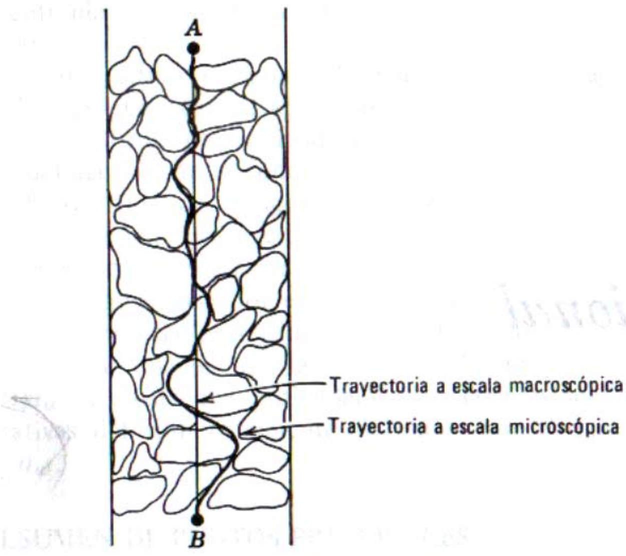
b) AMPLIACIÓN DE MECÁNICA DE FLUIDOS

4. HIDRÁULICA DEL MEDIO PERMEABLE

4.1. INTRODUCCIÓN

En los apartados anteriores hemos estudiado el movimiento de fluidos "libres". Sin embargo, los fluidos también pueden moverse a través de ciertos materiales como ocurre con las aguas subterráneas que se filtran a través de los terrenos o el petróleo que se mueve en las capas petrolíferas a los pozos petrolíferos. A los materiales que permiten el paso de fluidos a su través, ya se trate de gases o de líquidos se les denomina materiales permeables. Es útil e interesante estudiar el flujo a través de terrenos permeables por ejemplo para determinar la velocidad a la que el agua fluye a través de (corriente, filtración o escurrimiento) suelo para determinar el caudal de fugas a través de una presa de tierra o para calcular la velocidad de asentamiento de una cimentación.

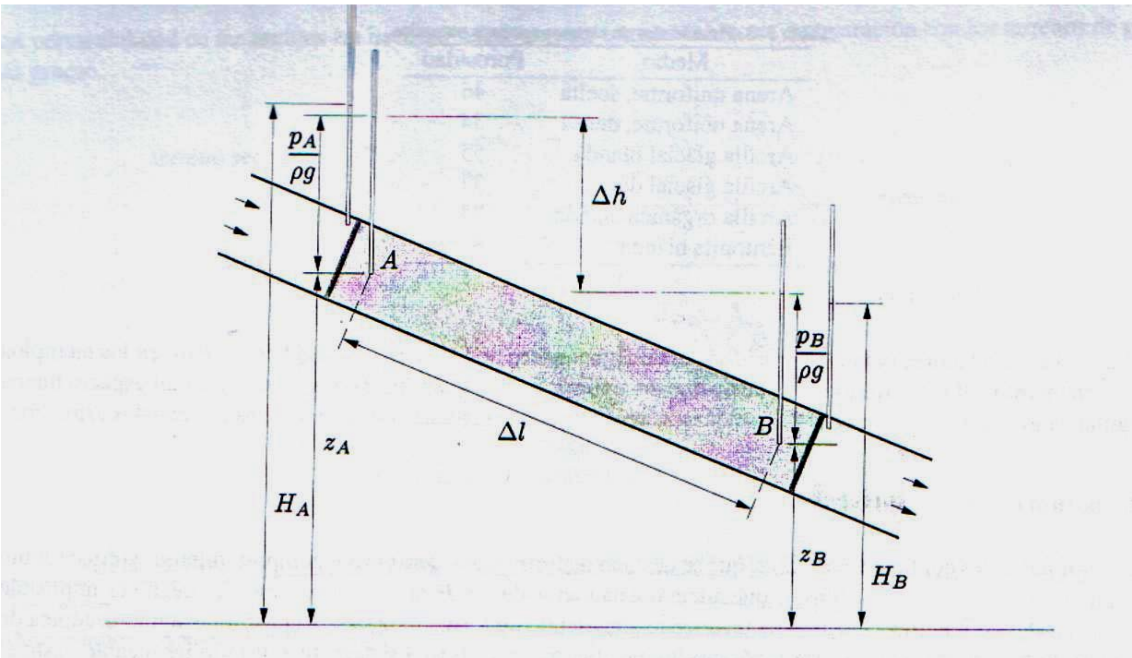


Ejemplos de terrenos permeables son las arenas, las arcillas, las arenas que consisten en una gran cantidad de partículas pequeñas en contacto, con poros o espacios huecos entre las mismas que pueden estar ocupados por agua, gas o vapor. En general todos los poros del suelen están conectados con sus vecinos, sobre todo en lo suelos gruesos es difícil imaginar poros aislados e incluso análisis con microscopio electrónico de arcilla naturales sugieren que incluso en los suelos de gano más fino todos los huecos están interconectados. Como los poros de un suelo están aparentemente comunicados entre sí, el agua puede fluir a través de los suelos naturales más compactos. En una columna de suelo como la que se muestra en la siguiente figura, el agua puede circular del punto A al B. Al ir de A a B el agua sigue un camino ondulante de un poro a otro y la velocidad en un punto cualquiera de su trayectoria depende del tamaño de poro y de su posición. Este ejemplo sirve para mostrar que el flujo real a través de los microcanales de una estructura sólida es muy compleja y en la prácticamente imposible de tratar de una forma razonable un terreno atendiendo de forma detallada a la naturaleza microscópica de su estructura de microcanales. A esto se une además el diferente comportamiento de las partículas o granos que componen los suelos. Las partículas que componen las arenas drenan fácilmente, no absorben apenas agua y cuando se secan no encogen de tamaño. Por el contrario, las arcillas están compuestas por partículas que absorben agua con facilidad y disminuyen de volumen de forma considerable al secarse.

En este caso, en problemas de ingeniería de suelos el agua puede considerarse que fluye del punto A al B según una línea recta con una determinada velocidad efectiva, se propone estudiar el flujo global a través de una sección que contiene multitud de microcanales en lugar de estudiar el flujo a través de cada microcanal individual. Estas ideas se deben al ingeniero francés H. Darcy. En 1856, en la ciudad francesa de Dijon, este ingeniero fue el encargado del estudio de la red de abastecimiento de agua de la ciudad. Él diseñaba filtros de arena para purificar agua, así que se interesó por los factores que influían en el flujo a través de los materiales arenosos. Estos estudios fueron la base de todos los estudios físico-matemáticos posteriores sobre el flujo del agua subterránea.

4.2. LEY DE DARCY EN UNA DIMENSIÓN

Darcy tomó un tubo de sección constante llamado permeámetro que llenó de arena (u otro material sólido permeable) similar al representado en la figura e hizo circular agua a la vez que media la diferencia de alturas entre dos puntos separados una distancia Δl. Hizo variar la longitud Δl de la muestra y la presión del agua en las partes superior e infiero de la mismo, midiendo el caudal Q a través de la arena y experimentalmente encontró que el caudal que atravesaba el permeamétro era proporcional a la sección y a la diferencia de alturas por unidad de longitud:



$$Q = -k \cdot A \cdot \frac{h_B - h_A}{\Delta l} = -k \cdot A \cdot \frac{\Delta h}{L}$$

siendo k coeficiente de permeabilidad que estudiaremos en detalle más adelante, Δh la diferencia de alturas de carga del fluido entre los puntos situados en una distancia Δl, A y B y A el área total interior de la seccion transversal . Esta ecuación se conoce como la ley de Darcy y es una de las piedras de la Mecánica de Suelos. En el siglo en que Darcy realizó su trabajo la ecuación sufrió numerosos exámenes por múltiples investigadores. Estas comprobaciones demostraron que la ley de Darcy es válida para la mayoría de los tipos de flujos de fluidos en los suelos. Para la filtración de líquidos a velocidades muy altas o la de gases a velocidades muy altas o muy bajas la ley de Darcy deja de ser válida. La validez de la ley de Darcy se tratará más adelante.

Al igual que hemos visto hasta ahora en los problema de flujo de un fluido a través de un suelo la altura total viene dada por la suma de las tres alturas de cargas que ya hemos estudiado:

$$h_{total} = \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z$$

Para un flujo de agua subterránea o filtración es despreciable el sumando de altura de velocidad frente a la altura de presión y geométrica ya que la velocidad del agua subterránea es muy lenta. Por ejemplo, una velocidad de flujo elevada en un suelo es 0,5 m/minuto que daría una altura de velocidad de 0,005 mm. Esta altura se sale de la precisión con la que se puede normalmente medir. Por tanto, a efectos prácticos la altura total es igual a la altura piezométrica y en problemas de flujos en suelo se le suele denominar a ésta potencial hidráulico Φ :

$$\Phi = \frac{P}{\rho g} + z$$

La carga de presión o presión del agua en un punto de una masa de suelo seobtiene mediante un piezómetros. En términos del potencial hidráulico la ley de Darcy queda escrita de la siguiente manera.

$$Q = -k \cdot A \cdot \frac{\Delta\Phi}{L}$$

El resultado más importante que se deduce de la ley de Darcy es que el flujo entre dos puntos cualesquiera de un suelo depende solo de la diferencia de carga o altura total. La diferencia o pérdida de altura entre los puntos A y B se debe a la pérdida de altura geométrica y a las pérdidas de energía producidos por la resistencia viscosa en los poros del material permeable, esto es en un medio permeable es necesario considerar la ecuación de Bernoulli modificada en la forma ya conocida:

$$\frac{P_A}{\rho g} + z_A = \frac{P_B}{\rho g} + z_B + \Delta h = \Delta\Phi + \Delta h$$

Esto explica el signo menos que hemos incluido en la expresión puesto que $h_B - h_A \prec 0$. Esto se traduce en que el agua se mueve en un suelo de los puntos en los que tiene más energía hacia aquellos en los que tiene menos energía. Intuitivamente, siempre pensamos que el agua circula de los puntos donde está más alta hacia los puntos en los que está mas baja, ya que así lo vemos en las aguas superficiales y muchas veces esta aproximación intuitiva es cierta. Sin embargo, es frecuente que el agua subterránea circule hacia arriba (por ejemplo en un proceso de consolidación).

Si comparamos la ley de Darcy con la expresión $Q = A \cdot V$, entonces podemos definir la velocidad media del flujo al desplazarse a través del medio permeable denominada también velocidad de filtración:

$$Q = -k \cdot A \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta l} \Rightarrow V = -k \frac{\Delta\Phi}{\Delta l}$$

Esta velocidad deducida o definida a partir de la ley de Darcy se define como la cantidad de fluido que se filtra a través del medio poroso por unidad de área y de tiempo. Esta velocidad no es una velocidad real ya que la calculamos a partir del caudal y de toda la sección del material, pero el fluido no circula por toda la sección y una gota de agua sigue a través del suelo un camino sinuoso por tanto podemos decir que es el promedio de las componentes de la velocidad microscópica en la dirección del flujo. No obstante aunque esta velocidad es una magnitud ficticia sirven para calcular el tiempo necesario para que el agua recorra una cierta distancia en un terreno.

Si tomamos distancias cada vez más pequeñas respecto al punto inicial se tiene:

$$Q = -k \cdot A \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta l} = -k \cdot A \frac{d\Phi}{dl}$$

siendo $\frac{d\Phi}{dl}$ el gradiente hidráulico en cada punto. Por otro lado:

$$V = -k \frac{d\Phi}{dl}$$

Aunque en esta ecuación la ley de Darcy se presenta en forma diferencial es necesario recalcar que en modo alguno describe la situación microscópica en la red de poros del medio.

El signo menos de la expresión que nos indica que la filtración se produce en el sentido en que el gradiente hidráulico disminuye aparece de igual manera en el proceso de conducción del calor en un cuerpo pues se produce entre puntos que se encuentran a distintas temperaturas y el flujo se dirige hacia los puntos de menor temperatura.

a) Rango de validez:

Los razonamiento de este apartado se han basado en la ley de Darcy, vamos a considerar los casos en que es aplicable dicha ley:

Se ha comprobado experimentalmente que la ley de Darcy representa de forma adecuada el flujo a través de un medio permeable para velocidades pequeñas en el rango del flujo laminar. Para determinar en que rango de velocidades el flujo es laminar en un medio permeable se ha intentado utilizar el número de Reynolds:

$$\mathrm{Re} = \frac{vD\rho}{\mu}$$

donde para adaptarse a los medios permeable v representa la velocidad de filtración, D el diámetro promedio de las partículas, ρ la densidad del fluido y μ su viscosidad dinámica.

El valor crítico del número de Reynolds en el cual el flujo permeable en medios porosos cambia de laminar a turbulento puede variar de 0.1 hasta 75. La principal razón por la que los medios porosos no presenten un número de Reynolds crítico y definido es que el suelo no puede representarse exactamente como un conjunto de tubos rectos. Para nuestros cálculos será suficiente dar por válida la ley de Darcy cuando el número de Reynolds es menor o igual que la unidad. El valor de D correspondiente a un número de Reynolds de 1 es aproximadamente 0.5 mm, es decir en la gama de las arenas gruesas. En cualquier caso, la arena gruesa parece ser el suelo más permeable a través del cual se produce el régimen laminar. Por tanto, parece razonable que para medios normales permeables en los cuales el tamaño medio de grano es considerablemente menor, la validez de la ley de Darcy sea clara.

Por otro lado, en el caso de terrenos artificiales, como los diques, por ejemplo, cuya misión es garantizar altos grados de impermeabilidad, es decir bajísimos valores de Re, la hidráulica de Darcy es de extraordinaria calidad.

También es importante destacar la expresión de Darcy es válida cuando el fluido satura al medio, cuando el flujo no es saturado se produce una fase de aire y la conductividad hidráulica de la fórmula de Darcy ya no es constante, sino que depende del contenido de humedad.

a) Conductividad hidráulica:

Ya hemos indicado que al coeficiente k de proporcionalidad recibe el nombre de coeficiente de permeabilidad conductividad hidráulica y como se puede deducir de la expresión tiene dimensiones de velocidad. Este coeficiente representa la facilidad que ofrece el medio para dejarse atravesar por un fluido.

El valor de la permeabilidad depende de las características del fluido y del suelo. En lo referente al suelo, las siguientes cinco características tienen influencia sobre la permeabilidad:

- Tamaño de las partículas
- Relación de vacíos
- Composición
- Estructura
- Grado de saturación

Por ejemplo cuanto menores sean las partículas del suelo menores serán los vacíos que constituyen los canales de flujo y por lo tanto más baja será la permeabilidad. Por otro lado, la densidad y la viscosidad del fluido también ejercen una importante influencia en la velocidad con la que éste a través del medio permeable.

En este sentido, es posible escribir k de manera que se vea claramente que como es la dependencia con respecto a estas propiedades:

$$k = k_0 \frac{\rho g}{\mu}$$

El parámetro k_0 es la permeabilidad física o permeabilidad intrínseca y depende de las propiedades del medio y es independiente de las propiedades del fluido. Puede relacionarse con la porosidad n del material para flujo en régimen laminar mediante la expresión $k_0 = \frac{nR^2}{8}$ siendo R el radio de una tubería cilíndrica.

Valores de la conductividad hidráulica para distintos medios

Tipo de terreno	Conductividad hidráulica k (cm/seg)
Grava limpia	$1,0$ y mayor
Arena gruesa limpia	$1,0 - 0,01$
Arena mezclada	$0,01 - 0,005$
Arena fina	$0,05 - 0,001$
Arena sedimentada	$0,002 - 0,0001$
Cieno	$0,00005 - 0,00001$
Arcilla	$0,000001$ y menor

4.3. LEY DE DARCY GENERALIZADA

La causa de que exista filtración o flujo en un medio permeable es la diferencia de potencial hidráulico de unos puntos a otros. En general, el potencial hidráulico es una magnitud escalar que puede variar de un punto a otro e incluso con el tiempo, por tanto lo que se tiene es una distribución espacio-temporal de potencial hidráulico, $\Phi = \Phi(x, y, z, t)$. Por lo tanto, lo que tenemos es un **campo hidráulico** y se puede representar mediante sus **superficies equipotenciales** hidráulicas que son el lugar geométrico de los puntos del medio permeable en los que el potencial hidráulico tiene el mismo valor. Como en todo campo escalar La magnitud que nos da la variación espacial de una magnitud escalar en su gradiente:

$$\nabla\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\vec{k}$$

Según en línea con lo explicado anteriormente la ley de Darcy para un flujo en el espacio tridimensional se escribiría de la siguiente manera:

$$\vec{v} = -k \cdot \nabla\Phi = -k \cdot grad\vec{d}\Phi$$

donde k es constante para cualquier punto si el medio permeable es isótropo. Obtenemos que la velocidad en cada punto es proporcional al vector gradiente del campo hidráulico y el vector gradiente es un vector que es siempre perpendicular a las superficies equipotenciales del campo escalar en cada punto. Según esto, en un medio isótropo la velocidad de descarga es siempre perpendicular a la superficies de potencial hidráulico. En un medio isótropo las líneas equipotenciales y las de velocidad forman un red ortogonal que recibe el nombre de **red de flujo**. A partir de una red de flujo se pueden determinar parámetros muy importantes, el potencial hidráulico, el caudal y la velocidad y es uno de los métodos más valiosos empleados en el análisis en los problemas de flujo en dos dimensiones que veremos más adelante.

Si el medio es anisótropo la situación es más compleja y en general la conductividad hidráulica viene representada por un tensor simétrico de segundo orden, expresándose la ley de Darcy en la forma:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{xy} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{xz} & k_{yz} & k_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{pmatrix} = -K \cdot \nabla \Phi$$

Si K es un tensor simétrico de segundo orden existe un sistema de referencia, el sistema de referencia de ejes principales en el cual tiene forma diagonal:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} \end{pmatrix}$$

4.4. FLUJOS A TRAVÉS DE TERRENOS

Se denomina **línea de flujo** a las líneas de campo del vector velocidad en un medio permeable y son las líneas tangentes a los vectores velocidad en cada punto de dicho medio. En régimen permanente la trayectoria del fluido coincide con la de las líneas de flujo. Según la ecuación fundamental de la hidráulica del medio permeable o ley de Darcy, $\vec{v} = -k \cdot \nabla \Phi$, para deducir las características del flujo, esto es el diagrama de líneas de flujo el problema teórico consiste en conocer la ecuación que debe satisfacer el potencial hidráulico en el dominio del flujo.

Durante el proceso de filtración, además de la ley de Darcy debe tenerse en cuenta la ecuación de continuidad y conservación de la masa, esto es, la velocidad de filtración debe también verificar la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \nabla(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Si consideramos que durante el proceso de filtración que el fluido es incompresible y el régimen es permanente y que el medio permeable es isótropo y estable, esto es que la conductividad hidráulica es estable y que no cambia una degradación del medio durante el proceso, y que no se producen generaciones (lluvias) ni succiones de flujo la ley de Darcy y de continuidad se escriben como:

$$v_x = k \frac{\partial \Phi}{\partial x} \qquad v_y = k \frac{\partial \Phi}{\partial y} \qquad v_z = k \frac{\partial \Phi}{\partial z}$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

Sustituyendo en la ecuación de continuidad las componentes de la velocidad según la ley de Darcy:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k \frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \Rightarrow \nabla^2 \Phi = 0$$

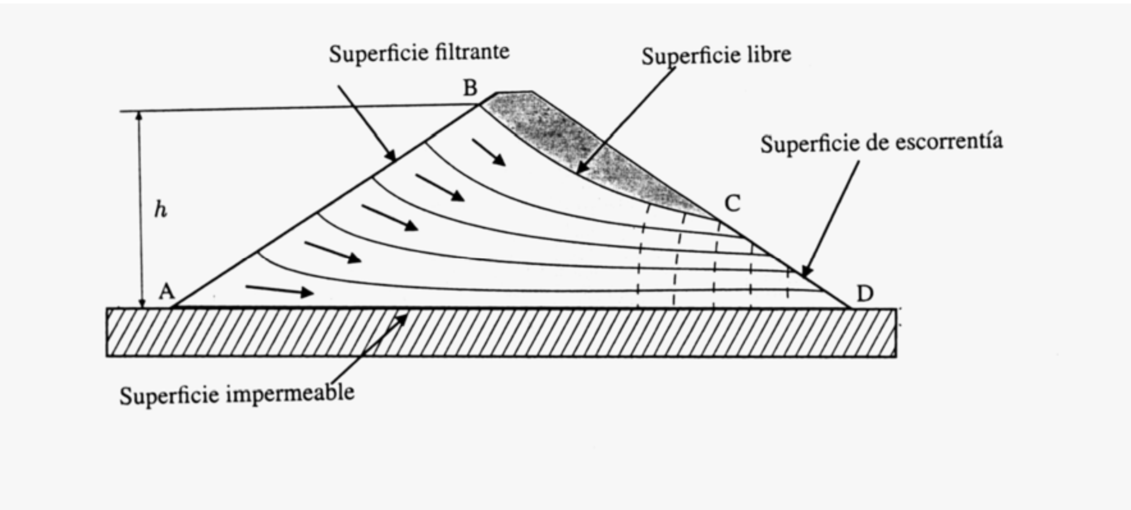
El potencial hidráulico verifica la conocida ecuación de Laplace, y se dice que el potencial hidráulico es un potencial o función armónica. Esta ecuación diferencial es ampliamente estudiada en el electromagnetismo y en el tratamiento de algunos problemas de conducción del calor. La resolución de esta ecuación depende principalmente de la geometría del recinto espacial (medio permeable) en el que se verifica ésta y de las condiciones de contorno que se cumplen en los límites del recinto (superficies de separación del medio permeable con otros medios).

Como se observa de la ecuación de Laplace la forma del campo hidráulico no depende de la conductividad hidráulica, sino solo del recinto y de las características de sus límites. El flujo hidráulico sí depende de la conductividad hidráulica a través de la ley de Darcy. En el caso de un medio permeable y un flujo que cumpla las hipótesis correspondientes, los problemas de filtración se reducen a la resolución de una función armónica en un recinto sometido a unas determinadas condiciones de contorno que estudiamos a continuación.

Condiciones de contorno para la resolución de la ecuación de Laplace en casos bidimensionales:

Estas condiciones de contorno se dice que son condiciones de Dirichlet cuando lo que se especifica son los valores del potencial hidráulico en la superficie límite, mientras que se dice que estas condiciones son condiciones de Von Neumann si lo que se especifica son condiciones en el gradiente del potencial hidráulico, esto es en la velocidad. Se dice que se tienen unas condiciones de contorno mixtas cuando sobre una parte de la superficie límite se conocen los valores del potencial hidráulico y sobre otra parte se conoce información sobre la velocidad. Las técnicas de resolución de la ecuación de Laplace son muy conocidas en el ámbito de la Física Matemática.

En un medio permeable saturado aparecen distintos tipos de condiciones de contorno, todas ellas presentes en el ejemplo de la superficie de tierra que se muestra en la figura (superficies límites de la presa de tierra que sería el medio permeable). Consideremos en detalle las características de cada una de ellas:



a) Superficies impermeables

Son las superficies en contacto con el terreno permeable con otros terrenos relativamente impermeables respecto a él, esto es el fluido no puede atravesar dichas superficies. Por tanto, la componente de la velocidad perpendicular a la superficie debe ser cero en cada punto. Sin embargo no se impone restricción alguna sobre sus componentes tangenciales.

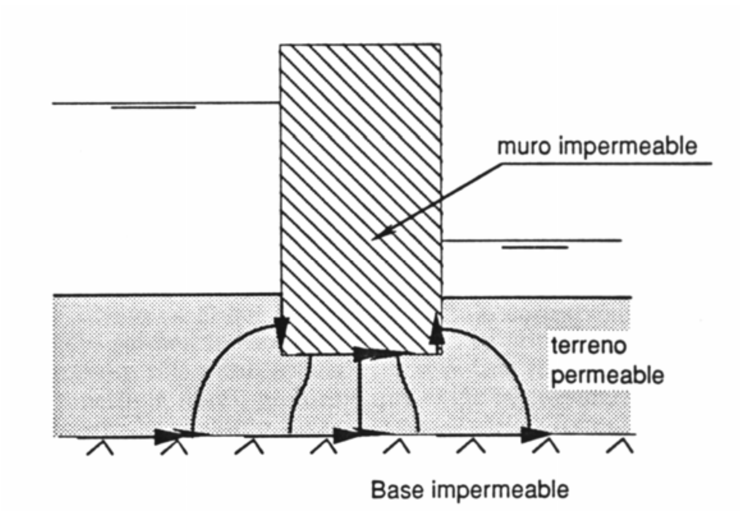
Si denominamos *n* y *t* a las direcciones normal y tangencial, respectivamente, en un medio isótropo la condición analítica de impermeabilidad se expresa como:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$$

esto es, la componente de la velocidad perpendicular a la superficie debe ser cero en cada punto. Esta condición es una condición tipo Von Neumann.

Un superficie impermeable define el lugar geométrico de una serie de líneas de flujo y al ser las superficies equipotenciales del campo hidráulico perpendiculares a la velocidad de descarga, éstas deben ser perpendiculares a la superficie impermeable. Esto no es cierto para una material anisótropo.

Ejemplo: Filtración bajo un muro e hormigón (impermeable) a través de un estrato permeable que descansa sobre otro impermeable. En la figura se pueden apreciar las líneas de corriente "adheridas" a las propias superficies impermeables y las superficies equipotenciales cuyos contactos con las superficies impermeables son perpendiculares a éstas.



b) Superficies filtrantes

Son las superficies del medio permeable que están en contacto directo y completo con los límites del fluido libre que se filtra a través de ella y del medio. En estas superficies filtrantes el valor del potencial hidráulico será el del fluido libre en contacto con la misma, es decir, la condición analítica en estas superficies es de la forma:

$$\Phi = \frac{P}{\rho g} + z = cte$$

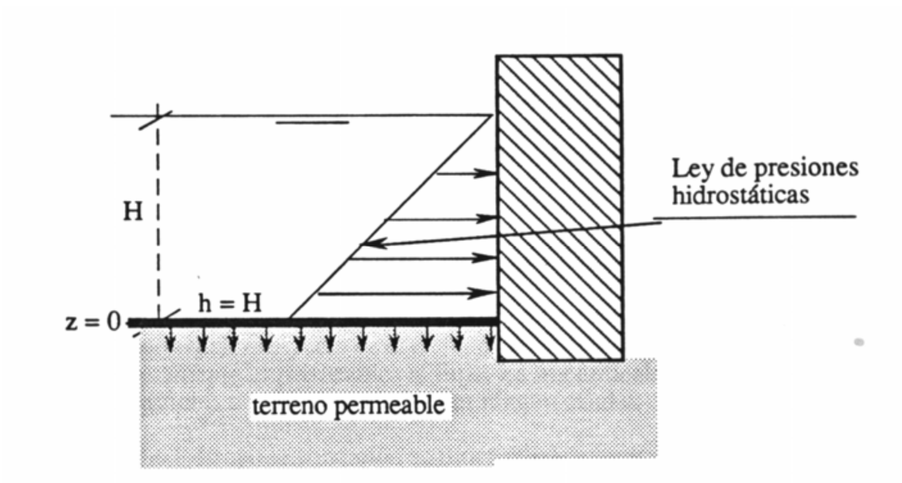
Esta condición es de tipo Dirichlet. Las superficies filtrantes en contacto con una masa de fluido libre son por tanto superficies equipotenciales, cuyo potencial hidráulico es igual a la altura de carga total del fluido en contacto con el medio permeable. Para materiales isótropos la velocidad de descarga será perpendicular a las superficies equipotenciales del campo hidráulico y por tanto a las superficies filtrantes. Para materiales anisótropos esto no será cierto.

Nota: a medida que se asciende por la presa (ver figura inicial del apartado), aumenta z y disminuye $\frac{P}{\rho g}$ en la misma medida siendo el potencial hidráulico constante en toda la superficie:

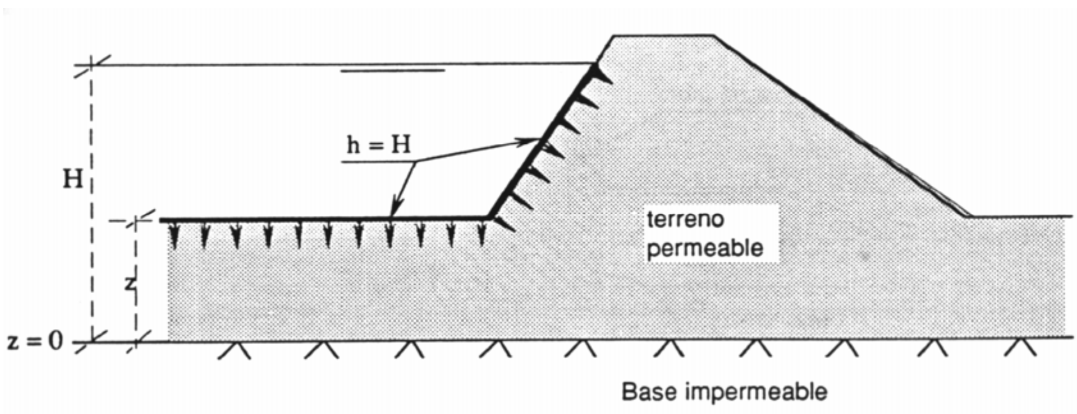
$$\Phi = \frac{P}{\rho g} + z = \frac{\rho g h'}{\rho g} + z = h' + z = h$$

Ejemplos:

1) Fondo de un estanque limitado por un muro impermeable. Sobre la superficie filtrante $\Phi = H$, es decir al altura del agua en el estanque si la propia superficie se utiliza como origen para las z. Se han dibujado las presiones hidrostáticas contra el muro y el comienzo de las líneas de flujo que son perpendiculares a la superficie filtrante (superficie equipotencial).



2) Para la presa de tierra las superficies equipotenciales y las líneas de flujo quedarían de la siguiente manera:



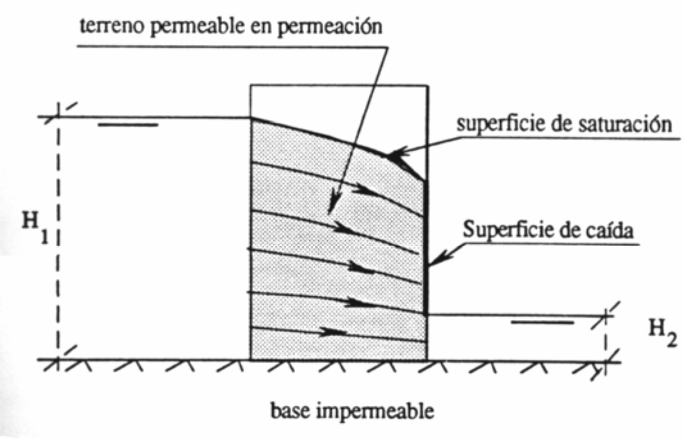
c) Superficie de escorrentía o caída

Superficies de caída o de escorrentía son aquellas superficies de contorno de un medio o recinto permeable por las que el líquido sale a una zona sale libremente a la atmósfera. Como la presión a la salida es la atmosférica (igual para todos los puntos), se cumple que en esta superficie el potencial hidráulico es:

$$\Phi = z$$

No hay restricciones sobre la velocidad, salvo que sobre esta superficie debe tener una componente perpendicular a la misma.

Ejemplo: Sección de un dique o muro permeable de paredes verticales asentado sobre un medio impermeable que separa dos masas de agua de diferentes niveles. Se puede observar la superficie de caída en contacto con la atmósfera.



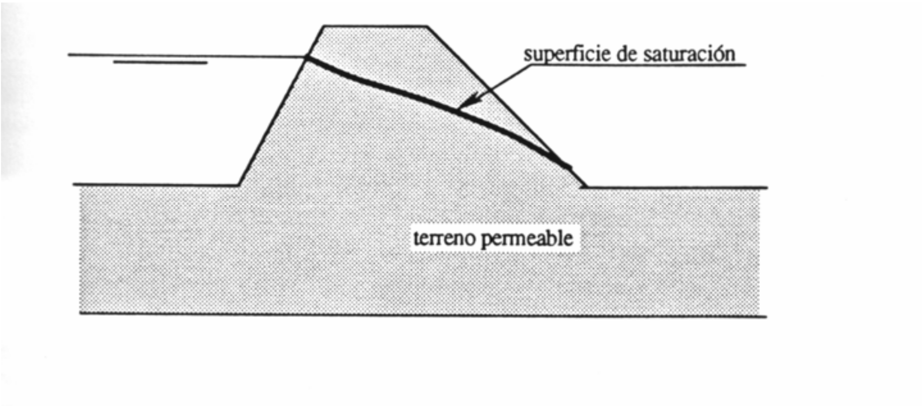
d) Superficie libre o línea de filtración

Una superficie libre limita el flujo en su parte superior (se le llama capa freática (la presión en ella es igual a la atmosférica) o superficie de saturación en presas o diques de materiales sueltos, por ejemplo de tierra). Es decir, no todo el terreno permeable está en permeación, sino que una parte superior puedes estar libre de flujo, seco, salvo posibles humedades o ascensiones capilares, en todo caso líquido estático que no fluye. Esta región se diferencia de la superficie impermeable en que en este caso son las características del flujo las que hacen que no se atraviese esta superficie, en vez de las características de la superficie. Por un lado esta superficie debe comportarse como una superficie impermeable, y por otro lado la presión en cada punto de esa superficie es constante e igual a la presión atmosférica por lo que existen dos condiciones simultáneas:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \, ; \; \Phi = z$$

Aquí radica el principal inconveniente teórico de la Hidráulica del medio permeable respecto de las restantes teorías físicas de transporte como por ejemplo, la conducción del calor en un recinto. El agua no fluye necesariamente por todo el terreno permeable como el calor. En este caso el medio conductor coincide con el reciento en el que tiene lugar el flujo correspondiente. En el caso de la Hidráulica del medio permeable hay que determinar en primer lugar el recinto inundado, recinto de permeación y sólo a éste aplicarle la teoría.

Ejemplo: Presa de tierra o de materiales sueltos. Aparece marcada la línea de saturación y el recinto de permeación es el recinto permeable situado por debajo de la superficie de saturación.



Métodos para la determinación de la red de flujo:

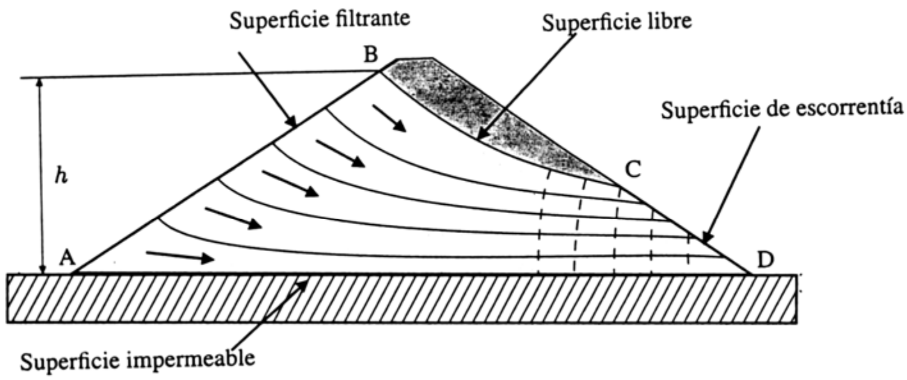
Una posibilidad para obtener la red de flujo es fijar las condiciones de contorno y dibujando la red mediante tanteos. Las líneas de flujo y las equipotenciales deben ser ortogonales y deben cumplirse las diferentes reglas referentes a las condiciones de contorno y a los contactos entre zonas de diferentes permeabilidades. Con el dibujo se puede apreciar claramente como influyen las diversas modificaciones sobre la resolución del problema. El inconveniente principal de la representación de la red radica en la dificultad del dibujo de la misma.

Un problema de flujo puede resolverse construyendo un modelo a escala y estudiando la filtración en el modelo. Sin embargo, los modelos de suelo son de empleo limitado para la solución general de problema de filtración debido al tiempo y al trabajo necesarios para construir estos modelos.

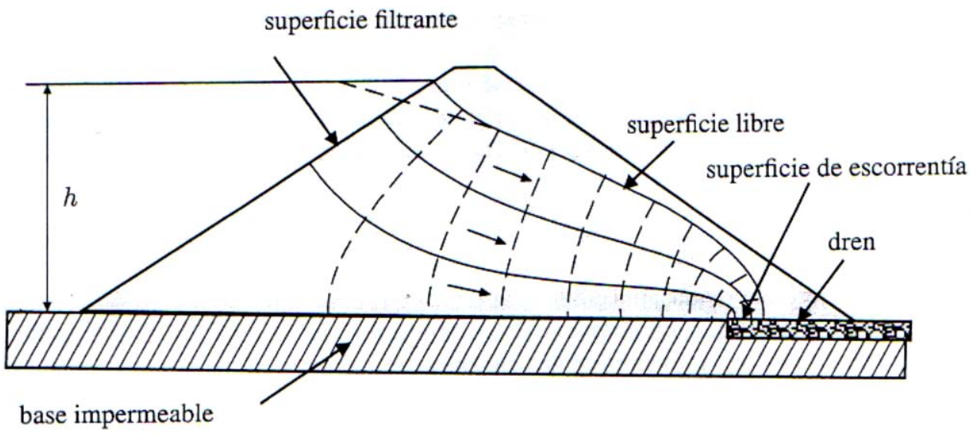
La ecuación de Laplace también puede resolverse por métodos de cálculo numérico. Mediante una serie de aproximaciones pueden obtenerse las cargas totales en diversos puntos de la red de flujo.

Algunos otros ejemplos:

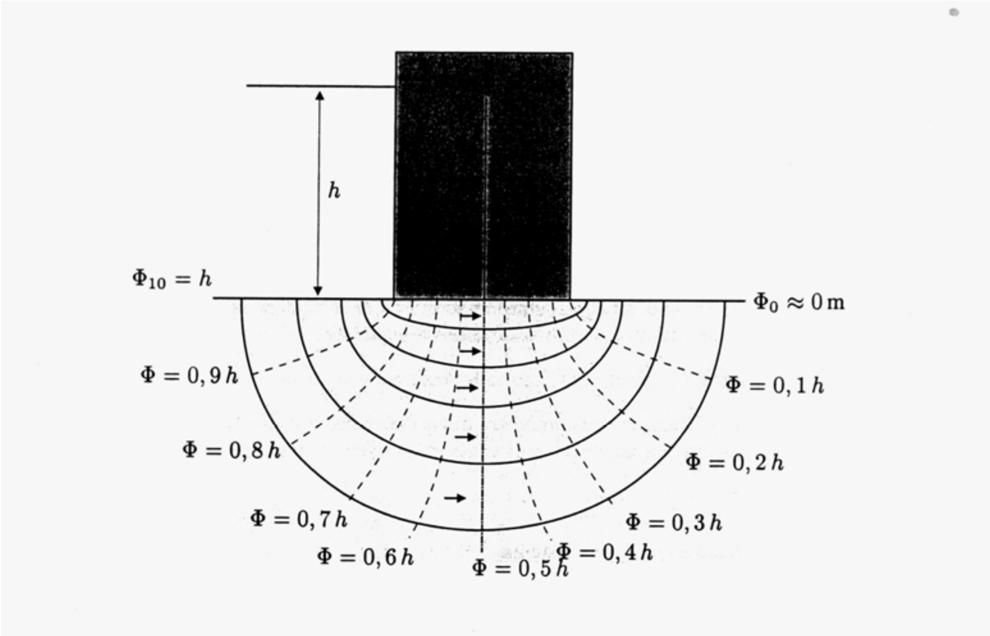
En el siguiente ejemplo se muestra la sección transversal de una presa cimentada sobre un terreno impermeable. Cuando las presas de tierra tienen una superficie de escorrentía de esta forma puede producirse perforación de la presa como consecuencia de una erosión interna que poco a poco va arrastrando la tierra y produciendo un canal por el interior de la presa. Esta erosión se denomina tubificación, que comienza en la parte aguas abajo y va propagándose por el interior de la presa a través de líneas de conductividad hidráulica máxima puede evidenciarse muchos años después de que ésta se ha construido.

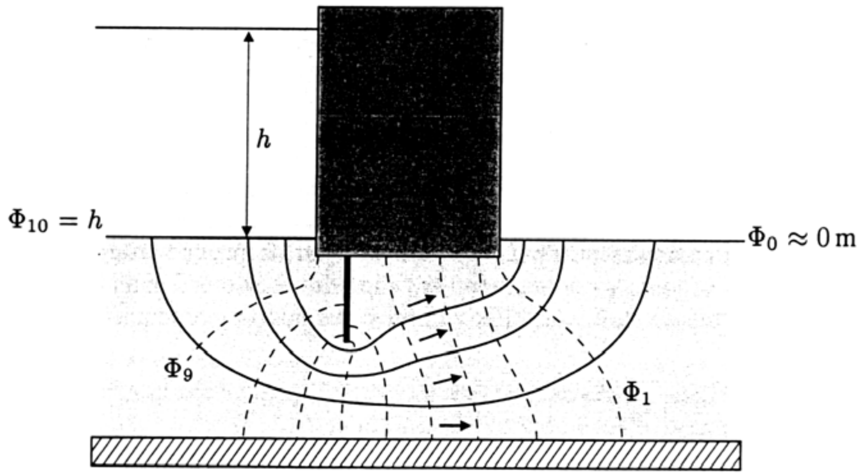


Con objeto de evitar esta perforación se colocan drenes (un drenaje es un recinto muy permeable respecto del propio terreno) como se muestra en la figura que hacen que la superficie libre esté siempre por debajo de la superficie externa de la presa, en este punto se controla que la tierra no pase al mismo mediante rejillas o filtros de tamaño de poro adecuado.



Como ejemplo final se muestra la red de flujo bajo una presa o muro de gravedad sencilla cuya base está al mismo nivel del terreno, que se supone homogéneo e isótropo. En estas condiciones el flujo es simétrico. Las superficies equipotenciales se muestran con líneas de trazos y las líneas de flujo con líneas continuas. La parte crítica es aquella en las que el flujo está en las proximidades de la superficie de la presa y el gradiente es máximo. Puede mejorarse notablemente el comportamiento de esa presa frente a las filtraciones mediante dos sencillas modificaciones en el diseño. Por una parte se entierra parcialmente la presa, de forma que su parte inferior queda por debajo del nivel del terreno y por otra se coloca una pantalla impermeable en su parte inferior. Estas medidas hacen que el peligro de perforación se reduzca así como las velocidades de salida aguas abajo se reduzcan como consecuencia del alargamiento de los recorridos de las líneas de flujo, dando como resultado una disminución de las filtraciones bajo la presa.

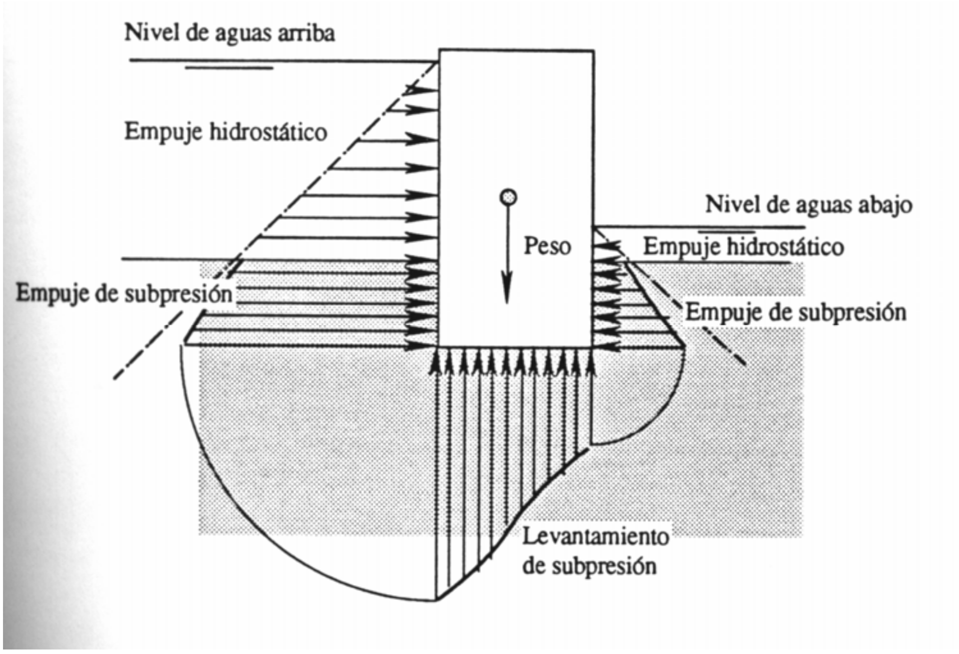




4.5. OTROS FENÓMENOS

a) Subpresiones

La presencia de filtraciones bajo una estructura como la de una presa introduce un elemento adicional a tener en cuenta en cuanto a su estabilidad, debido a la aparición de una distribución de presiones en la base del elemento. En concreto a la presión que ejerce un fluido sobre una obra cimentada en terreno permeable se le denomina ***subpresión.*** Esta subpresión se calcula mediante $\Phi = \frac{P}{\rho g} + z \Rightarrow \frac{P}{\rho g} = \Phi - z$ supuesto conocido Φ. Estas subpresiones dan origen a unas fuerzas de empuje y levantamiento y por otra parte debido a la no homogeneidad de su distribución a un momento de vuelco que deben ser tenidos en cuenta. Como ejemplo puede considerarse la acción del agua subterránea sobre un muro impermeable colocado sobre un medio permeable:

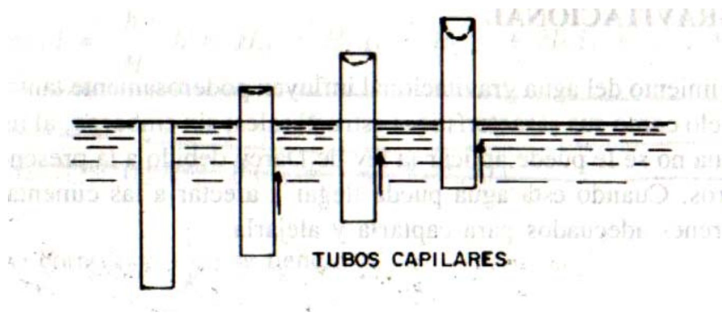


Para amortiguar el efecto de las subpresiones se instalan, cerca de la zona agua arriba, drenajes dentro de la presa desde la base de la misma a una galería de desagüe a un nivel superior al nivel agua abajo. Este mismo sistema se utiliza en losas grandes, donde es preferible taladrar verticalmente el piso para aliviar el efecto de las subpresiones a evacuar el agua filtrada.

b) Capilaridad

Cualitativamente la tensión superficial tiene su origen en la fuerza de atracción molecular no compensada en las moléculas de la superficie. Mientras que en el interior de un líquido, cada molécula está rodeada de otras moléculas por todos los lados y por tanto las fuerzas intermoleculares se compensan unas con otras, en la superficie no hay moléculas por encima de las moléculas superficiales. Así, las moléculas de la superficie experimentan una fuerza neta dirigida hacia el interior de modo que estás no escapan. Un ejemplo de esta evidencia es el hecho de que el agua puede ascender y mantenerse por encima del nivel de presión atmosférica en un tubo muy fino o tubo capilar. Este fenómeno se denomina comúnmente capilaridad.

Se denominan fuerzas de cohesión a las fuerzas de atracción entre una moléculas del líquido y otras moléculas del mismo. Las fuerza que tiene lugar entre una molécula del líquido y otra sustancia, como la pared de un tubo delgado es una fuerza adhesiva. El agua asciende dentro de tubos de pequeño diámetro sobre la superficie libre de un líquido debido a que aparecen fuerzas tanto de cohesión como de adhesión. Si por ejemplo tenemos un tubo de vidrio muy delgado como el agua moja bastante bien al vidrio se produce una fuerza ascendente subiendo el agua por el tubo hasta que el peso de la columna de agua igual esta fuerza. Esto es, el valor de la altura que el agua asciende dentro del tubo depende del equilibrio entre la tensión superficial y la gravedad.



El ascenso del agua por capilaridad en un suelo puede estimarse mediante la siguiente expresión:

$$h = \frac{N}{e \cdot D}$$

siendo N una constante empírica que depende de la forma de los granos, e es la relación de vacíos del suelo y D es el diámetro efectivo. Como puede observarse la altura capilar es mayor a medida que los suelos son más finos. De aquí se desprende la importancia que tiene un drenaje cuando se trata de suelos finos, ya que en estos casos sólo basta una pequeña cantidad de agua en la base de un talud para humedecer por capilaridad una parte considerable de los terraplenes, disminuyendo la estabilidad de los mismos y favoreciendo por tanto las fallas de los pavimentos. La ascensión capilar en un suelo se mide por la altura existente desde la fuente de abastecimiento de agua hasta donde llega la humedad y esa altura está en razón inversa con el diámetro de las partículas y la velocidad de ascensión está en razón directa con el diámetro de las partículas. Un caso preciso de la importancia del estudio de la capilaridad se tiene cuando se piensa construir un terraplén en una zona inundada, siendo necesario levantar dicho terraplén hasta una altura en que el agua no perjudique la estabilidad del pavimento que se construya. En la siguiente tabla se presentan algunos datos que indican la gama de alturas capilares que se pueden alcanzar en suelos no cohesivos:

Cargas capilares

Suelo	Tamaño de las partículas D_{10} (mm)	Relación de vacíos	Carga capilar (cm) h_{cr}	h_{cs}
Grava gruesa	0.82	0.27	5.4	6.0
Grava arenosa	0.20	0.45	28.4	20.0
Grava fina	0.30	0.29	19.5	20.0
Grava limosa	0.06	0.45	106.0	68.0
Arena gruesa	0.11	0.27	82.0	60.0
Arena media	0.02	0.48–0.66	239.6	120.0
Arena fina	0.03	0.36	165.5	112.0
Limo	0.006	0.95–0.93	359.2	180.0

Según Lane y Washburn, 1946.