

TEMA 4 (Parte II)
Ley de Darcy. Flujos hidráulicos a través de terrenos.

4.3. Ley de Darcy generalizada

$$\Phi = \Phi(x, y, z, t) \quad \text{CAMPO HIDRÁULICO}$$

CAMPO ESCALAR:

- superficies equipotenciales hidráulicas: Φ constante
- Gradiente del potencial hidráulico:

$$\nabla\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial\Phi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial\Phi}{\partial z} \vec{k}$$

LEY DE DARCY GENERALIZADA PARA UN MEDIO ISÓTROPO:

$$v = -k \cdot \frac{d\Phi}{dx} \Rightarrow \vec{v} = -k \cdot \nabla\Phi = -k \cdot \text{grad}\vec{\Phi}$$

K: constante, si medio isótropo

MEDIO ANISÓTROPO:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{xy} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{xz} & k_{yz} & k_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{pmatrix} = -K \cdot \nabla \Phi$$

SISTEMA DE REFERENCIA DE EJES PRINCIPALES:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \end{pmatrix}$$

MEDIO ISÓTROPICO:

$$\vec{v} = -k \cdot \nabla \Phi = -k \cdot \text{grad} \vec{\Phi}$$

Velocidad perpendicular a superficies equipotenciales hidráulicas

MEDIO ISÓTROPICO:

- LÍNEAS DE FLUJO: líneas de campo de la velocidad
- LÍNEAS EQUIPOTENCIALES HIDRÁULICAS

RED DE FLUJO: red ortogonal de la que se puede extraer interesante información

LÍNEAS DE FLUJO: flujo permanente \Rightarrow trayectoria del fluido

$$\vec{v} = -k \cdot \nabla \Phi = -k \cdot \text{grad} \vec{\Phi}$$

SOLUCIÓN PROBLEMA: ecuación que satisface Φ

DURANTE EL PROCESO DE FILTRACIÓN :

- LEY DE DARCY
- ECUACIÓN DE CONTINUIDAD O DE CONSERVACIÓN DE LA MASA

PROBLEMAS DE FILTRACIÓN:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

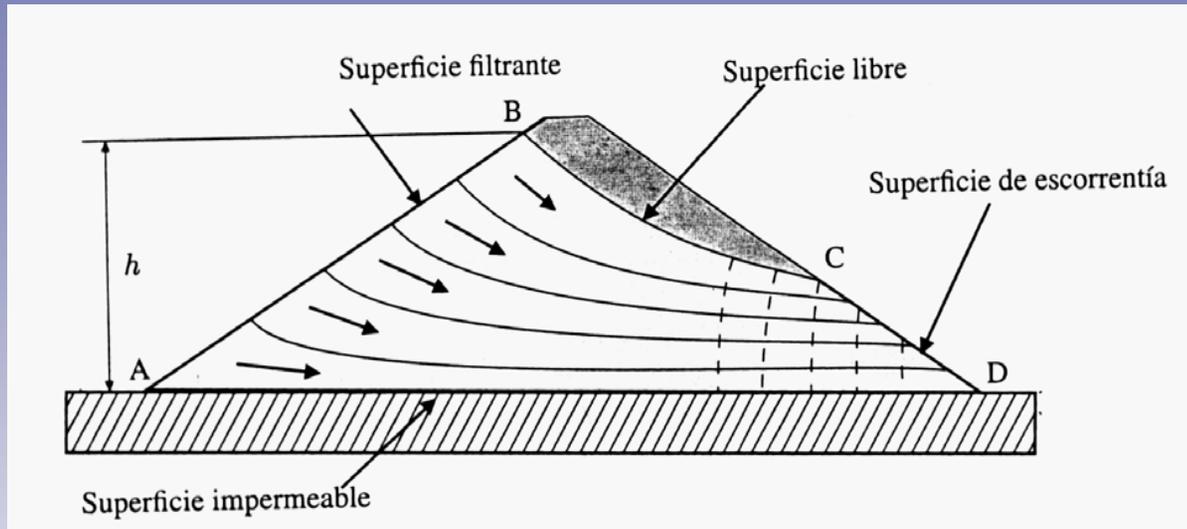
ECUACIÓN DE LAPLACE:

$$\nabla^2 \Phi = 0$$

- electromagnetismo, conducción de calor
- ecuación diferencial dependiente de
 - 1) geometría del recinto espacial: medio permeable
 - 2) condiciones de contorno: superficies de separación
- independiente de la conductividad hidráulica, aunque si el flujo:

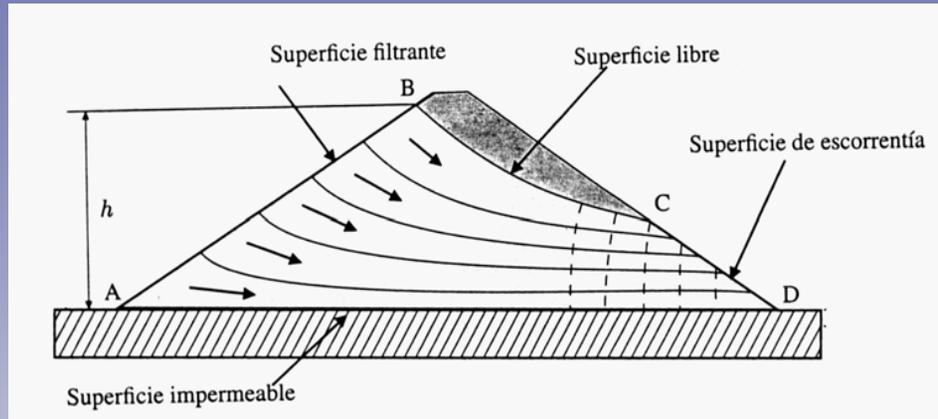
$$\vec{v} = -k \cdot \nabla \Phi$$

CONDICIONES DE CONTORNO EN EL CASO BIDIMENSIONAL:



- 1) Condiciones de contorno de Dirichlet: condiciones sobre Φ
- 2) Condiciones de contorno de Von Neumann: condiciones sobre el gradiente de Φ (velocidad)
- 3) Condiciones de contorno mixtas: Dirichlet + Neumann

A) SUPERFICIES IMPERMEABLES:



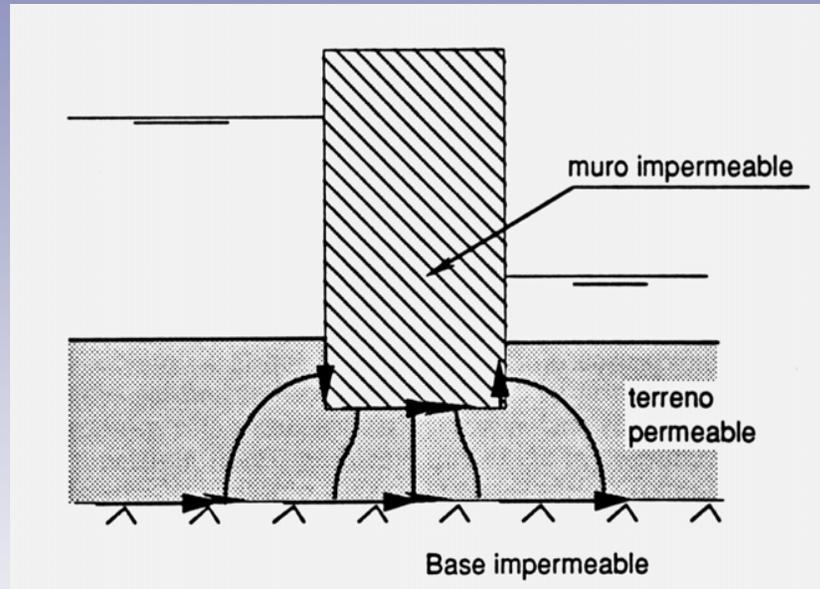
- terreno impermeables respecto al terreno permeable
- componente normal de la velocidad nula:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$$

- condición de tipo Von Neumann
- superficies equipotenciales perpendiculares a la superficie impermeable

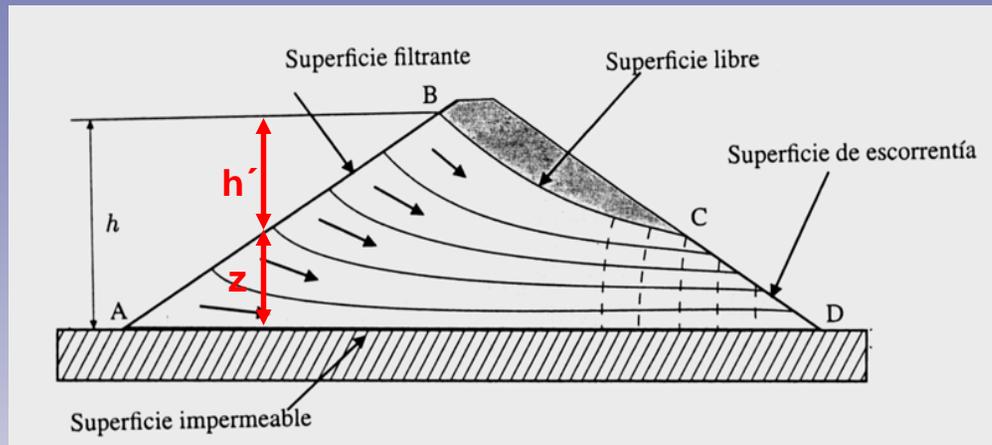
A) SUPERFICIES IMPERMEABLES:

Ejemplo: filtración bajo muro de hormigón



- líneas de corriente adheridas a las superficies impermeables
- superficies equipotenciales: contactos perpendiculares

B) SUPERFICIES FILTRANTES:

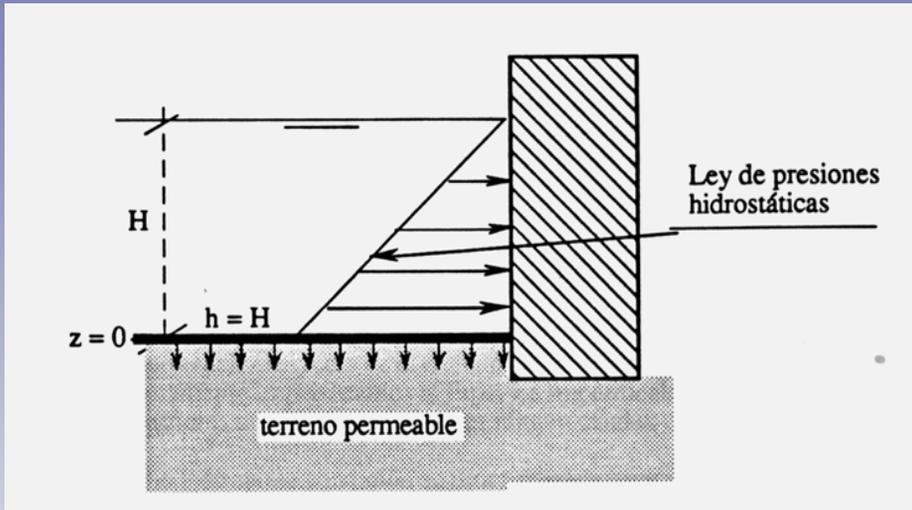


- superficie en contacto con el fluido libre
- potencial hidráulico constante:

$$\Phi = \frac{P}{\rho g} + z = \frac{\rho g h'}{\rho g} + z = h' + z = h$$

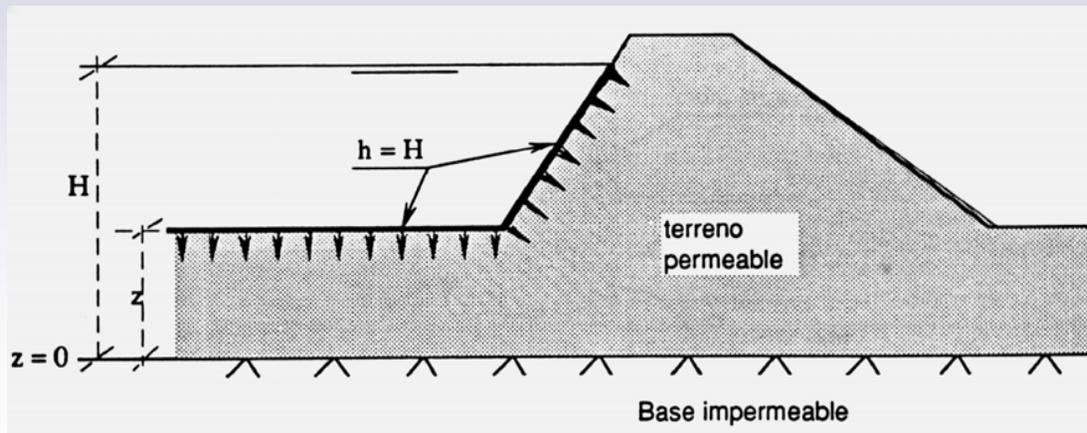
- condición de tipo Dirichlet
- superficies filtrantes: superficie equipotencial y \vec{v} perpendicular

B) SUPERFICIES FILTRANTES:

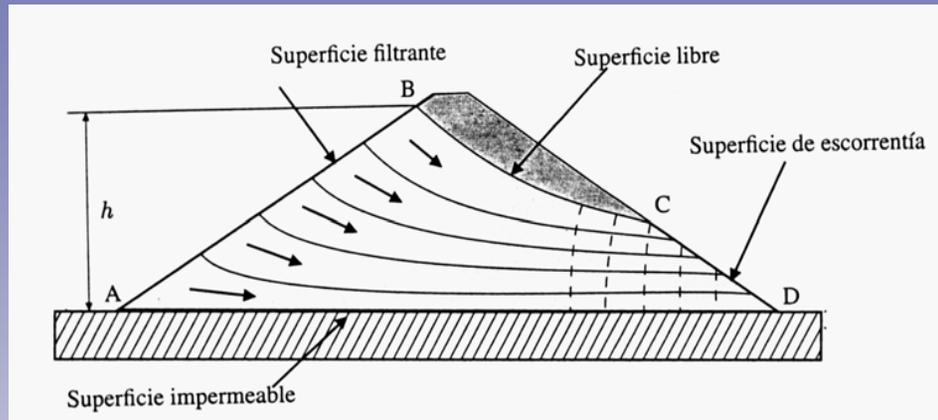


Ejemplo 1: fondo de estanque limitado por muro

Ejemplo 2: presa de tierra



C) SUPERFICIE DE ESCORRENTÍA O DE CAÍDA:



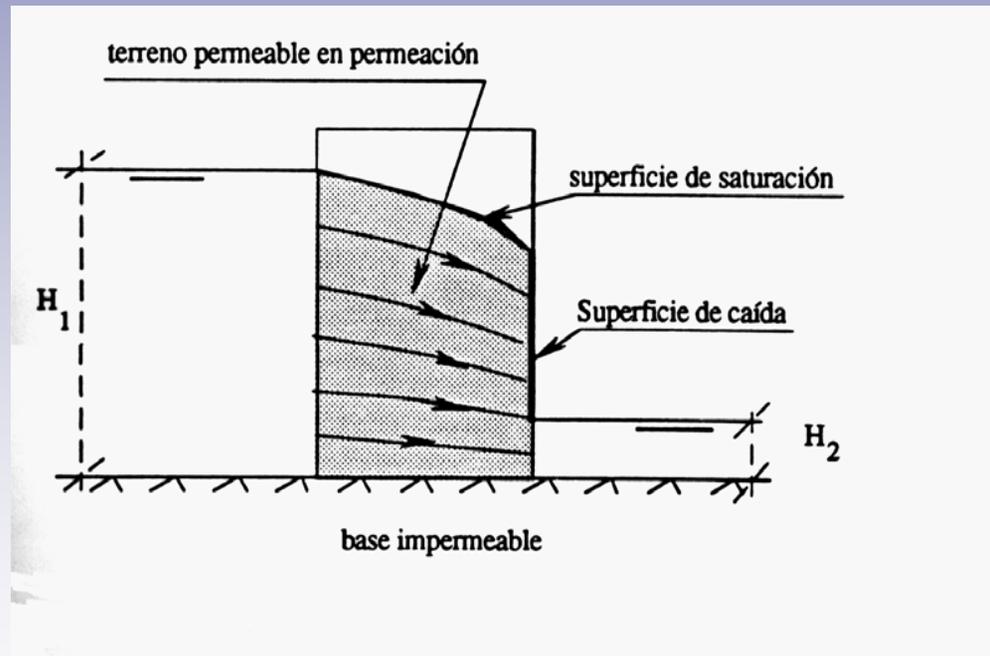
- superficie por la que el fluido sale libremente a la atmósfera
- potencial hidráulico a la salida:

$$\Phi = z$$

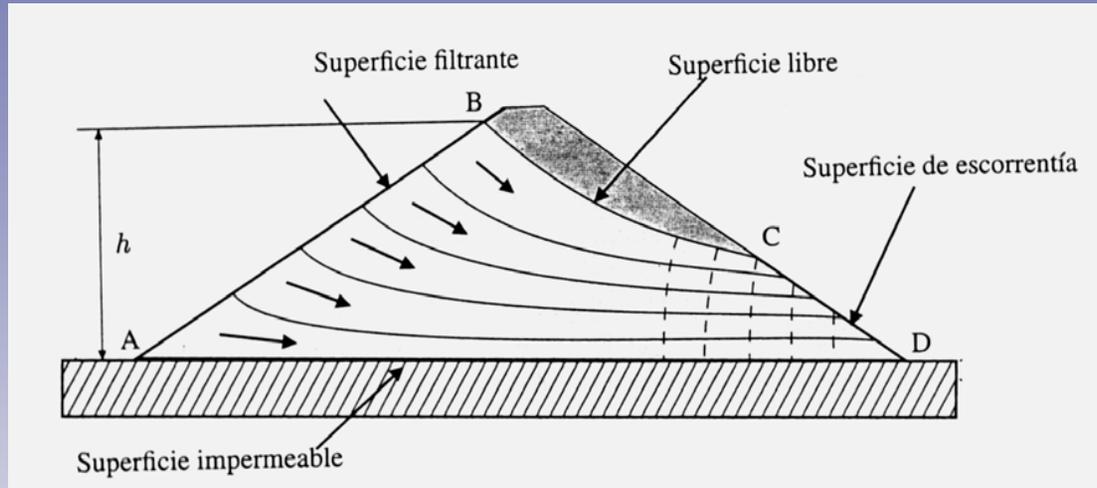
- condición de tipo Dirichlet
- no restricciones sobre velocidad, siempre componente normal a la superficie

C) SUPERFICIE DE ESCORRENTÍA O DE CAÍDA:

Ejemplo 1: sección de un dique o muro permeable asentado sobre un medio impermeable que separa dos masas de agua de diferentes niveles



D) SUPERFICIE LIBRE O DE SATURACIÓN:



- superficie que limita el flujo en su parte superior
- capa freática: presión atmosférica

$$\Phi = z \quad \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$$

- condición de tipo Von Neumann y de tipo Dirichlet

Principal inconveniente de la hidráulica teórica:

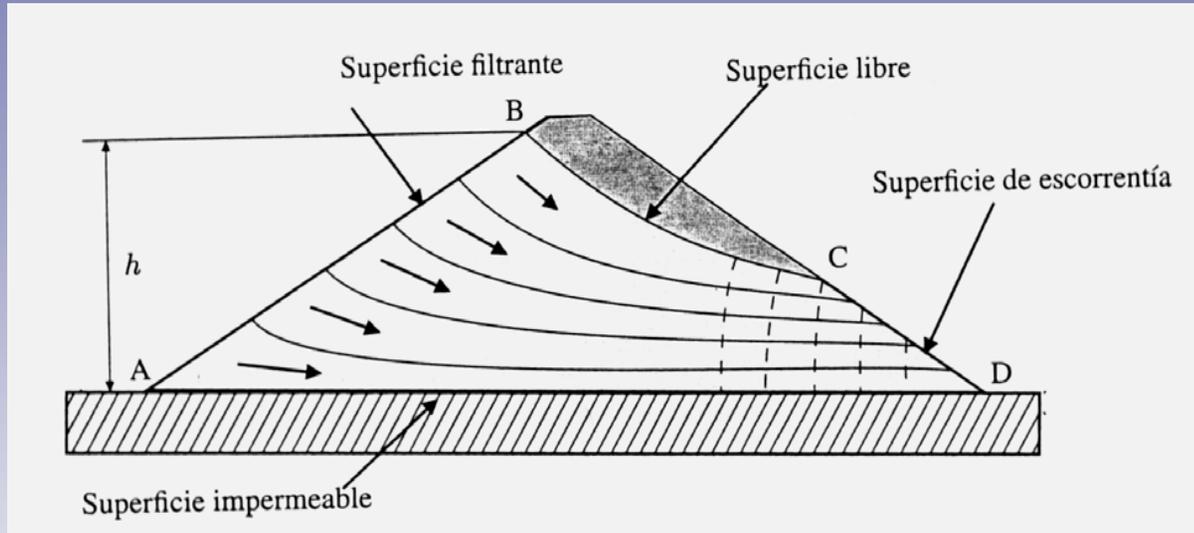
- determinar el recinto inundado
- no sucede en conducción del calor

MÉTODOS PARA LA DETERMINACIÓN DE LA RED DE FLUJO:

- condiciones de contorno y tanteo
- modelo a escala y filtración: gran tiempo y trabajo
- cálculo numérico: aproximaciones

OTROS EJEMPLOS:

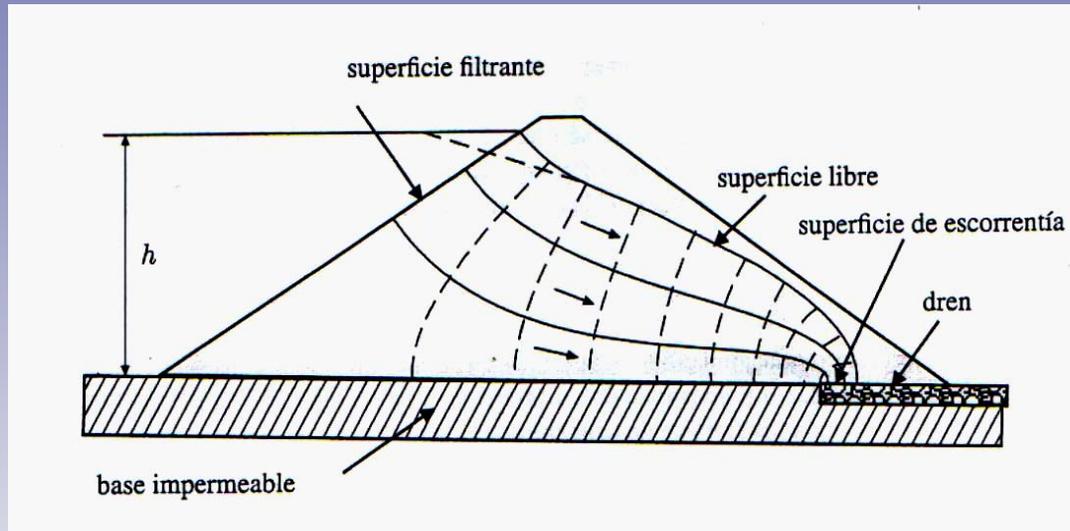
EJEMPLO 1:



- superficie de escorrentía: peligro de perforación
- erosión interna: canal interior \Rightarrow tubificación
- de manifiesto años después de su construcción

Una posible solución.....

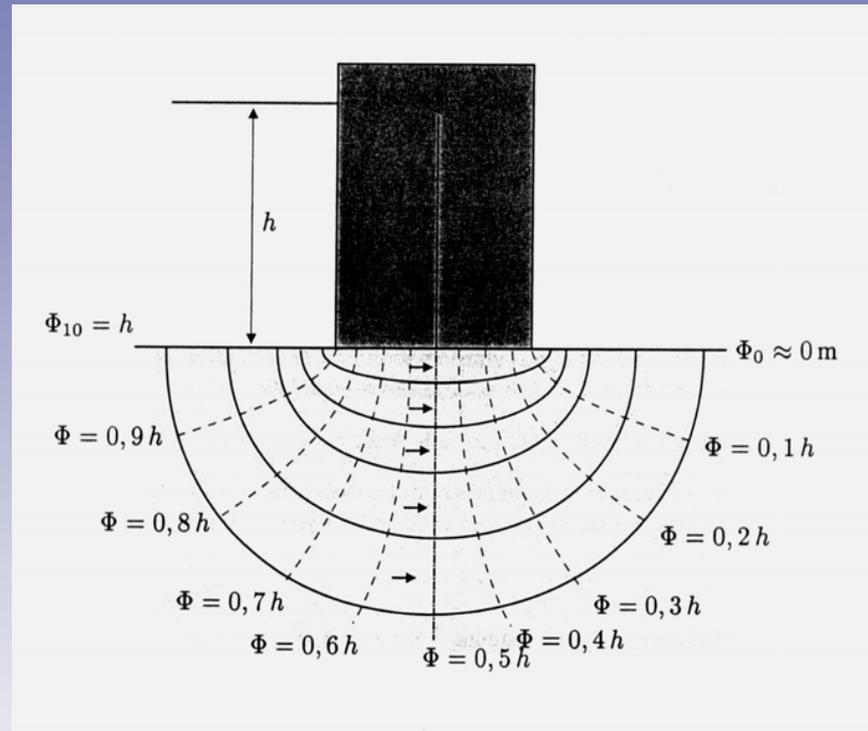
OTROS EJEMPLOS:



- para evitar perforación: drenaje
- superficie libre: por debajo de la superficie externa de la presa
- rejillas o filtros adecuados: control de paso de tierra

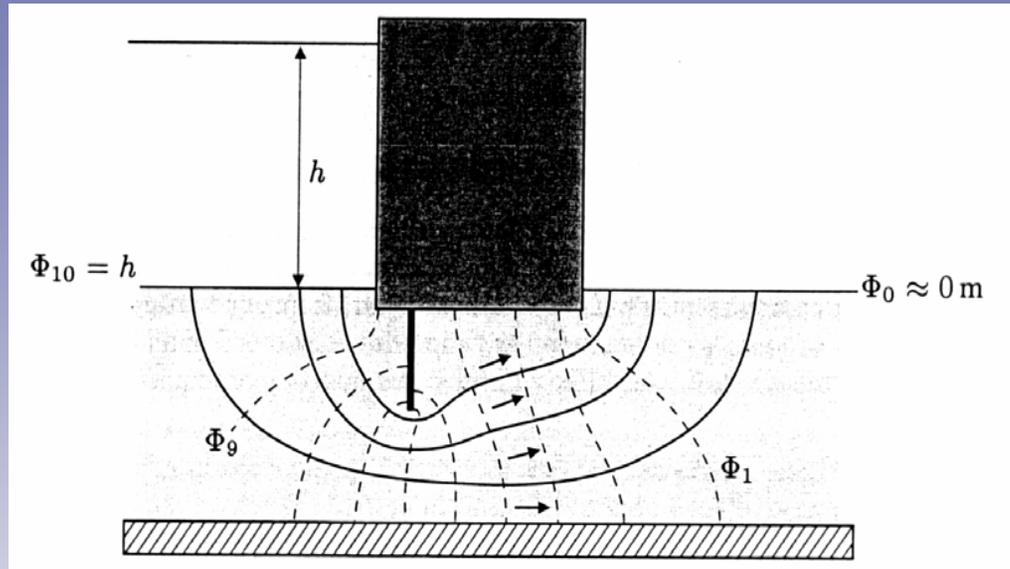
OTROS EJEMPLOS:

EJEMPLO 2:



- presa o muro sencillo a nivel del terreno
- medio homogéneo e isótropo: flujo simétrico (línea continua)
- superficies equipotenciales: línea discontinua

OTROS EJEMPLOS:



Para mejorar el comportamiento:

- se entierra por debajo del nivel del terreno
- se coloca pantalla impermeable
- disminución de perforación y filtraciones:

- 1) se alarga el recorrido: se reduce velocidad aguas abajo
- 2) aumenta separación presa – líneas de flujo

4.4. Subpresiones y capilaridad

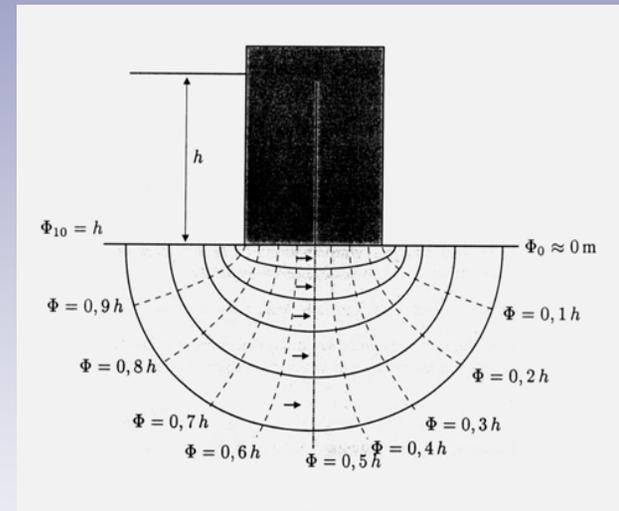
a) Subpresiones

- presencia de filtraciones: distribución de presiones en la base
- presión ejercida por el fluido: **SUBPRESIÓN:**

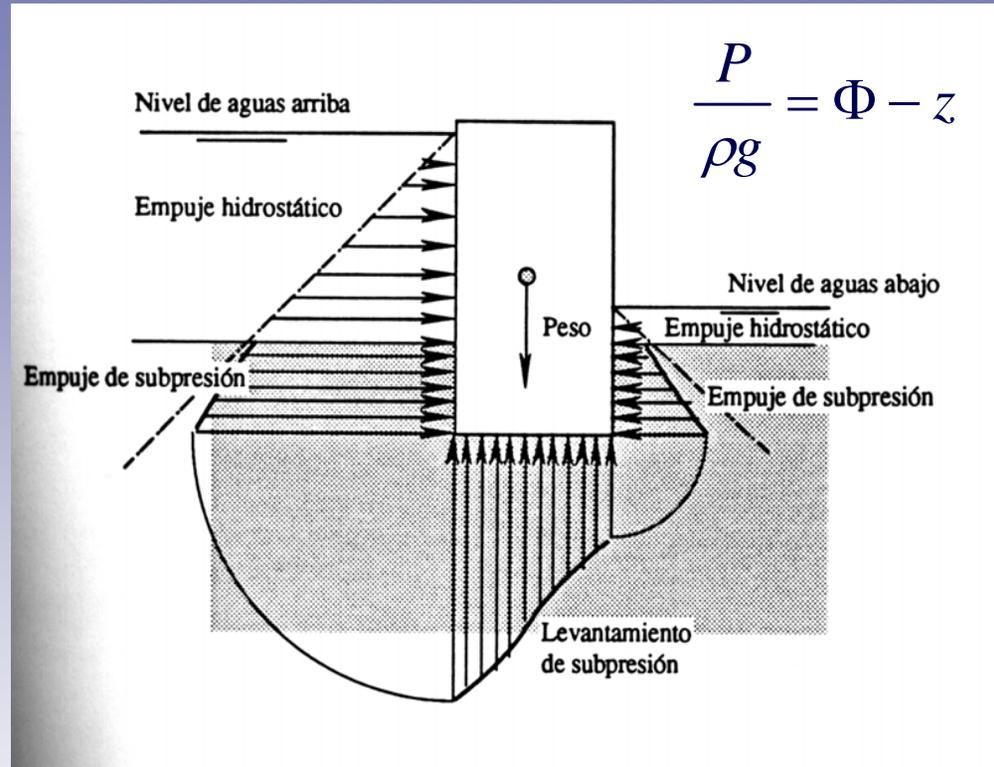
$$\Phi = \frac{P}{\rho g} + z \Rightarrow \frac{P}{\rho g} = \Phi - z$$

Consecuencias:

- fuerzas de empuje y levantamiento
- no homogeneidad: momento de vuelco



MURO IMPERMEABLE SOBRE MEDIO PERMEABLE:



Para reducir el efecto:

- se colocan drenajes dentro de la presa
- losas grandes: taladro vertical

EFFECTO DE LAS SUBPRESIONES:



**Depósito de combustible que salió por si mismo
del terreno por efecto de las subpresiones**

b) Capilaridad

TENSIÓN SUPERFICIAL: fuerzas de atracción molecular no compensadas en moléculas de la superficie del fluido

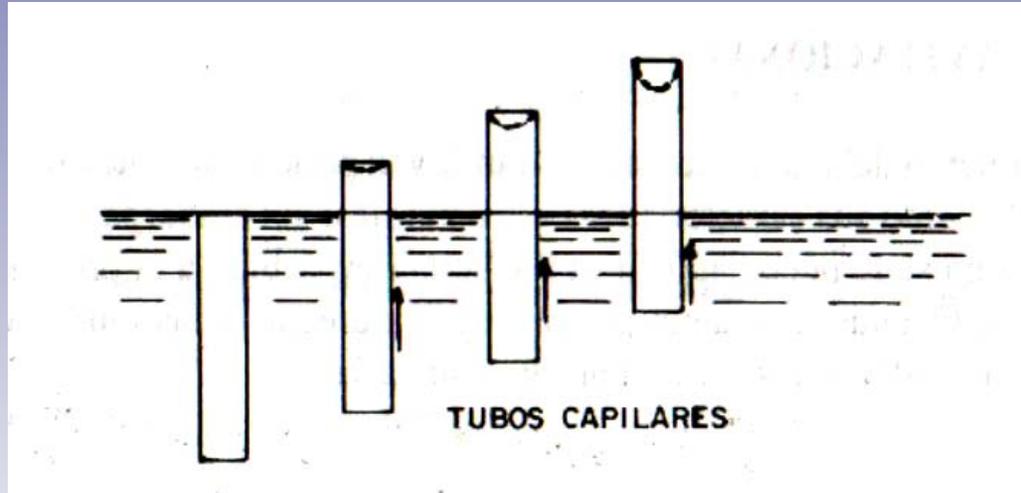
FUERZAS DE COHESIÓN: mismo fluido

FUERZAS DE ADHESIÓN: otra sustancia

CAPILARIDAD:

- tubos muy finos o tubo capilar
- fuerzas de cohesión y adhesión \Rightarrow ascensión del agua

Tubos de vidrio delgados:



ALTURA: fuerza ascendente (tensión superficial) igualada por el peso de la columna (gravedad)

Ascenso del agua por capilaridad en un suelo:

$$h = \frac{N}{e \cdot D}$$

N : constante empírica dependiente de la forma de los granos

$e = \frac{V_v}{V_s}$: relación de vacíos, cociente entre volumen de huecos o poros y partículas sólidas

D : diámetro efectivo

- humedecimiento por capilaridad: estabilidad de terraplenes y favorece fallas
- Suelos finos: altura capilar mayor, drenajes en suelos finos

Gama de alturas capilares
en distintos suelos:

Cargas capilares

Suelo	Tamaño de las partículas D_{10} (mm)	Relación de vacíos	Carga capilar (cm)	
			h_{cr}	h_{cs}
Grava gruesa	0.82	0.27	5.4	6.0
Grava arenosa	0.20	0.45	28.4	20.0
Grava fina	0.30	0.29	19.5	20.0
Grava limosa	0.06	0.45	106.0	68.0
Arena gruesa	0.11	0.27	82.0	60.0
Arena media	0.02	0.48–0.66	239.6	120.0
Arena fina	0.03	0.36	165.5	112.0
Limo	0.006	0.95–0.93	359.2	180.0

Según Lane y Washburn, 1946.