a) AMPLIACIÓN DE MECÁNICA DEL SÓLIDO:

3.3. MECÁNICA DEL SÓLIDO DEFORMABLE: El cuerpo elástico: Ley de Hooke generalizada.

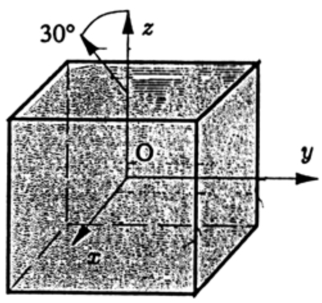
Problema 1. Una placa rectangular de dimensiones $a \times b = 50 \times 25cm$ y de espesor constante, se le somete a un sistema exterior de fuerzas presentando como consecuencia un estado tensional tal que las tensiones principales tienen en todos los puntos de la placa los siguientes valores:

$$\sigma_1 = 7kp/mm^2 ; \qquad \sigma_2 = 3kp/mm^2 ; \qquad \sigma_3 = 0$$

Las direcciones principales coinciden con las de los dos lados de la placa y la dirección perpendicular a la misma. Conocido el módulo de elasticidad $E = 2 \cdot 10^6 kp/cm^2$ y el coeficiente de Poisson $\upsilon = 0{,}3$, calcular la variación del área de la placa y la deformación unitaria del espesor.

Problema 2. Sobre una de las caras de un cubo de un material elástico el vector tensión tiene por módulo $2\sqrt{2} \cdot 10^3 kp/cm^2$ y se encuentra en un plano perpendicular al eje O*Y*, formando un ángulo de 30º con el eje *Z* tal y como se indica en la figura. A partir de este dato determínese:

(a) El vector tensión sobre cada una de las caras del cubo cuando está en equilibrio. En el equilibrio las tensiones son nulas sobre las caras perpendiculares al eje OY y sobre las caras perpendiculares al eje *OX* actúan únicamente las tensiones cortantes.
(b) Expresión, en los ejes dados del tensor de deformaciones.



Datos: $E = 2 \cdot 10^6 kp/cm^2$, $\upsilon = 0{,}25$.

Problema 3. Un cuerpo de dimensiones $5cm \times 10cm \times 5cm$ está sometido a una compresión simple según el eje *Y* de valor igual a *20000 N*. Se mide la deformación sobre el eje Z, obteniéndose un valor de $\Delta L = 64 \cdot 10^{-6} cm$. Sabiendo que el módulo de elasticidad del material es $E = 2 \cdot 10^{11} N/m^2$, se pide:

(a) El tensor de tensiones en el entorno de un punto del interior del cuerpo.
(b) El tensor de deformaciones correspondiente al mismo punto.
(c) El coeficiente de Poisson.

Problema 4. Un pequeño cubo de un sólido deformable en el contexto de la elasticidad lineal esta inicialmente libre de tensiones. Posteriormente se le somete al siguiente sistema de tensiones:

$$\sigma_x = 10^8 Pa \qquad \sigma_z = -2 \cdot 10^8 Pa \qquad \tau_{xz} = 10^8 Pa$$

Determinar el tensor de tensiones y el de deformaciones en los dos supuestos siguientes:

(a) El cubo está simplemente apoyado en un plano horizontal.
(b) El cubo está limitado por dos planos en contacto con las caras del cubo perpendiculares al eje *OY*. Entre dichos planos y las caras del cubo no existe tensión cuando el cubo no está sometido a las tensiones indicadas.

Datos: $E = 2{,}5 \cdot 10^{10}\ N/m^2$, $\upsilon = 0{,}25$, $G = \dfrac{E}{2(1+\upsilon)}$.

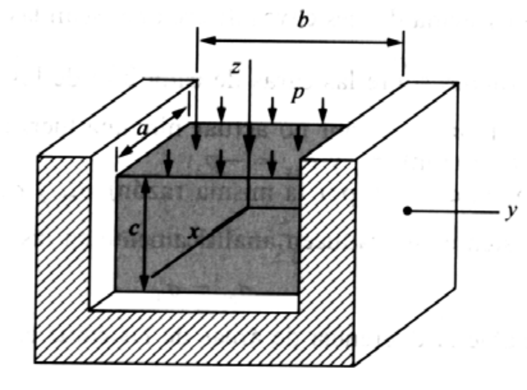
Problema 5. Un pequeño elemento cúbico homogéneo e isótropo con comportamiento elástico lineal está sometido a un estado tensional del que se conocen las tensiones principales $\sigma_1 = 4 \cdot 10^6\ Pa$ y $\sigma_2 = -2 \cdot 10^6\ Pa$. Si la dilatación cúbica del elemento es nula, determinar:

(a) El módulo y sentido de la tercera tensión principal σ_3.
(b) El tensor de deformaciones.
(c) Vector tensión correspondiente a una superficie paralela al plano *OXY.*

Datos: $E = 2 \cdot 10^{11}\ Pa$, $\upsilon = 0{,}25$.

Problema 6. Un paralelepípedo de dimensiones $a = 3cm$, $b = 3cm$ y $c = 4cm$, constituido por material homogéneo elástico se aloja en una cavidad de la misma forma y dimensiones, cuyas paredes son de un material lo suficientemente rígido para poder suponerlo indeformable. Sobre la abertura de la cavidad de dimensiones $a \times b$ y a través de una placa rígida de peso y rozamiento despreciables se aplica, perpendicularmente a ella, una fuerza $F = 200kp$ que comprime el bloque elástico. Si el coeficiente de Poisson es $\upsilon = 0{,}3$ y el módulo de elasticidad $E = 2 \cdot 10^4\ kp/cm^2$ calcular: a) las fuerzas laterales ejercidas por las paredes de la cavidad sobre el paralelepípedo y b) la variación de altura experimentada por el mismo.

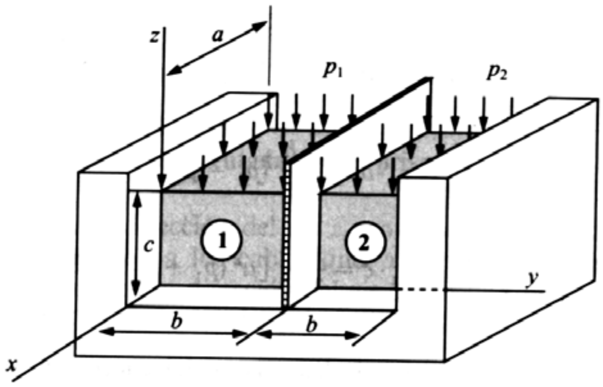
Problema 7. Un paralelepípedo de cierto material elástico (coeficiente de Poisson υ y módulo de elasticidad E) de dimensiones $a \times b \times c$, se introduce en una cavidad de anchura *b* de paredes rígidas, planes y perfectamente lisas. Se aplica a la cara superior, perpendicularmente a ella, una fuerza constante *p* por unidad de superficie tal y como se muestra en la figura. Calcular los valores de las tensiones principales en los puntos del paralelepípedo y hallar las variaciones de longitud que experimentan sus aristas.



Problema 8. Dos paralelepípedos iguales del mismo material y dimensiones $a \times b \times c$, se colocan a uno y otro lado de una placa rígida adosados a ella por sus caras $a \times c$, de tal forma que sus ejes de simetría

perpendiculares a dichas caras sean coincidentes. Ambos paralelepípedos, junto con la placa, se introducen en una ranura de anchura igual a dos veces la longitud de la arista *b* más el espesor de la placa. Las paredes de la ranura son planas, rígidas y perfectamente lisas.

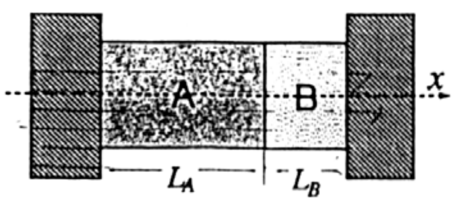
Se aplican respectivamente a los dos bloques en sus caras superiores y perpendicularmente a ellas fuerzas uniformemente repartidas p_1 y p_2 por unidad de superficie. Conocidos el coeficiente de Poisson υ y el módulo de elasticidad E se pide calcular las tensiones principales en ambos bloques y las variaciones de longitud de las aristas de los mismos.



Problema 9. Un elemento prismático de dimensiones *a, b, c* con módulo de Young $E = 100MPa$, coeficiente de Poisson $\upsilon = 0{,}25$ y coeficiente de dilatación cúbica $\alpha_V = 3\times10^{-5}(^oC)^{-1}$ se encuentra situado entre las placas rígidas de una prensa sin que inicialmente exista tensión sobre las caras. Si se produce un aumento de temperatura de *10º C* y la separación entre placas de la prensa permanece invariable, calcúlese despreciando la fricción entre el prisma y la prensa la tensión sobre las caras de contacto con la prensa y la deformación unitaria en las caras laterales

Problema 10. Un elemento compuesto de dos prismas de materiales *A* y *B* se encuentra situado entre las placas rígidas de una prensa sin que inicialmente haya tensión sobre las caras. Si se produce un aumento de temperatura de *10º C* y la separación entre las placas de la prensa permanece invariable, calcular, despreciando el peso y la fricción de los prismas:

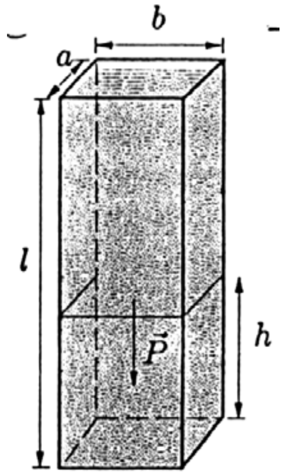
(a) Relación entre las deformaciones unitarias longitudinales en la dirección *X*, $\dfrac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B}$, para las dimensiones dadas.
(b) Tensiones longitudinales en los prismas *A* y *B*.
(c) Deformaciones en las caras transversales.
(d) Distancia que se desplaza la superficie de separación entre *A* y *B*.



Datos: $L_A = 2L_B = 2cm$; $E_A = 2E_B = 200GPa$; $\upsilon_A = \upsilon_B = 0{,}25$; $\alpha_B = 2\alpha_A = 10^{-5} (^{\circ}C)^{-1}$.

Problema 11. Se considera el pilar de material elástico de la figura de sección $a \times b$ y altura *l*, sometido a una carga centrada *P* que actúa a una altura *h*. El material tiene un peso específico γ, un módulo de Young *E*, un coeficiente de Poisson υ y un módulo de rigidez *G*. Se pide:

(a) Tensor de tensiones de toda la pieza.
(b) Tensor de deformaciones en toda la pieza.



Problema 12. Una barra prismática de sección cuadrada con una longitud *L* se encuentra fija al plano *XY* y sometida a tensiones en la dirección del eje *OZ* tales que $\varepsilon_z(z) = a(1 - \frac{z}{L})$ donde *a* es una constante positiva. Determinar el tensor de tensiones y de deformaciones referido a los ejes dados.
Datos: $E = 2 \cdot 10^6 Kg/cm^2$, $\upsilon = 0{,}25$.

Problema 13. El pilar de hormigón de un puente de altura *16 m* y sección variable está sometido a una carga de compresión *P* de *500* toneladas. Determínese:

(a) La ley de variación de las secciones transversales para que, teniendo en cuenta el peso propio del pilar, la tensión sea igual en todas las secciones e igual a la tensión admisible.
(b) La variación de la altura del pilar.
(c) El volumen del pilar.

Datos:

Tensión admisible: $\sigma_a = 20Kg/cm^2$ Peso específico del pilar: $\gamma = 2200Kg/m^3$

Módulo de Young del hormigón: $E = 18 \cdot 10^4 Kg/cm^2$

Coeficiente de Poisson del hormigón: $\upsilon = 0{,}125$