

a) AMPLIACIÓN DE MECÁNICA DEL SÓLIDO:**1. REVISIÓN DE FUNDAMENTOS DE ANÁLISIS TENSORIAL**

Problema 1. Considérense dos sistemas de coordenadas cartesianas: S cuyas direcciones vienen definidas por los vectores unitarios $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ y S' cuyas direcciones vienen definidas por los vectores unitarios $(\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$ siendo $\vec{i}' = \vec{i}$, $\vec{j}' = \frac{\vec{j} - \vec{k}}{\sqrt{2}}$, $\vec{k}' = \frac{\vec{j} + \vec{k}}{\sqrt{2}}$. El tensor T tiene las siguientes componentes en el sistema de referencia S:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

encontrar sus componentes en el sistema de referencia S'.

Problema 2. Un tensor de segundo orden cuyas direcciones de los ejes principales coinciden con las de los ejes X_1, X_2 y X_3 indicadas por los vectores unitarios \vec{u}_1, \vec{u}_2 y \vec{u}_3 transforma el vector unitario $\vec{u} = \frac{1}{2}(\vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \sqrt{2}\vec{u}_3)$ en el vector $\vec{v} = 2\vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \sqrt{2}\vec{u}_3$. Determinar las componentes del tensor en el sistema de referencia de ejes principales.

Problema 3. Determinar los valores propios y las direcciones principales correspondientes al siguiente tensor de orden dos:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$