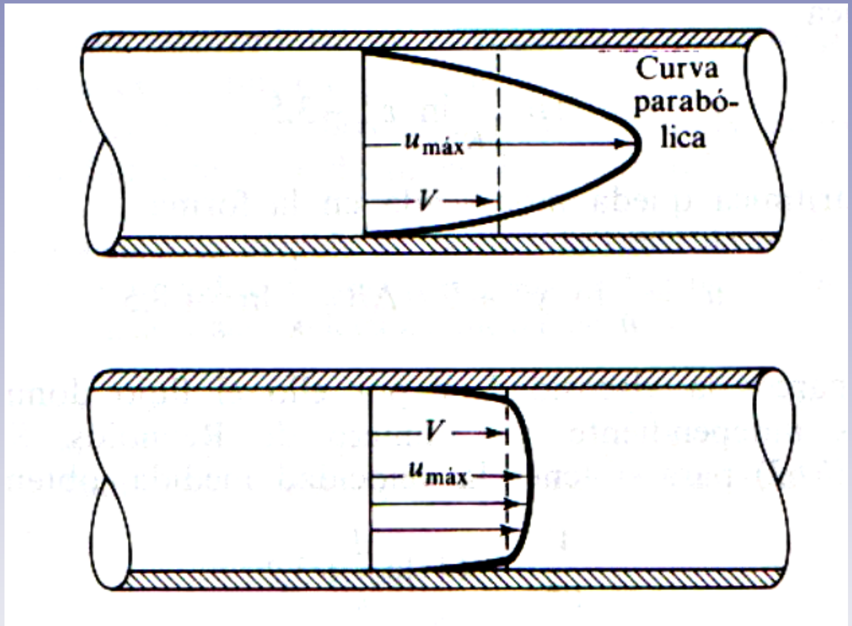
$$Q = \int_S \vec{V} \bullet d\vec{S}$$

$$Q = \int_S v dS = \int_0^{r_0} v 2\pi r dr = \pi \frac{P_1 - P_2}{2\mu L} \int_0^{r_0} (r_0^2 - r^2) r dr = \pi \frac{P_1 - P_2}{8\mu L} r_0^4 = \frac{1}{2} \pi r_0^2 v_C$$

$$Q = \bar{v} S \Rightarrow \bar{v} = \frac{1}{2} v_c$$

$$v_c = \frac{(P_1 - P_2) r_0^2}{4\mu L}$$

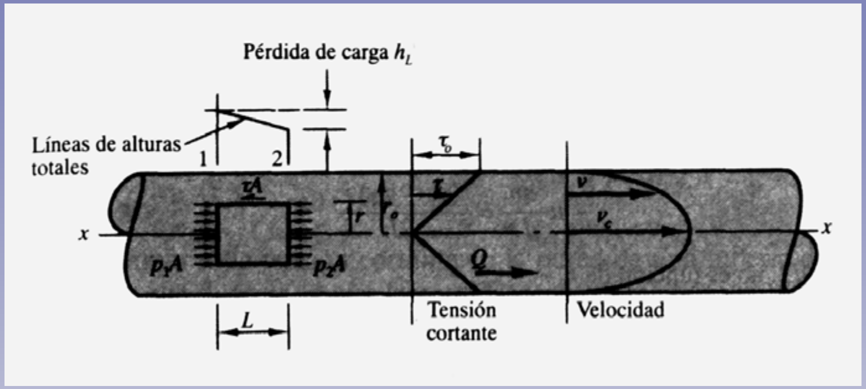
PERFILES DE VELOCIDAD DE FLUJOS LAMINAR Y TURBULENTO CON EL MISMO CAUDAL:

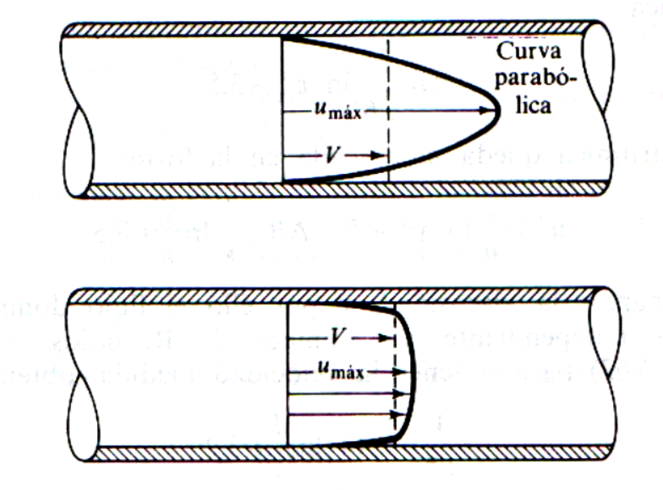


¿ES POSIBLE SIMPLIFICAR EL ESTUDIO DE LOS FLUIDOS VISCOSOS?

TEORÍA DE LA CAPA LÍMITE

CAPA LÍMITE:





- **CAPA LÍMITE:** **región en la que no puede despreciarse el efecto de la viscosidad, cerca de las paredes**